



Punkty procentowe

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Źródło: Karim Manjra, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Wyniki ankiety prowadzonej wśród grupy studentów wykazały, że jeszcze 2 lata temu aż 50% respondentów z tej grupy przynajmniej raz w tygodniu sięgało po batonik czekoladowy. Obecnie tylko 40% osób z tej grupy co najmniej raz w tygodniu spożywa taki batonik.

Czy z tego można wyciągnąć wniosek, że w tej grupie spożycie czekoladowych batoników spadło o 10%? Okazuje się, że nie. Spożycie batoników spadło o 20%!

Żeby odróżnić różnicę między wielkościami wyrażonymi w procentach a rzeczywistą zmianą procentową, posługujemy się punktami procentowymi.

Nierozróżnianie procentów od punktów procentowych to powszechny błąd. Aby go uniknąć, w tym materiale poznamy bliżej pojęcie *punkt procentowy* i zastosowanie punktów procentowych w sytuacjach z kontekstem realistycznym.

Twoje cele

- Obliczysz punkty procentowe w sytuacji praktycznej i porównasz je z rzeczywistą zmianą procentową.
- Dobierzesz odpowiedni model matematyczny do rozwiązania problemu z kontekstem realistycznym.

Przeczytaj

Punkt procentowy

Przykład 1

W maju oprocentowanie lokat w banku *Los szczęścia* wynosiło 4%. W czerwcu bank podwyższył oprocentowanie do 5%.

Zmianę oprocentowania można wyrazić jako procent oprocentowania początkowego:

$$\frac{5-4}{4} \cdot 100\% = 25\%$$

Wynika z tego, że oprocentowanie lokat w tym banku wzrosło w czerwcu o 25%.

Zmianę oprocentowania można też rozpatrywać jako różnicę oprocentowania po podwyżce i przed podwyżką i wyrazić ją w punktach procentowych.

$$5\% - 4\% = 1 \text{ punkt procentowy}$$

Oprocentowanie wzrosło o 1 punkt procentowy.

Definicja: Punkt procentowy

Punkt procentowy to jednostka różnicy między wartościami jednej wielkości a drugiej wielkości, wyrażonymi w procentach.

1 punkt procentowy w skrócie zapisujemy: 1 p. p.

Przykład 2

Bank podniósł stopę oprocentowania kredytu z 10% do 14%. Stopa oprocentowania wzrosła więc o 4 punkty procentowe.

Ponieważ

$$\frac{14-10}{10} \cdot 100\% = 40\%$$

zatem oprocentowanie wzrosło aż o 40%.

Ważne!

Często mylone są punkty procentowe z procentami – 10% to nie jest to samo co 10 punktów procentowych.

Przykład 3

Stopa bezrobocia w pewnej miejscowości w lecie wynosiła 8%, w jesieni spadła o 3 punkty procentowe.

Jeśli stopa bezrobocia spadła o 3 punkty procentowe, to wynosi teraz $8\% - 3\% = 5\%$.

Obliczamy o ile procent spadła stopa bezrobocia w tej miejscowości.

$$\frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 100\% = 37,5\%$$

Stopa bezrobocia spadła o 37,5%.

Punkt bazowy

Na rynkach finansowych często, w odniesieniu do niewielkiej zmiany stopy procentowej, używa się terminu punkt bazowy.

Punkt bazowy to 0,01 punktu procentowego.

Zatem 1 punkt procentowy to 100 punktów bazowych.

Przykład 4

Bank podniósł stopę oprocentowania obligacji z 1,4% do 1,42%. Oprocentowanie wzrosło o 0,02 punktu procentowego, czyli o 2 punkty bazowe.

Przykład 5

Bank podnosił stopy procentowe przez kolejną 4 miesiące – co miesiąc o 75 punktów bazowych.

Obliczymy, jaka była stopa procentowa 4 miesiące temu, jeśli teraz jest równa 5,69%.

75 punktów bazowych to 0,75 punktów procentowych.

Wzrost stopy procentowej po 4 miesiącach wynosi $4 \cdot 0,75 = 3$.

Zatem 4 miesiące temu stopa procentowa była równa $5,69\% - 3\% = 2,69\%$.

Słownik

punkt procentowy

to jednostka różnicy między wartościami jednej wielkości a drugiej wielkości, wyrażonymi w procentach

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją. Spróbuj samodzielnie rozwiązać prezentowane tam zadania i dopiero następnie porównaj rozwiązania.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dmuboh7VS>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej punktów procentowych.

Polecenie 2

Stopy procentowe wzrosły z 4% do 4,5%. Oblicz, o ile procent wzrosły stopy procentowe.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Do banku A wpłacono 5000 zł na lokatę roczną. Do banku B wpłacono również taką samą kwotę na lokatę roczną. Odsetki uzyskane po roku w banku B były o 40 zł wyższe niż odsetki uzyskane w banku A . O ile punktów procentowych oprocentowanie lokaty w banku B było wyższe niż oprocentowanie lokaty w banku A ?

Ćwiczenie 8



Pani Ilona wygrała na loterii 80000 zł, z czego 3000 zł wydała na kosmetyki, a 5000 zł wydała na książki. Ile procent wygranej pani Ilona wydała na kosmetyki? A ile na książki? O ile punktów procentowych więcej pani Ilona wydała na książki niż na kosmetyki?

Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Punkty procentowe

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza punkty procentowe w sytuacji praktycznej i porównuje je z rzeczywistą zmianą procentową
- określa zmiany stóp procentowych w sytuacjach praktycznych
- dobiera odpowiedni model matematyczny do rozwiązania problemu z kontekstem realistycznym

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- gra dydaktyczna bankier

- rybki w akwariu

Formy pracy:

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń miał do dyspozycji komputer

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć, uczniowie ustalają kryteria sukcesu.
2. Uczniowie dzielą się na grupy. Każda z grup wybiera jedną osobę, która będzie *bankierem*.

Faza realizacyjna:

1. Grupy zapoznają się z materiałem zawartym w sekcji „Przeczytaj”. W tym czasie *bankierzy* wspólnie analizują przykłady zawarte w animacji. Muszą je dobrze zrozumieć, bo ich zadaniem będzie zaprezentowanie tych zadań swoim grupom.
2. *Bankierzy* wracają do grup i przedstawiają to, czego się nauczyli.
3. Uczniowie pod kierunkiem *bankierów* rozwiązują wybrane 2 zadania spośród ćwiczeń interaktywnych.

Faza podsumowująca:

1. Dyskusja metodą rybki w akwariu. W dyskusji biorą udział *bankierzy* i dwaj inni uczniowie. Celem dyskusji jest podsumowanie zdobytej wiedzy – *bankierzy* tłumaczą potencjalnym klientom (czyli dwóm wybranym uczniom) różnicę między punktem procentowym, procentem a stopą procentową.
2. Wskazany przez nauczyciela uczeń przedstawia krótko najważniejsze elementy zajęć, poznane wiadomości, ukształtowane umiejętności.
3. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia pracę grup, a w szczególności *bankierów*.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest wykonanie ćwiczeń interaktywnych, których nie wykonali w czasie zajęć.

Materiały pomocnicze:

Procent i promil

Wskazówki metodyczne:

Animację można wykorzystać jako materiał kształtujący umiejętności wykonywania działań na ułamkach.