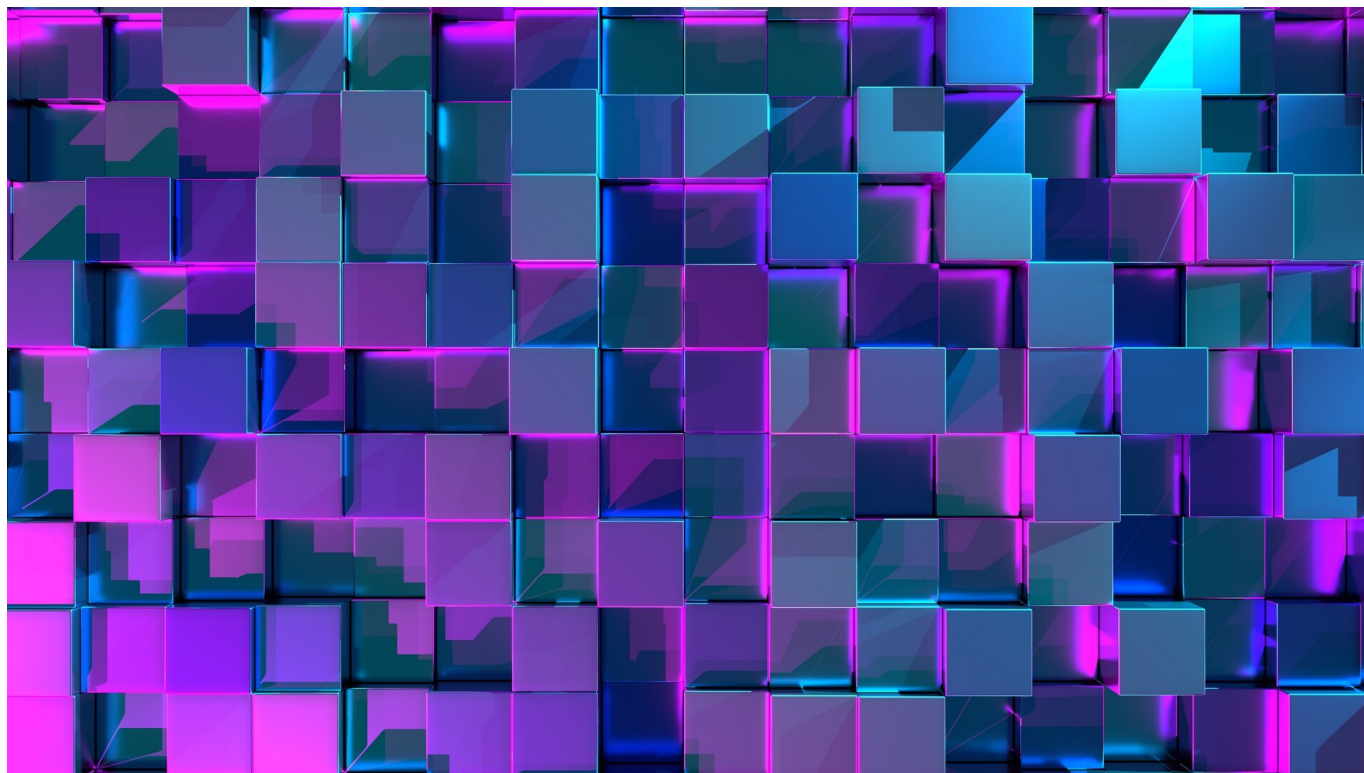
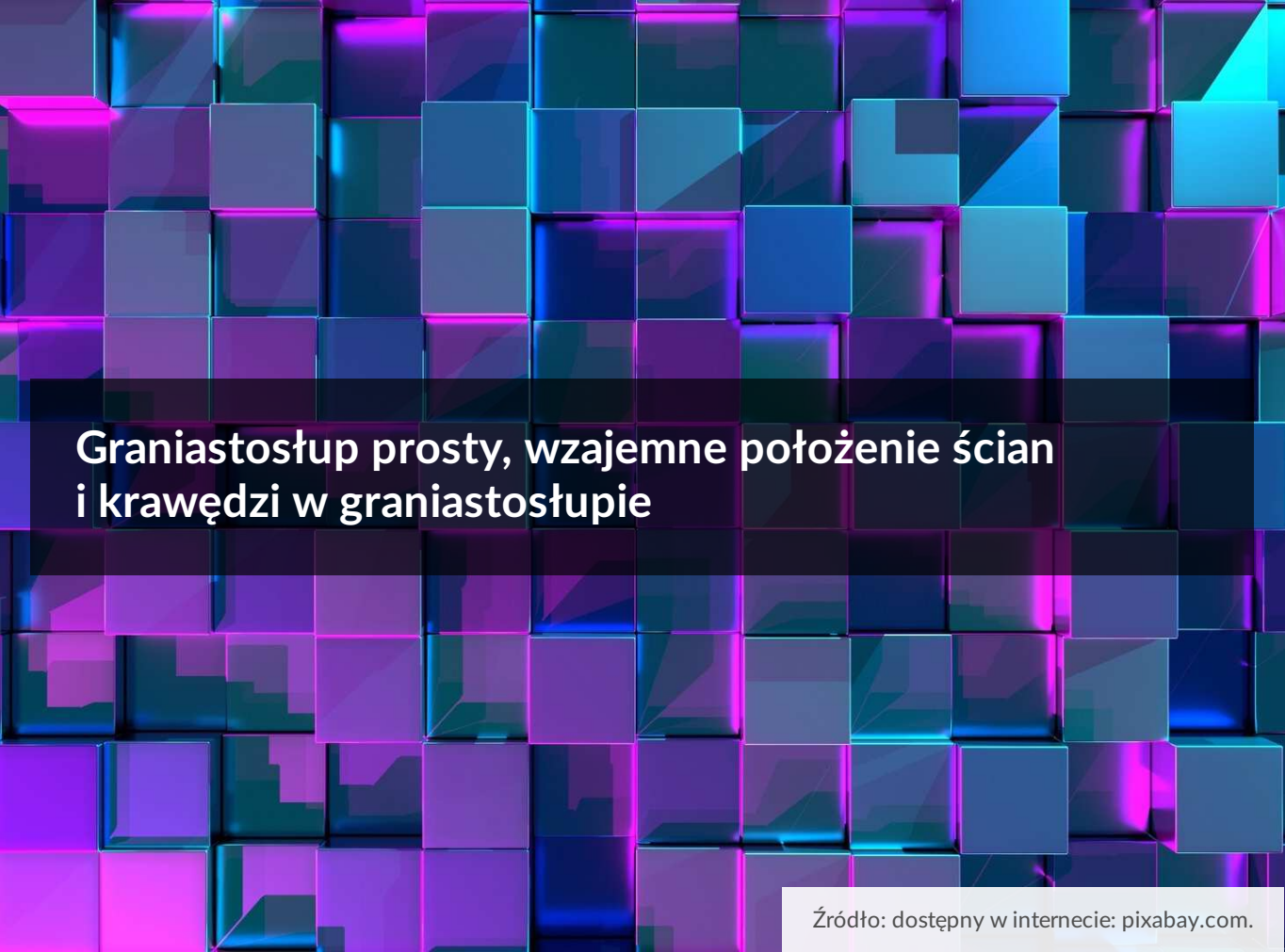




## Graniastosłup prosty, wzajemne położenie ścian i krawędzi w graniastosłupie

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Aplet](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Graniastosłup prosty, wzajemne położenie ścian i krawędzi w graniastosłupie

Źródło: dostępny w internecie: [pixabay.com](https://pixabay.com).

Znasz już elementy graniastosłupów. Wiesz, że graniastosłupy mogą być proste i pochyłe. Dziś zajmiemy się pierwszymi z nich. W życiu codziennym to właśnie graniastosłupy proste są częściej spotykane. Wynika to z ich głównej cechy – ich ściany są prostopadłe do podstawy, a to powoduje, że można je w sposób funkcjonalny wykorzystać w przedmiotach codziennego użytku.



## Twoje cele

- Rozpoznasz graniastosłupy proste.
- Nazwiesz graniastosłupy proste.
- Przeanalizujesz własności graniastosłupów prostych.
- Określisz wzajemne położenie krawędzi i ścian w graniastosłupie prostym.
- Wśród graniastosłupów prostych wyodrębnisz graniastosłupy prawidłowe.

# Przeczytaj

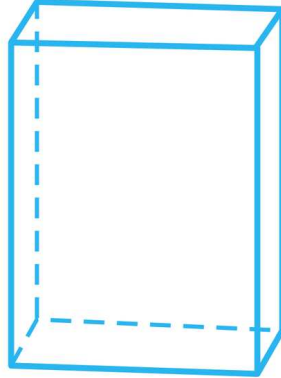
---

Graniastosłup nazywamy prostym, gdy jego ściany boczne są prostokątami.

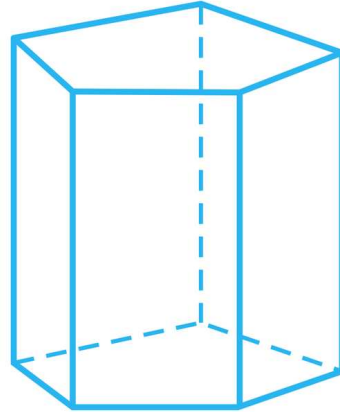
## Przykład 1



Graniastosłup  
prosty trójkątny



Graniastosłup  
prosty czworokątny



Graniastosłup  
prosty pięciokątny

Przypomnimy zależności w graniastosłupach prostych.

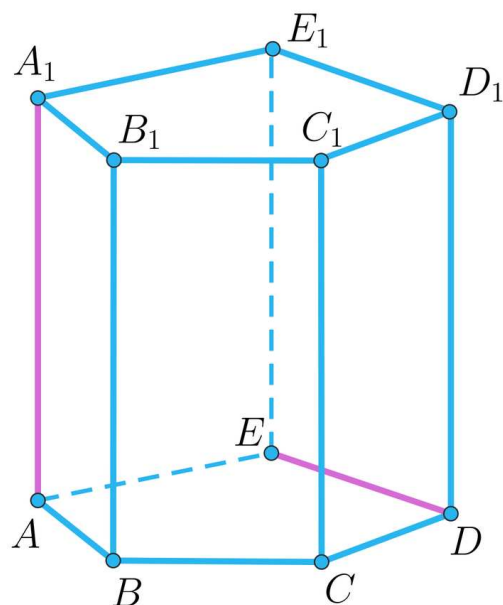
### Wzajemne położenie krawędzi:

- odpowiadające sobie krawędzie podstaw są równoległe,
- krawędzie boczne są równoległe,
- krawędzie boczne są prostopadłe do krawędzi podstawy.

Dwie pierwsze zależności zachodzą dla wszystkich graniastosłupów, trzecia jest cechą charakterystyczną dla graniastosłupów prostych.

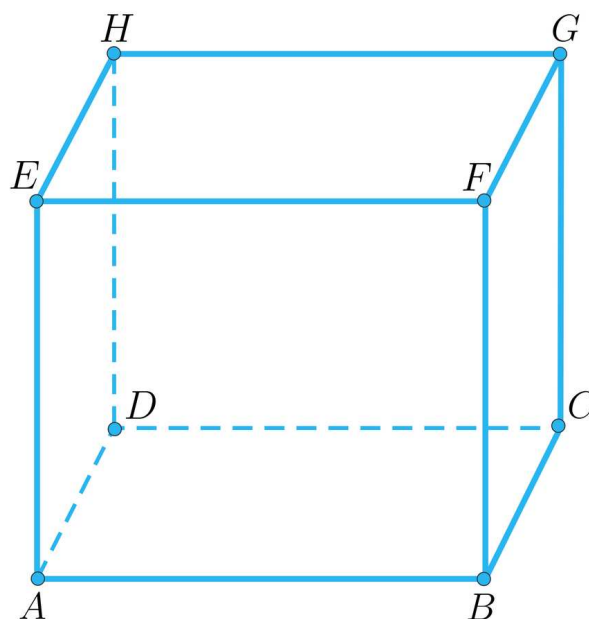
### Ważne!

Pamiętaj, że proste skośne również mogą być prostopadłe w przestrzeni. A zatem krawędzie nie muszą mieć punktów wspólnych, aby być prostopadłe. Na rysunku poniżej zaznaczona została przykładowa para krawędzi, które leżą na prostych skośnych prostopadłych.



### Przykład 2

Graniastosłup prosty na rysunku poniżej jest prostopadłością. Wskaż wszystkie krawędzie, które są prostopadłe do krawędzi  $BC$ .



### Rozwiązanie

Do krawędzi  $BC$  prostopadłe są krawędzie  $AB$ ,  $DC$ ,  $EF$ ,  $HG$ ,  $BF$ ,  $CG$ ,  $AE$ ,  $DH$ .

## Wzajemne położenie ścian

- podstawy są równoległe,

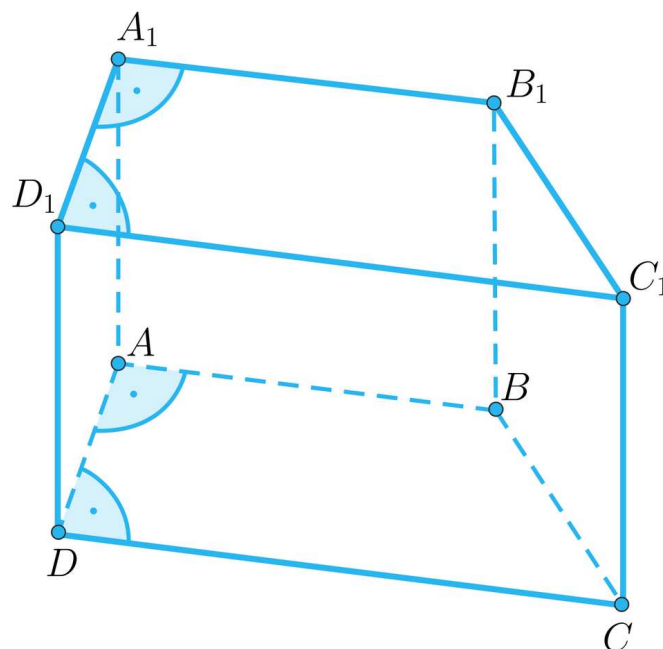
- jeżeli w podstawie są krawędzie równoległe, to ściany boczne zawierające te krawędzie są równoległe,
- ściany boczne są prostopadłe do podstaw,
- jeżeli w podstawie są krawędzie prostopadłe, to ściany boczne zawierające te krawędzie są prostopadłe.

Dwie pierwsze własności są prawdziwe dla wszystkich graniastosłupów, dwie ostatnie dla graniastosłupów prostych.

### Przykład 3

Podstawą graniastosłupa prostego czworokątnego na rysunku jest trapez prostokątny.

Kąty proste w podstawach graniastosłupa znajdują się w wierzchołkach  $A$ ,  $D$ ,  $A_1$ ,  $D_1$ .



Określimy wzajemne położenie ścian.

### Rozwiązanie

Mamy  $ABCD \parallel A_1B_1C_1D_1$ , ponieważ są to podstawy graniastosłupa.

$CDD_1C_1 \parallel ABB_1A_1$  bo krawędzie  $DC$  i  $AB$  są równoległe.

Każda ze ścian  $ADD_1A_1$ ,  $ABB_1A_1$ ,  $BCC_1B_1$ ,  $CDD_1C_1$  jest prostopadła do każdej z podstaw  $ABCD$  i  $A_1B_1C_1D_1$ .

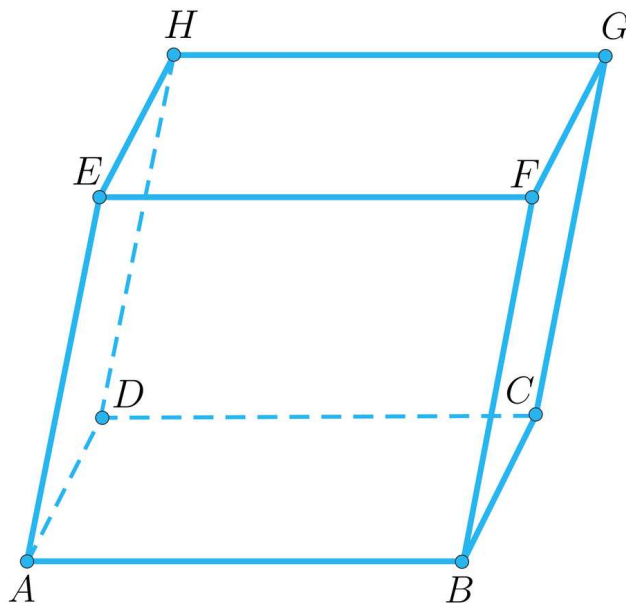
Mamy również  $CDD_1C_1 \perp ADD_1A_1$  oraz  $ADD_1A_1 \perp ABB_1A_1$ , ponieważ kąty w wierzchołkach  $D$  i  $A$  trapezu są proste.

## Wzajemne położenie krawędzi i ścian

W graniastosłupie prostym krawędzie boczne są prostopadłe do płaszczyzny podstawy.

### Przykład 4

W graniastosłupie na rysunku ściany  $ABFE$  i  $DCGH$  są rombami. Pozostałe ściany są kwadratami. Określ rodzaj graniastosłupa i wskaż pary ścian prostopadłych.



### Rozwiązanie

Graniastosłup ten jest graniastosłupem prostym o podstawie rombu. Każda ze ścian  $ADHE$ ,  $DABC$ ,  $BCGF$  i  $FGHE$  jest prostopadła do każdej z podstaw  $ABFE$  i  $CDHG$ .

## Graniastosłupy prawidłowe

**Graniastosłupy proste**, których podstawą jest wielokąt foremny, nazywamy graniastosłupami prawidłowymi.

### Przykład 5

Wszystkie dwanaście krawędzi graniastosłupa prostego ma tę samą długość  $a$ . Uzasadnij, że nie każdy graniastosłup, który ma tę własność jest prawidłowy.

### Rozwiązanie

Ponieważ graniastosłup ten ma dwanaście krawędzi, to jest to graniastosłup prosty czworokątny. Istnieją dwa różne graniastosłupy proste, które spełnią warunek podany

w treści zadania: sześcián, który jest graniastosłupem prawidłowym i graniastosłup prosty o podstawie rombu niebędącego kwadratem, którego ściany boczne są kwadratami – nie jest to graniastosłup prawidłowy.

W każdym **graniastosłupie prawidłowym** o podstawie  $n$ -kąta mamy  $2n$  krawędzi podstawy tej samej długości i  $n$  krawędzi bocznych tej samej długości. Ściany boczne takiego graniastosłupa prawidłowego są przystającymi prostokątami.

### Ważne!

Nie każdy graniastosłup, który ma te własności jest prawidłowy. **Graniastosłup prosty** o podstawie rombu spełnia te własności, a jednak nie jest prawidłowy, ponieważ w jego podstawie nie znajduje się wielokąt foremny.

## Słownik

**graniastosłup prosty**

graniastosłup, którego ściany boczne są prostokątami

**graniastosłup prawidłowy**

graniastosłup prosty, którego podstawą jest wielokąt foremny

# Aplet

---

## Polecenie 1

Za pomocą suwaków zmień parametry graniastopuła prawidłowego na rysunku. Nazwij go przy danych parametrach, wymień liczbę krawędzi podstawy i krawędzi bocznych. Jak myślisz, dlaczego długość krawędzi bocznej została oznaczona przez  $H$ ?

## Polecenie 2

Ile wynosi suma długości krawędzi graniastopuła prawidłowego siedmiokątnego o krawędzi bocznej długości 8 i krawędzi podstawy długości 2?

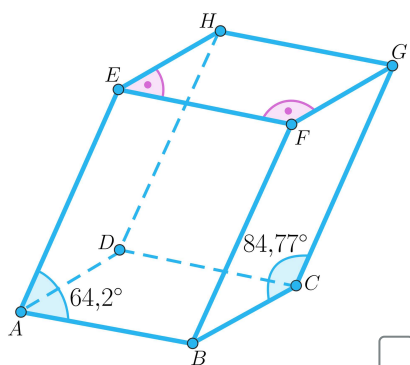
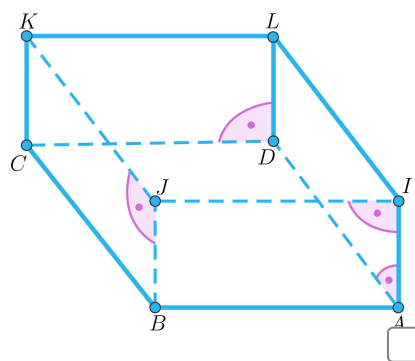
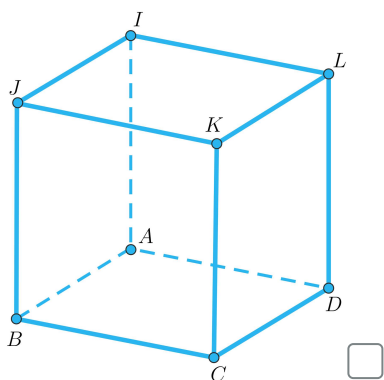
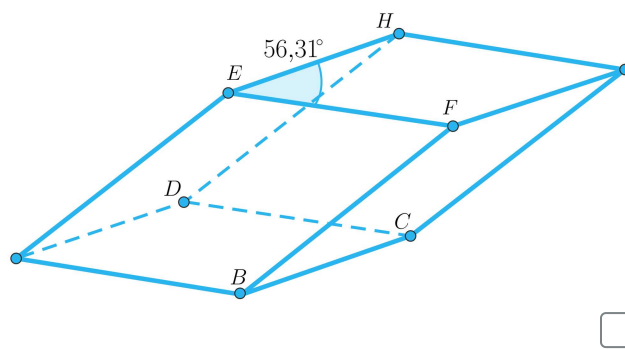
# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



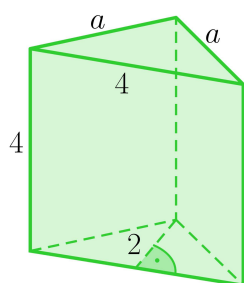
Które z poniższych graniastosłupów są proste?


☐

☐

☐

☐

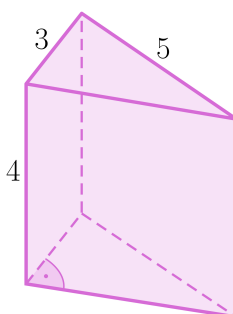
## Ćwiczenie 2



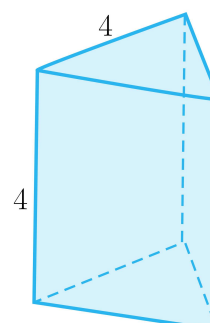
Dla którego z poniższych graniastosłupów prostych suma długości krawędzi jest najmniejsza?



Graniastosłup prosty trójkątny

☐


Graniastosłup prosty trójkątny

☐


Graniastosłup prawidłowy trójkątny

☐

### Ćwiczenie 3



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Wysokość graniastosłupa prostego pokrywa się z jego krawędziami bocznymi.
- ☐ W graniastosłupie prostym ściany boczne są przystającymi prostokątami.
- ☐ Jeżeli ściany boczne graniastosłupa prostego są przystającymi prostokątami, to jest on prawidłowy.
- ☐ Jeżeli w podstawie graniastosłupa prostego jest kąt prosty, to ściany boczne, które zawierają te krawędzie są prostopadłe.

### Ćwiczenie 4



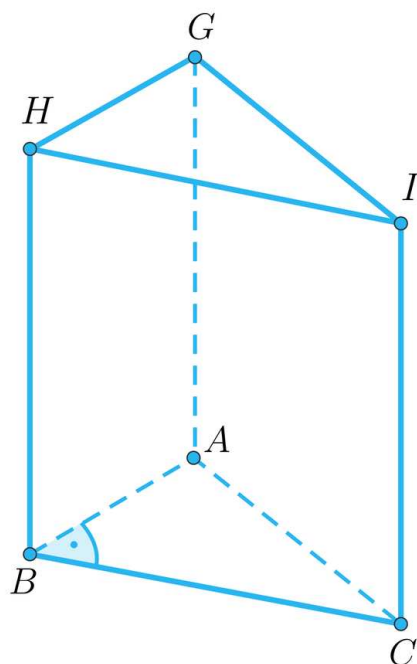
W podstawie graniastosłupa prostego znajduje się trapez równoramienny o podstawach 4 i 10 oraz wysokości 4. Krawędź boczna tego graniastosłupa ma długość 5. Wybierz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Dwie ze ścian bocznych są do siebie równoległe.
- ☐ Ten graniastosłup ma cztery ściany boczne, które są do siebie parami przystające.
- ☐ Dwie ze ścian tego graniastosłupa są kwadratami.
- ☐ Dwie ze ścian bocznych są do siebie prostopadłe.

## Ćwiczenie 5



Dany jest graniastosłup prosty jak na rysunku.



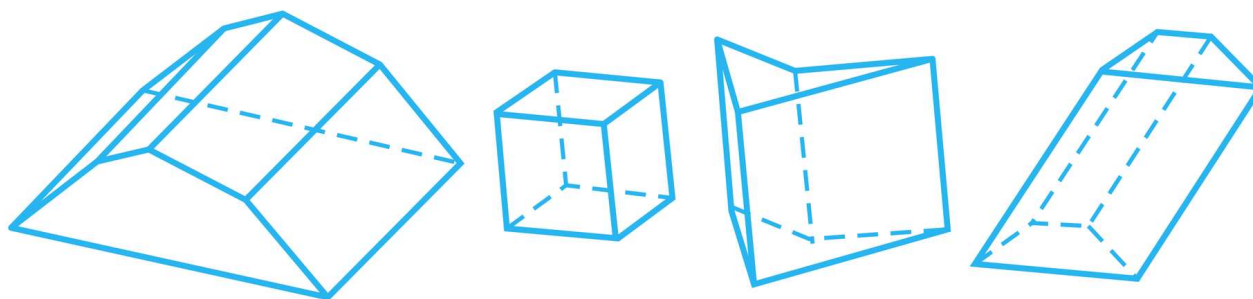
Uzupełnij zdania wybierając jedną z podanych możliwości.

| Dokończ zdanie                                |                              |                             |                              |
|-----------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| Krawędź $AB$ jest prostopadła do krawędzi:    | $AC$ <input type="radio"/>   | $GH$ <input type="radio"/>  | $IC$ <input type="radio"/>   |
| Ściana $ABHG$ nie jest prostopadła do ściany: | $BCIH$ <input type="radio"/> | $GHI$ <input type="radio"/> | $ACIG$ <input type="radio"/> |
| Krawędź $GH$ jest równoległa do krawędzi:     | $BC$ <input type="radio"/>   | $AG$ <input type="radio"/>  | $AB$ <input type="radio"/>   |

## Ćwiczenie 6



Ile spośród narysowanych graniastostupów to graniastostupy proste czworokątne?



Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 2

☐ 4

☐ 1

☐ 3

## Ćwiczenie 7



W podstawie graniastostupa prostego jest romb. Krawędzie boczne tego graniastostupa są o 3 dłuższe od krawędzi podstawy. Suma wszystkich krawędzi wynosi 108. Oblicz długości krawędzi podstawy i krawędzi bocznych tego graniastostupa.

## Ćwiczenie 8



W graniastostupie prostym o podstawie trójkąta prostokątnego krawędź boczna ma długość 4. Stosunek długości przyprostokątnych trójkąta w podstawie wynosi  $8 : 15$ . Promień okręgu opisanego na podstawie wynosi 17. Oblicz sumę długości krawędzi tego graniastostupa.

# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Magdalena Wojciechowska-Rysiawa

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat:** Graniastosłup prosty, wzajemne położenie ścian i krawędzi w graniastosłupie

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum lub technikum, zakres rozszerzony

**Podstawa programowa:**

X. Stereometria. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się.

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- rozpoznaje graniastosłupy proste
- nazywa graniastosłupy proste
- analizuje własności graniastosłupów prostych
- określa wzajemne położenie krawędzi i ścian w graniastosłupie prostym
- wśród graniastosłupów prostych wyodrębnia graniastosłupy prawidłowe

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm

**Metody i techniki nauczania:**

- burza mózgów

- rozmowa nauczająca
- dyskusja
- ćwiczeniowa

### **Formy pracy:**

- praca z całą klasą
- praca w grupach
- praca indywidualna

### **Środki dydaktyczne:**

- komputer z dostępem do Internetu, głośników i tablicy interaktywnej lub projektora
- materiały zawarte w e-podręczniku
- modele graniastosłupów

### **Przebieg lekcji**

#### **Faza wstępna:**

1. Nauczyciel przypomina podział graniastosłupów na proste i pochyłe.
2. Uczniowie za pomocą burzy mózgów wskazują zastosowanie graniastosłupów prostych w rzeczywistości.
3. Wybrany uczeń dokonuje podziału dostępnych modeli na graniastosłupy proste i pochyłe.
4. Nauczyciel formułuje kryteria sukcesu.

#### **Faza realizacyjna:**

1. Nauczyciel dzieli uczniów na grupy. Każda z grup opisuje własności losowo wybranego graniastosłupa prostego: liczbę krawędzi, ścian, wzajemne położenie krawędzi i ścian.
2. Przedstawiciele grup przedstawiają swoje własności.
3. Nauczyciel w oparciu o sekcję „Przeczytaj” formułuje ogólne wnioski dla graniastosłupów prostych i przypomina własności graniastosłupów prawidłowych.
4. Uczniowie w tych samych grupach zapoznają się z Apletem i wykonują Polecenia z tej sekcji oraz ćwiczenia 3 i 4 z sekcji „Sprawdź się”.
5. Wybrani uczniowie wykonują ćwiczenie 7 i 8 na tablicy.

#### **Faza podsumowująca:**

1. Uczniowie i nauczyciel przypominają najważniejsze pojęcia i własności, które pojawiły się na lekcji.
2. Uczniowie dokonują samooceny metodą świateł na podstawie sformułowanych kryteriów sukcesu.

#### **Praca domowa:**

Uczniowie wykonują ćwiczenia 1, 2, 5, 6 z sekcji „Sprawdź się”.

**Materiały pomocnicze:**

- [Graniastosłup prosty i jego własności. Związki miarowe w graniastosłupach](#)
- [Graniastosłupy proste](#)
- [Graniastosłup prosty](#)

**Wskazówki metodyczne:**

Uczniowie mogą wykorzystać Aplet do powtórzenia w domu.