



Badanie momentu bezwładności w zależności od osi obrotu

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Badanie momentu bezwładności w zależności od osi obrotu

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.shutterstock.com/image-illustration/spinning-gyroscope-on-black-background-245130139> [dostęp 31.10.2022], Shutterstock, tylko do użytku edukacyjnego na zpe.gov.pl.

Czy to nie ciekawe?

Moment bezwładności to pojęcie ważne dla zrozumienia ruchu obrotowego bryły sztywnej. Moment bezwładności bryły zależy nie tylko od jej parametrów takich jak masa i rozmiary geometryczne, ale także od tego, wokół jakiej osi ta bryła się obraca. Weźmy przykład długiego pręta - może on obracać się na wiele sposobów, w zależności od tego, w jaki sposób jest zamocowany. Obracając się wokół osi przechodzącej przez środek symetrii (np. jako część wirnika, wiertło wiertarki), ma inny moment bezwładności niż podczas obrotu wokół swojego końca (np. jak łopaty wirnika helikoptera). W jaki sposób można obliczać oraz wyznaczać eksperymentalnie moment bezwładności?



Rys. a. Lądujący helikopter.

Źródło: dostępny w internecie: <https://unsplash.com/photos/DTS0ulrem-Y> [dostęp 31.10.2022].

Twoje cele

W tym materiale:

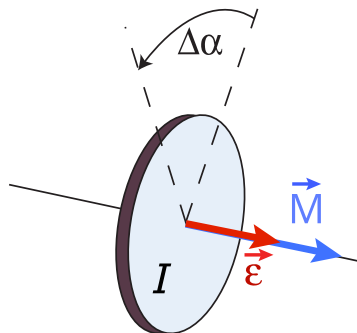
- dowiesz się, jak można wyznaczyć eksperymentalnie moment bezwładności,
- sprawdzisz prawdziwość twierdzenia Steinera,
- nauczysz się wyznaczyć moment bezwładności bryły obracającej się wokół osi nieprzechodzącej przez jej środek masy.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Przyjrzyjmy się drugiej zasadzie dynamiki dla ruchu obrotowego. Stwierdza ona, że jeśli do ciała o momencie bezwładności I przyłożony jest wypadkowy moment siły $\vec{M}$, to ciało to będzie się obracało z przyspieszeniem kątowym $\vec{\varepsilon}$, wprost proporcjonalnym do momentu siły, o wartości ε odwrotnie proporcjonalnej do momentu bezwładności tej bryły.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}.$$



Rys. 1. Graficzna ilustracja drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Jednocześnie z definicji przyspieszenia kąowego wiemy, że zależność pomiędzy prędkością kątową ω i przyspieszeniem kątowym ε ma postać $\omega = \varepsilon t$, gdy początkowa prędkość kątowa ciała $\omega_0 = 0$. Zatem przekształcając powyższy wzór otrzymamy następującą zależność:

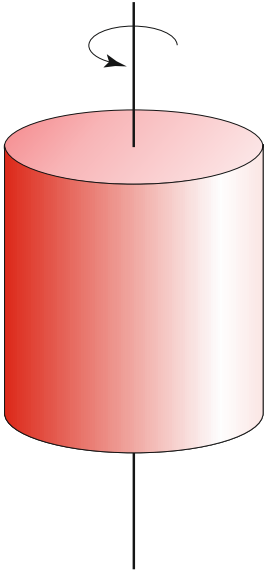
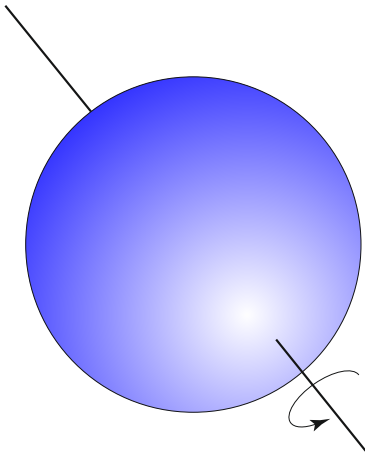
$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{Mt}{\omega}.$$

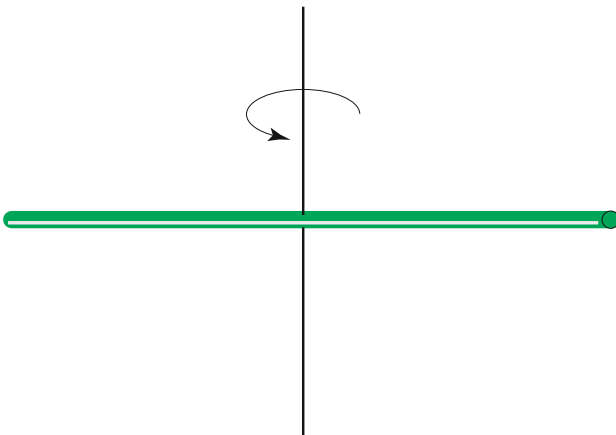
Ta zależność pozwala nam wyznaczyć moment bezwładności badanego obiektu – jeśli wytworzymy moment siły o znanej wartości oraz wyznaczymy przyspieszenie kątowe, jakiego doznaje ten obiekt (poprzez pomiar czasu i osiągniętej prędkości obrotowej).

Prowadząc takie pomiary, należy pamiętać, że moment bezwładności ciała zależy od tego, wokół jakiej osi się ono obraca. Jeśli obrót następuje wokół osi przechodzącej przez środek masy ciała, moment bezwładności można obliczyć z definicji:

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2,$$

gdzie Δm_i to masa małego fragmentu tej bryły, znajdująca się w odległości r_i od osi obrotu. Stosując tę definicję, można wyprowadzić następujące wzory dla prostych brył:

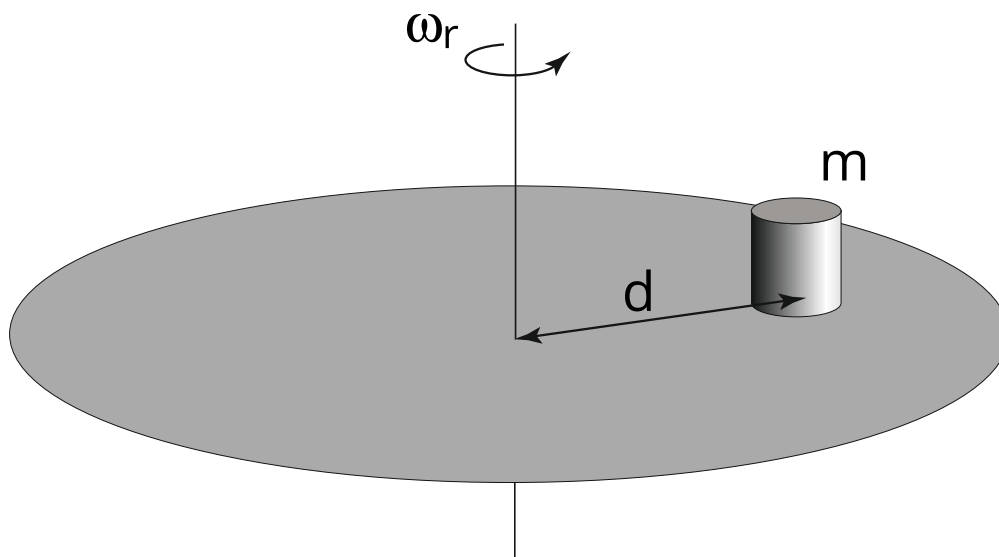
Bryła o masie m	Przebieg osi obrotu bryły	Moment bezwładności
Walec o promieniu R (oś obrotu pokrywa się z osią symetrii walca)	 Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.	$I_w = \frac{1}{2}mR^2$
Kula o promieniu R	 Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.	$I_k = \frac{2}{5}mR^2$

Bryła o masie m	Przebieg osi obrotu bryły	Moment bezwładności
Pręt o długości l (oś prostopadła do pręta)		$I_p = \frac{1}{12}ml^2$
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.		

Jeśli oś, wokół której obraca się bryła, znajduje się w odległości d od środka masy tej bryły, zastosować należy twierdzenie [Steinera](#). Stwierdza ono, że całkowity moment bezwładności tej bryły to suma jej momentu bezwładności wokół osi przechodzącej przez jej środek masy I_0 oraz iloczynu jej masy i kwadratu odległości środka masy od osi obrotu:

$$I_s = I_0 + md^2.$$

Rozważmy teraz następującą sytuację: do bryły o momencie bezwładności I_0 przyłożono moment siły $\vec{M}$ w taki sposób, że zaczęła się ona obracać dookoła osi odległej o d od swojego środka masy. Taki układ można zrealizować np. umieszczając bryłę na obracającej się tarczy (Rys. 2.)



Rys. 2. Bryła umieszczona na wirującej tarczy w określonej odległości od osi obrotu

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Ile czasu t_r będzie trwało rozpędzenie tej bryły do zadanej prędkości kątowej ω_r ?
 Odpowiedź znajdziemy, przekształcając wcześniej wyprowadzony wzór na moment bezwładności. Po dostosowaniu oznaczeń ma on postać

$$I = \frac{Mt_r}{\omega_r}.$$

Wystarczy, że obliczając I uwzględnimy twierdzenie [Steinera](#), czyli napiszemy

$$I_0 + md^2 = \frac{Mt_r}{\omega_r}.$$

Przekształcając powyższe, otrzymamy

$$t_r = \frac{\omega_r}{M}(I_0 + md^2).$$

Jak widzimy, pomiar czasu rozpędzania bryły - za pomocą zadanego, stałego momentu siły - do określonej prędkości kątowej, może posłużyć do eksperymentalnego wyznaczenia momentu bezwładności obiektu. W szczególności - do doświadczalnego zbadania stosowności twierdzenia [Steinera](#).

Słowniczek

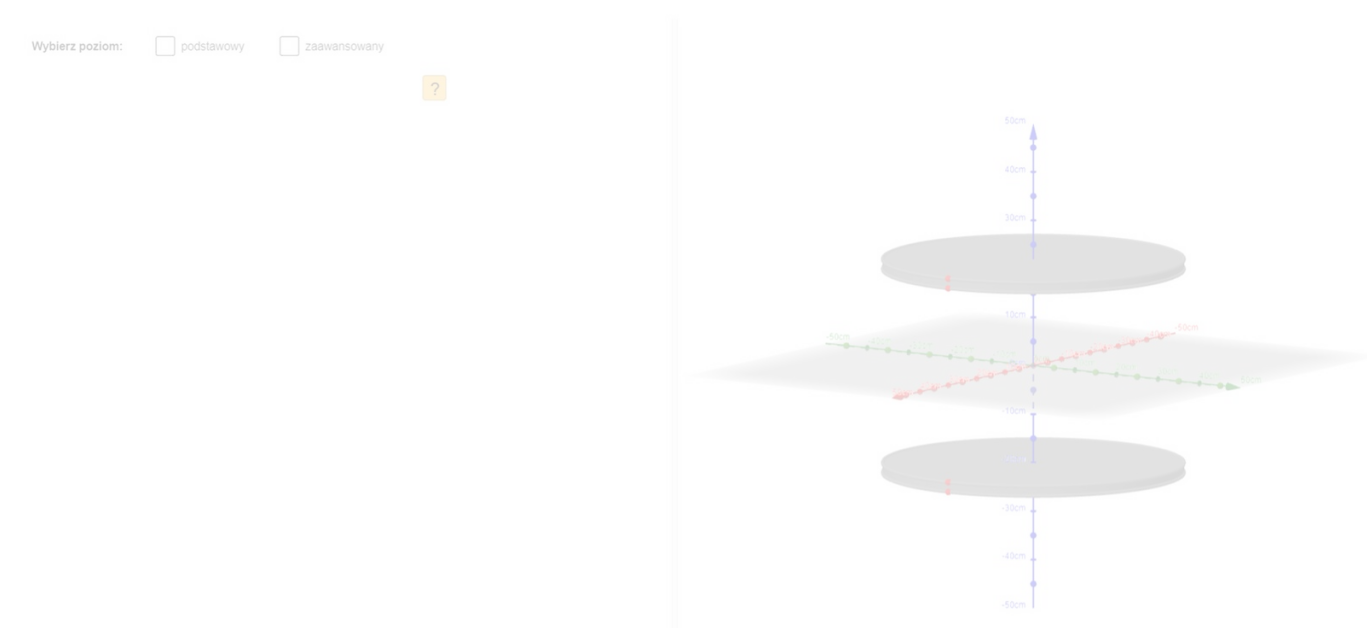
Jakob Steiner

szwajcarski matematyk żyjący w latach 1796-1863, zajmujący się głównie geometrią.

Symulacja interaktywna

Moment bezwładności bryły i jego zależność od położenia osi obrotu

Wykorzystaj symulację i przeprowadź dwa eksperymenty związane z momentem bezwładności brył oraz twierdzeniem Steinera o momencie bezwładności względem różnych osi obrotu.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D9CGn38Gv>

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Doświadczenie 1

Moment bezwładności bryły względem osi przechodzącej przez jej środek masy.

Przeprowadź symulowane doświadczenie opisane w poniższym problemie i zweryfikuj postawioną hipotezę.

Problem badawczy

Dla wielu brył możliwe jest wyrażenie momentu bezwładności w postaci $I = k \cdot m x^2$, gdzie x to charakterystyczny rozmiar bryły (np. długość, wysokość, promień czy średnica), m - jej masa, zaś k to współczynnik charakterystyczny dla kształtu tej bryły oraz dla rozkładu masy w jej wnętrzu. Przykłady:

- pręt o masie m i długości l (gdy oś przechodzi przez jego środek, prostopadle do niego) ma $k = \frac{1}{12}$, więc jego moment bezwładności to $I = \frac{1}{12} m l^2$;
- walec o masie m i promieniu r ma $k = \frac{1}{2}$ (gdy oś pokrywa się z jego osią symetrii), więc jego moment bezwładności $I = \frac{1}{2} m r^2$.

Hipoteza

Współczynnik k nie zależy od momentu siły rozkręcającego bryłę ani od prędkości kątowej, do jakiej zostaje rozkręcona.

Instrukcja:

Przeprowadź, krok po kroku, symulowany eksperyment. Jego celem jest zweryfikowanie powyższego związku poprzez wyznaczenie wartości współczynnika k .

1. Wybierz poziom podstawowy symulacji.

Wskaż bryłę (pręt albo walec), której moment bezwładności badasz.

Zanotuj jej masę.

Bryła będzie umieszczona pomiędzy dwiema tarczami, które wprawiają ją w ruch obrotowy. Moment bezwładności tych tarcz pomijamy.

2. Wykorzystaj podziałkę na ekranie i zmierz charakterystyczny rozmiar badanej bryły – długość l pręta albo promień r walca.

3. Nastaw dowolną wartość momentu siły M rozkręcającego bryłę. Nastaw także prędkość kątową ω , do której bryła zostanie rozpędzona.
4. Zsuń tarcze rozpędzające i wciśnij START. Po pewnym czasie pojawi się czas t , po którym bryła osiągnęła nastawioną prędkość kątową ω – to jest wynikiem pojedynczego pomiaru.
5. Wciśnij STOP. Zapisz nastawione wartości i uzyskany wynik w tabeli pomiarów.
6. Wciśnij RESET. Wykonuj ponownie kroki 3, 4 i 5, wybierając różne zestawy wartości M oraz ω , aż do uzyskania żądanej liczby wyników (co najmniej 6-8, najlepiej kilkanaście).

Nagłówek tabeli z wynikami symulacji.

M [Nm]	ω [rad/s]	t [s]	I [kgm ²]	k

Opracowanie wyników

1. Oblicz średnią wartość współczynnika k badanej bryły.
2. Oblicz niepewność pomiarową $u(k)$.

Podsumowanie

Rozstrzygnij, czy uzyskany wynik jest zgodny z wynikiem wzorcowym dla bryły, którą badasz. Jest on podany w sekcji „Problem badawczy” (oznaczmy ten wynik jako k_w). Jako kryterium zgodności przyjmij zawieranie się wartości wzorcowej k_w w przedziale o szerokości $4u(k)$, którego środek przypada w wartości k :

$$k \text{ zgodne z } k_w \Leftrightarrow k_w \in (k - 2u(k); k + 2u(k))$$

Polecenie 1

W prowadzeniu eksperymentów obowiązuje zasada, by zmieniać tylko jeden parametr układu na raz. Czy zalecenie, sformułowane w punkcie 3. instrukcji, by dowolnie nastawiać wartości **dwóch** parametrów, M i ω , nie jest sprzeczne z tą zasadą? Rozstrzygnij ten problem i podaj krótkie uzasadnienie swego rozstrzygnięcia.

Doświadczenie 2

Moment bezwładności bryły względem osi nieprzechodzącej przez jej środek masy.

Twierdzenie Steinera.

Przeprowadź symulowane doświadczenie opisane w poniższym problemie i zweryfikuj postawioną hipotezę.

Problem badawczy

Założmy, że znamy I_0 – moment bezwładności bryły o masie m względem osi przechodzącej przez jej środek masy. Twierdzenie Steinera pozwala wyrazić moment bezwładności I tej bryły względem innej osi, równoległej do pierwszej. Istotnym czynnikiem w tym wyrażeniu jest odległość d pomiędzy osiami obrotu.

Hipoteza

Zależność $I(d)$ dana jest wyrażeniem

$$I(d) = I_0 + m \cdot d^2.$$

Instrukcja:

Przeprowadź, krok po kroku, symulowany eksperyment.

Jego celem jest zweryfikowanie powyższego związku poprzez zbadanie charakteru zależności $I(d^2)$.

1. Wybierz poziom zaawansowany.

Wskaż bryłę (pręt albo walec), której moment bezwładności badasz.

Zanotuj jej masę.

Bryła będzie umieszczona pomiędzy dwiema tarczami, które wprawiają ją w ruch obrotowy. Moment bezwładności tych tarcz pomijamy.

2. Wykorzystaj podziałkę na ekranie i zmierz charakterystyczny rozmiar badanej bryły – długość l pręta albo promień r walca.

3. Nastaw dowolną wartość momentu siły M rozkręcającego bryłę. Nastaw także prędkość kątową ω , do której bryła zostanie rozpędzona.

Nie zmieniaj tych parametrów podczas eksperymentu.

4. Nastawiaj, kolejno, różne odległości d środka masy od osi obrotu bryły.

5. Zsuń tarcze rozpędzające i wciśnij START. Po pewnym czasie pojawi się czas t , po którym bryła osiągnęła nastawioną prędkość kątową ω – to jest wynikiem pojedynczego pomiaru.

6. Wciśnij STOP. Zapisz uzyskany wynik w tabeli pomiarów.

6. Przed pomiarem dla kolejnej wartości d wciśnij RESET. Wykonaj co najmniej 6-8 pomiarów dla wartości równomiernie rozłożonych w całym dostępnym zakresie zmienności d .

Nagłówek tabeli z wynikami symulacji.

d [cm]	d^2 [cm ²]	t [s]	I [kgm ²]

Opracowanie wyników

1. Sporządź wykres zależności $I(d^2)$.

2. Poprowadź na wykresie linię prostą, którą uznajesz za najlepiej dopasowaną do punktów pomiarowych.

Podsumowanie

Rozstrzygnij, czy można uznać odchylenia punktów od prostej za przypadkowe.

Jeśli tak, to:

- podaj argumenty przemawiające za przyjęciem hipotezy,
- zinterpretuj punkt przecięcia prostej z osią rzędnych wykresu, na której odłożony jest moment bezwładności.

Polecenie 2

Uzasadnij konieczność przestrzegania zalecenia zawartego w punkcie 3. instrukcji, by nie zmieniać wartości momentu siły oraz końcowej prędkości kątowej podczas symulacji.

Doświadczenie 3

Zaprojektuj własne badanie

Polecenie 3

Zaproponuj kolejne zagadnienie, związane z momentem bezwładności i twierdzeniem Steinera, które można zbadać za pomocą symulacji. Przygotuj kartę pracy dla takiego badania. Określ w niej problem, czyli cel badania, hipotezę badawczą w postaci oczekiwanych wyników oraz wskaż procedurę wykorzystania symulacji. Zamieść także wskazówki co do sposobu opracowania i przedstawienia wyników symulacji.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

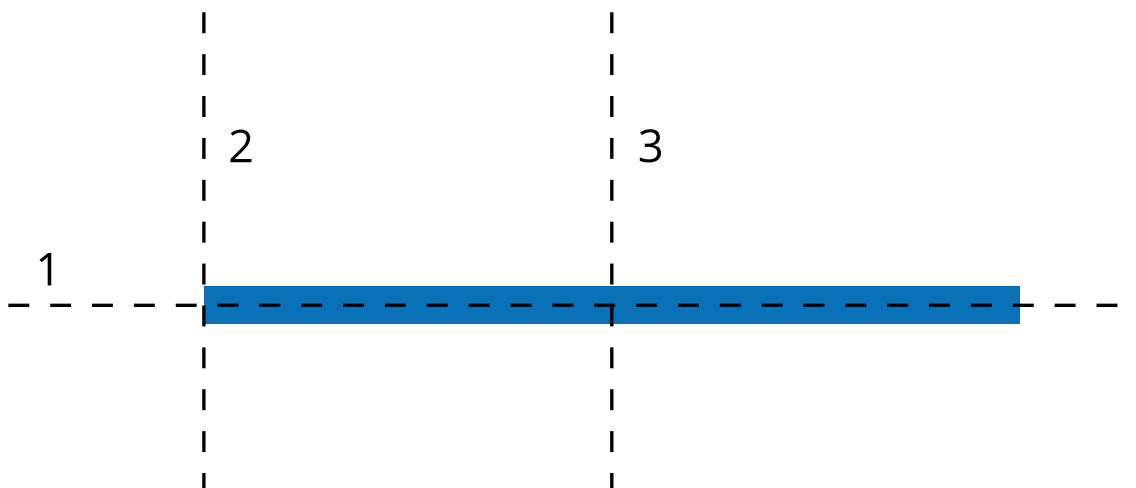


Twierdzenie Steinera pozwala wyznaczyć moment bezwładności /bryły obracającej się wokół osi nieprzechodzącej przez jej środek masy. Bryła ma masę m . Jej moment bezwładności względem osi przechodzącej przez jej środek masy wynosi I_0 . Środek masy bryły znajduje się w odległości d od osi obrotu.

Uzupełnij poniższe wyrażenie:

$$I = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}$$

m^2	3	2	+	I_0	m	-	d
-------	---	---	---	-------	-----	---	-----



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Długi pręt (np. patyk, kij od szczotki, pałeczka perkusyjna) może obracać się dookoła różnych osi, jak na rysunku powyżej. Względem której osi jego moment bezwładności jest najmniejszy?

☐ Względem osi 1

☐ Względem osi 2

☐ Względem osi 3

☐ Rozstrzygnięcie zależy od masy pręta.

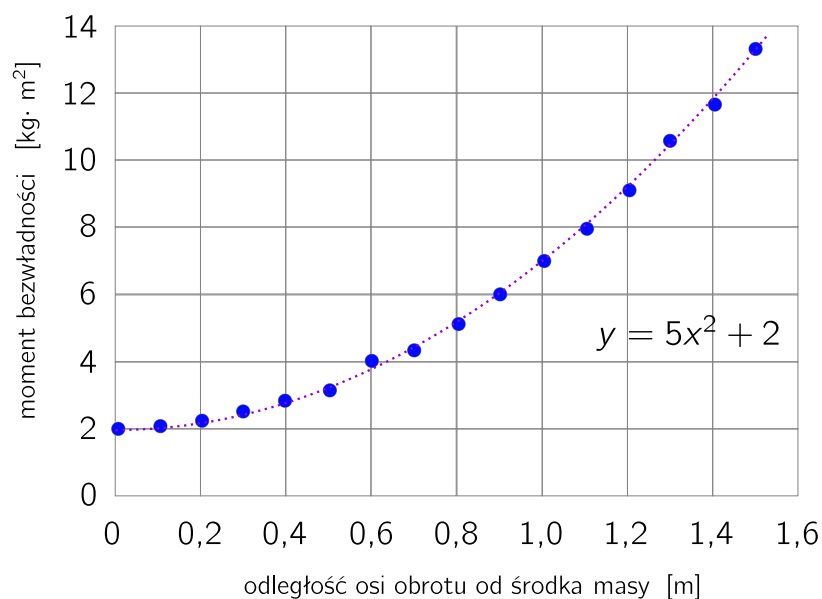
Ćwiczenie 3



Z pewnej ilości materiału odlano dwie bryły, każda o tej samej masie. Jedną z nich uformowano w kształt kuli, drugą w kształt walca o tym samym promieniu. Bryły te obracają się wokół tej samej osi znajdującej się w pewnej odległości od środka masy tych brył. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?

Moment bezwładności kuli i walca względem osi przechodzącej przez środek masy wynosi odpowiednio: $\frac{2}{5}mR^2$ oraz $\frac{1}{2}mR^2$.

- ☐ Momenty bezwładności tych brył będą takie same.
- ☐ Moment bezwładności walca będzie większy niż kuli.
- ☐ Moment bezwładności walca będzie mniejszy niż kuli.
- ☐ Bez informacji o wysokości walca nie można porównać tych momentów bezwładności.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Powyższy wykres przedstawia zależność momentu bezwładności kuli (oś pionowa) od odległości osi obrotu od jej środka masy (oś pozioma). Do przedstawionych tam danych dopasowana została krzywa drugiego stopnia (parabola), której równanie widoczne jest na wykresie. Aby podane równanie nabrało sensu fizycznego, należy zastanowić się, jakie powinny być jednostki otrzymanych współczynników.

Jaka była masa m tej kuli i jaki był jej promień R ?

☐ $m = 1 \text{ kg}, R = 1 \text{ m}$

☐ $m = 1 \text{ kg}, R = 5 \text{ m}$

☐ $m = 5 \text{ kg}, R = 1 \text{ m}$

☐ $m = 2 \text{ kg}, R = 1 \text{ m}$

Ćwiczenie 5



Moment bezwładności kuli o masie m i promieniu R wynosi $I_k = \frac{2}{5}mR^2$. Zależność momentu bezwładności tej samej kuli od jej średnicy d można wyrazić wzorem $I_k = k \cdot md^2$. Wskaż poprawną wartość liczby k .

☐ $k = \frac{8}{5}$

☐ $k = \frac{4}{5}$

☐ $k = \frac{2}{10}$

☐ $k = \frac{2}{20}$

Ćwiczenie 6



Kula o promieniu R obraca się wokół osi O' nieprzechodzącej przez jej środek masy. Moment bezwładności tej kuli jest dwukrotnie większy od momentu bezwładności względem osi O przechodzącej przez środek masy. Znajdź zależność odległości d między osiami O i O' od promienia R . Parametr(y) tej zależności podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

$d =$ R

Ćwiczenie 7



Nauczyciel pokazał Ci dwie identycznie wyglądające kule o takich samych masach, promieniach. Wiadomo też, że wykonano je różnych materiałów o różnej gęstości. Skoro masy kul są jednakowe, jedna z nich musi mieć wydrążenie (skądinąd wiadomo, że kuliste i koncentryczne z oryginalną kulą), a druga jest lita. Czy potrafisz określić, która jest która?

Ćwiczenie 8



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Momenty bezwładności walca, kuli i pręta o masach m , wokół osi O przechodzącej przez ich środek masy, wynoszą odpowiednio $\frac{1}{2}mR^2$, $\frac{2}{5}mR^2$, $\frac{1}{12}ml^2$, gdzie R to promień kuli lub walca, a l to długość pręta. Wszystkie bryły obracają się względem osi O' umieszczonej na rysunku po prawej stronie.

Uporządkuj te bryły według rosnącego momentu bezwładności.

kula



pręt



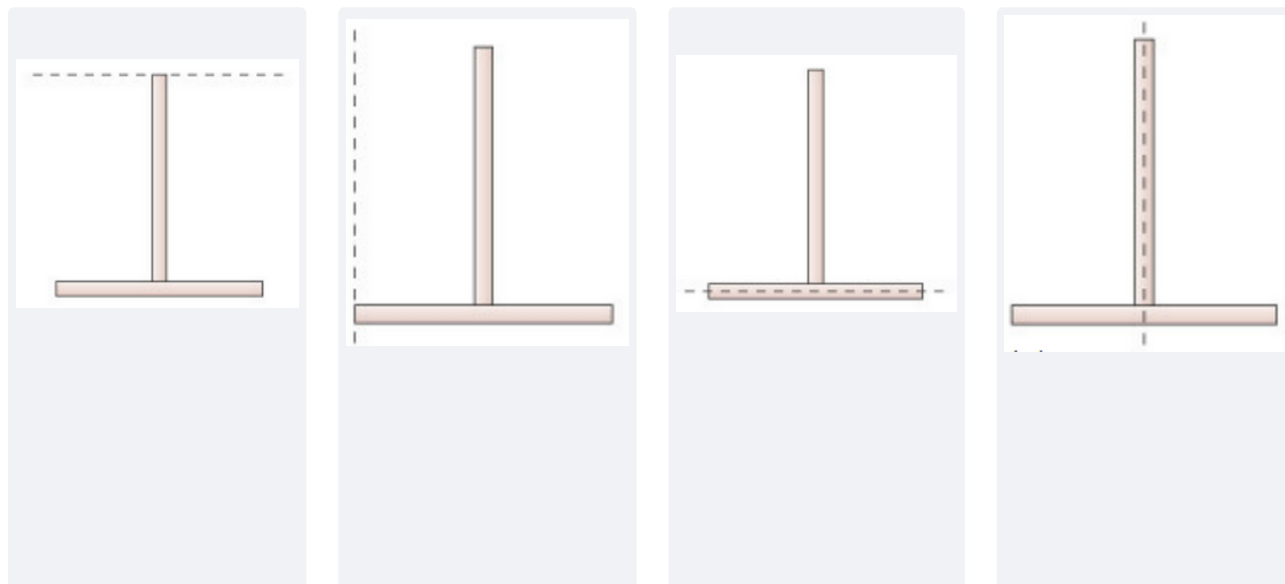
walec



Ćwiczenie 9



Cztery litery T wykonane są z jednakowych prętów o tych samych masach i długościach. Uporządkuj je wraz z malejącym momentem bezwładności względem osi oznaczonej przerywaną linią.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Dla zainteresowanych

Obejrzyj krótki filmowy zapis eksperymentu, w którym używa się siłomierza do rozkręcenia obrotowej platformy. Film jest pozbawiony komentarza; składa się z trzech scenek wstępnych oraz czwartej scenki syntetycznie ujmującej wynik eksperymentu.

Pod filmem znajdziesz podstawowe informacje o eksperymencie, stosowanych w nim nazwach oraz oznaczeniach.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1PtDq8fOxnDI>

Film "Rozkręcanie platformy obrotowej za pomocą siłomierza"

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Na filmie pokazano kolistą platformę obrotową wprowadzaną w ruch przez pociągnięcie za siłomierz zaczepiony stycznie do jej brzegu. Na platformie umieszczano w różnych miejscach stalowy walec znacznie mniejszy od rozmiarów platformy. W pierwszej części filmu walec leży pośrodku platformy tak, że osie walca i platformy pokrywają się. W drugiej części filmu walec leży w połowie odległości między środkiem i brzegiem platformy, a w trzeciej części walec leży przy brzegu platformy. W czwartej części pokazano jednocześnie obroty platformy z walcem w różnych położeniach względem środka platformy. Wyraźnie widać, że najszybciej obraca się platforma z walcem umieszczonym pośrodku, a najwolniej platforma z walcem umieszczonym przy brzegu.

- Platforma ma moment bezwładności I_p względem osi obrotu widocznej na filmie.
- Na platformie umieszczano, w trzech różnych miejscach, ten sam stalowy walec o masie m i promieniu R . Platforma wraz z walcem stanowią *układ*.
- Siłomierz naciągano za każdym razem do maksymalnego wskazania i zaczepiano stycznie do brzegu platformy.

- Po rozkręceniu tarczy, w chwili gdy wskazania siłomierza spadły do zera, był on upuszczany, by uniknąć jego wpływu na dalszy ruch platformy.
- W każdej z trzech scenek próbnych przy brzegu platformy leżał telefon komórkowy.
- W ostatniej scenie pokazano zsynchronizowany start platformy w trzech badanych sytuacjach. Choć prezentuje ona wynik eksperymentu, to telefonu w niej nie wykorzystano.

Ćwiczenie 10



Wyobraź sobie, że nauczyciel przeprowadził w klasie podobny eksperyment (lub pokazał powyższy film). Pozwalał przy tym na sporządzanie notatek i przedstawił informacje zbliżone do tych powyżej.

Następnie nauczyciel ogłosił kartkówkę, wszystkim rozdał karteczki z ośmioma poleceniami i zezwolił na korzystanie z własnych notatek z działu „Ruch bryły sztywnej”.

Wykonaj te polecenia. Korzystaj przy tym z e-materiału.

W odpowiedziach znajdziesz to, czego mógłby oczekiwać nauczyciel.

1. (1 p.) Nazwij zasadniczy parametr, który zmieniano bezpośrednio w tym eksperymencie.
2. (1 p.) Nazwij cechę układu, która ulegała zmianie w związku ze zmianą tego parametru.
3. (2 p.) Podaj matematyczne wyrażenie, opisujące zmianę tej cechy.
4. (1 p.) Wskaż widoczny w ostatniej scenie skutek zmiany cechy układu, o której mowa w poleceniach 2. oraz 3.
5. (1 p.) Podaj najbardziej prawdopodobny cel tego eksperymentu.
6. (2 p.) *Polecenie trudne - z informacji w nim zawartej możesz dalej korzystać, nawet jeśli nie potrafisz wykonać polecenia.*
Uzasadnij, że w każdym z trzech przypadków pokazanych na filmie układ ma tę samą energię kinetyczną.
7. (2 p.) Uzasadnij skutek stwierdzony w poleceniu 4.
8. (1 p.) Postaw hipotezę na temat celu umieszczenia telefonu w scenkach próbnych oraz przyczyn niewykorzystania go w scenie ostatniej.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Badanie momentu bezwładności w zależności od osi obrotu
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji. III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń: 2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. opisuje wpływ wyboru osi obrotu na momenty bezwładności brył sztywnych, 2. wyznacza eksperymentalnie moment bezwładności, 3. porównuje metody dopasowania linii (prostych i krzywych) do uzyskanych danych, 4. sprawdza stosowalność twierdzenia Steinera, 5. stosuje definicję momentu bezwładności i twierdzenie Steinera do obliczenia momentu bezwładności obiektów złożonych z kilku brył sztywnych.
Strategie i metody nauczania:	Odwrócona klasa (flipped-classroom)
Formy zajęć:	- praca indywidualna, - dyskusja grupowa.
Środki dydaktyczne:	komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Przed zajęciami uczniowie dostają polecenie zapoznania się z niniejszym e-materiałem i samodzielnego przeprowadzenia symulacji, zgodnie z poleceniami. Rozpoczynając lekcję nauczyciel sprawdza, kto wykonał pracę domową, prosi ochotników o podzielenie się informacjami o tym, jakie wnioski wyciągnęli z przeprowadzonych „pomiarów”. Nauczyciel zapisuje na tablicy treść twierdzenia Steinera.	
Faza realizacyjna:	

Nauczyciel prezentuje na projektorze treść zadania nr 4 z niniejszego e-materiału. Prosi uczniów o zapoznanie się z treścią i przedyskutowanie tego zadania w parach. Po chwili prosi kilka zespołów o zaproponowanie swojego rozwiązania. Pozostali komentują i uzupełniają je, jeśli potrzeba.

Nauczyciel zwraca uwagę, że w tym zadaniu dopasowano funkcję kwadratową, ale w symulacji dokonano linearyzacji zagadnienia (poprzez wykreślenie zależności od d^2 , a nie od d).

Uczniowie podają i objaśniają różnice pomiędzy tymi dwoma podejściami.

Nauczyciel demonstruje dopasowanie dowolnej krzywej do danych pomiarowych przy pomocy odpowiednich programów komputerowych (np. arkusza kalkulacyjnego).

Wskazuje, że odręczne dopasowanie **prostej** do punktów pomiarowych na kartce papieru jest możliwe i często uzasadnione. Prosi uczniów o skomentowanie możliwości i celowości podobnego, ręcznego dopasowania do punktów **linii krzywej** o zadanym z góry równaniu. W krótkiej dyskusji uczniowie dochodzą do wniosku, że odręczne narysowanie krzywej przechodzącej blisko punktów jest możliwe. Nie jest natomiast możliwe zapewnienie, by była ona określonego typu, np. by odpowiadała funkcji kwadratowej.

Nauczyciel stawia problem odczytu parametrów badanego układu za pomocą linii prostej (po zlinearyzowaniu) lub krzywej, dopasowanej do punktów komputerowo lub odręcznie. Uczniowie porównują te podejścia. Celem porównania jest wskazanie różnic i podobieństw, nie zaś rozstrzygnięcie, czy i które z nich jest „lepsze” czy „gorsze” od innych.

Faza podsumowująca:

Na podsumowanie zajęć nauczyciel prosi dwóch ochotników o rozwiązanie na tablicy zadań 5 i 6 z zestawu ćwiczeń.

Praca domowa:

Brak (uczniowie wykonali dużo pracy przed lekcją w ramach odwróconej klasy).

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Uczeń może również wykonać polecenia powiązane z symulacją w domu celem powtórzenia wiadomości przyswojonych na lekcji.