



## Wykorzystanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów **30**, **45**, **60** stopni w zadaniach geometrycznych

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

## Wykorzystanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30, 45, 60 stopni w zadaniach geometrycznych

Źródło: dostępny w internecie: Obraz emememy z Pixabay.



Pałac Pokoju i Pojednania, Nur-Sułtan, Kazachstan

Źródło: Ninaras, dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, licencja: CC BY-SA 4.0.

Trójkąt równoboczny jest nam pomocny przy wyprowadzaniu wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$  i  $60^\circ$ . Jednym z ciekawszych budynków, w którym



wykorzystano ten trójkąt jest Pałac Pokoju i Pojednania w stolicy Kazachstanu. Ma on kształt piramidy składającej się z pięciu kondygnacji trójkątów równobocznych. Każdy bok takiego trójkąta jest równy 12 m.

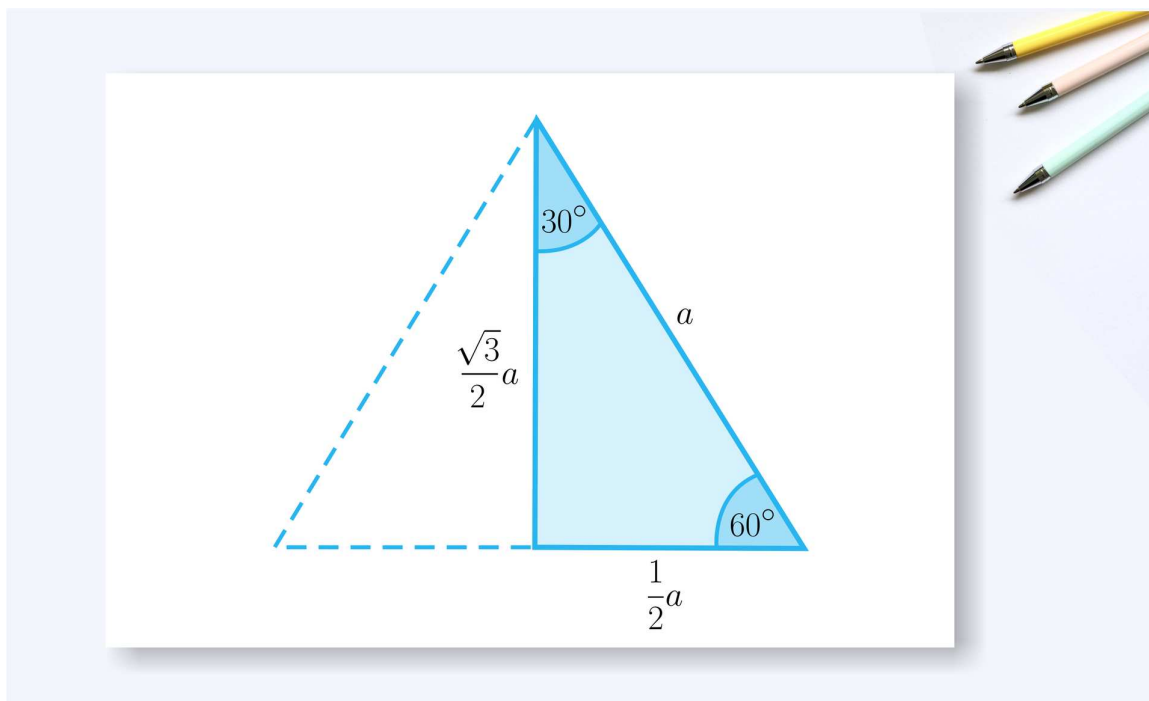
W tym materiale wykorzystamy wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  w zadaniach geometrycznych.

### Twoje cele

- Wykorzystasz wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  do rozwiązywania trójkątów.
- Zastosujesz funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

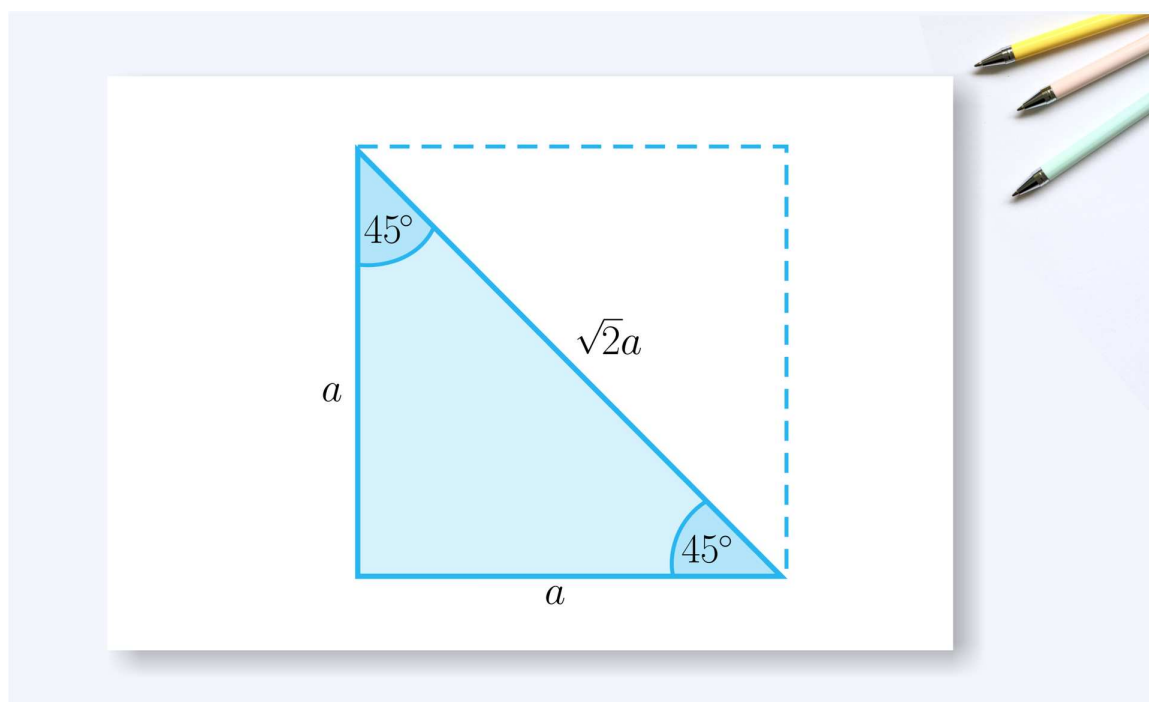
# Przeczytaj

Trójkąt prostokątny o kątach  $30^\circ$  i  $60^\circ$  jest połową trójkąta równobocznego.



Zauważmy, że przyprostokątna leżąca przy kącie  $60^\circ$  jest połową przeciwprostokątnej.

Trójkąt prostokątny o kącie  $45^\circ$  jest połową kwadratu.



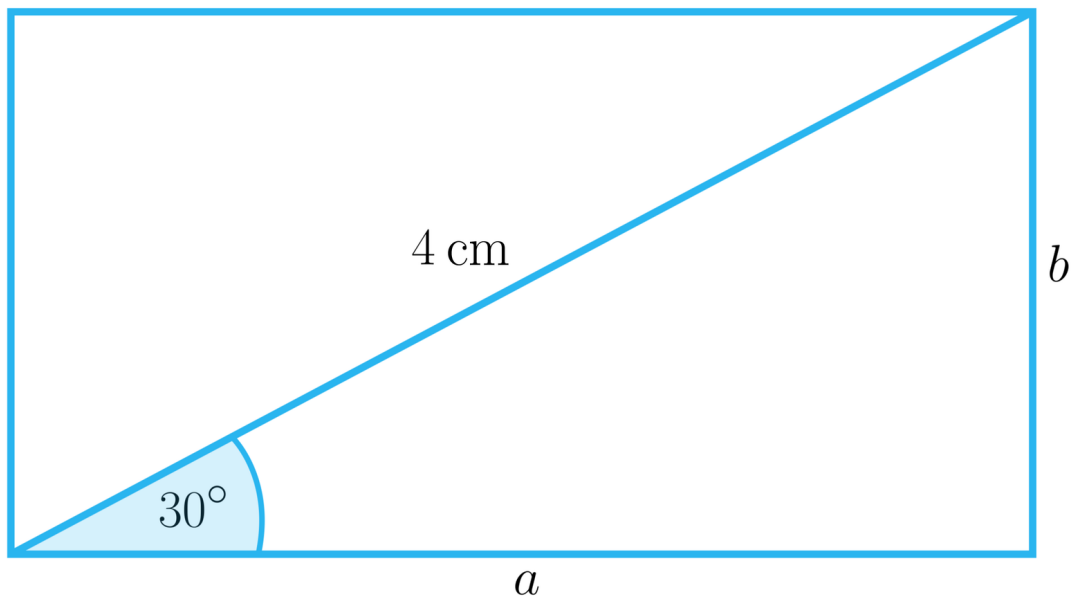
Zauważmy, że jest to trójkąt prostokątny równoramienny, czyli przyprostokątne są sobie równe.

Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  przedstawia tabela:

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

### Przykład 1

Przekątna prostokąta ma długość 4 cm i tworzy z dłuższym bokiem kąt o mierze  $30^\circ$ . Obliczmy obwód prostokąta.



Aby obliczyć obwód prostokąta, należy wyznaczyć długości jego boków. Przekątna „dzieli” prostokąt na dwa trójkąty prostokątne. Możemy zastosować więc funkcje trygonometryczne.

Bok  $a$  wyznaczmy z funkcji cosinus:

$$\cos 30^\circ = \frac{a}{4} \text{ i } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ czyli } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}, \text{ zatem } 2 \cdot a = \sqrt{3} \cdot 4, \text{ więc } a = 2\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Bok  $b$  wyznaczmy z funkcji sinus:

$$\sin 30^\circ = \frac{b}{4}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \text{ więc } \frac{1}{2} = \frac{b}{4}, b = 2 \text{ cm.}$$

Mogliśmy wyznaczyć  $b$ , wykorzystując fakt, że długość przyprostokątnej trójkąta prostokątnego leżącej naprzeciw kąta  $30^\circ$  jest połową długości przeciwprostokątnej, czyli  $b = 4 : 2 = 2$  cm.

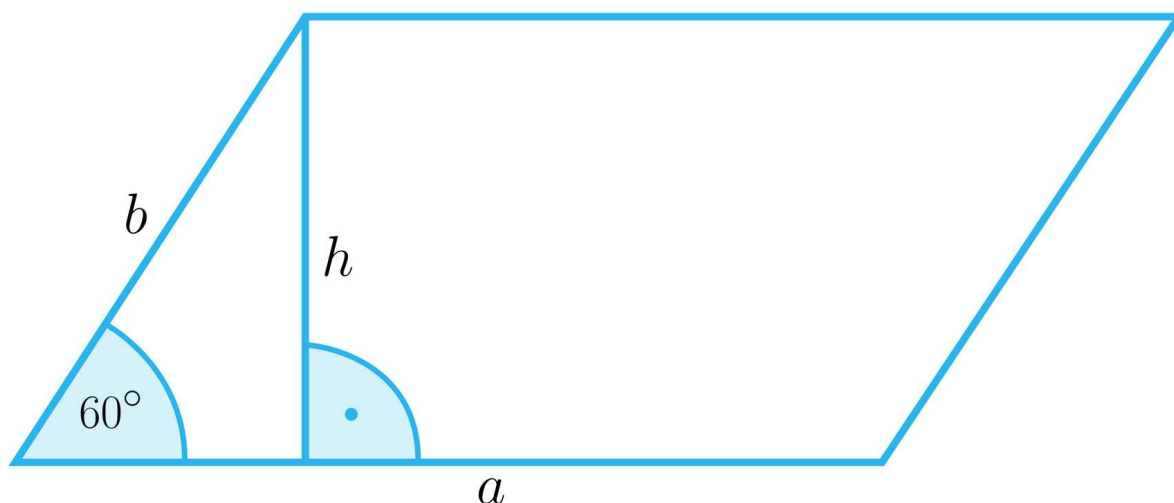
Obwód prostokąta zapisujemy za pomocą wzoru:  $L = 2a + 2b$ .

Podstawiając  $a = 2\sqrt{3}$  cm i  $b = 2$  cm, otrzymujemy  
 $L = 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2 \cdot 2 = 4\sqrt{3} + 4 = 4(\sqrt{3} + 1)$  cm.

Odp. Obwód prostokąta wynosi  $4(\sqrt{3} + 1)$  cm.

## Przykład 2

Obwód równoległoboku wynosi 60 cm. Jeden bok jest 2 razy krótszy od drugiego. Obliczymy pole tego równoległoboku, jeżeli kąt ostry ma miarę  $60^\circ$ .



Oznaczmy:

$h$  – wysokość równoległoboku,

$a, b$  – boki równoległoboku,

$L$  – obwód równoległoboku.

Z treści zadania wynika, że:  $L = 60$  cm i  $a = 2b$ .

Ze wzoru na obwód równoległoboku mamy  $L = 2a + 2b = 2 \cdot 2b + 2b = 4b + 2b = 6b$ , a ponieważ  $L = 60$ , to  $6b = 60$ , stąd  $b = 10$  cm, a ponieważ  $a = 2b$ , to  $a = 20$  cm.

Aby wyliczyć pole równoległoboku, musimy wyznaczyć jego wysokość  $h$ . Wysokość jest prostą do boku  $a$ , możemy więc skorzystać z funkcji sinus.

$\frac{h}{b} = \sin 60^\circ$  i  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , więc  $\frac{h}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , stąd  $h = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ , podstawiając  $b = 10$ , otrzymujemy  $h = \frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$  cm.

Obliczamy pole równoległoboku:  $P = ah = 20 \cdot 5\sqrt{3} = 100\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

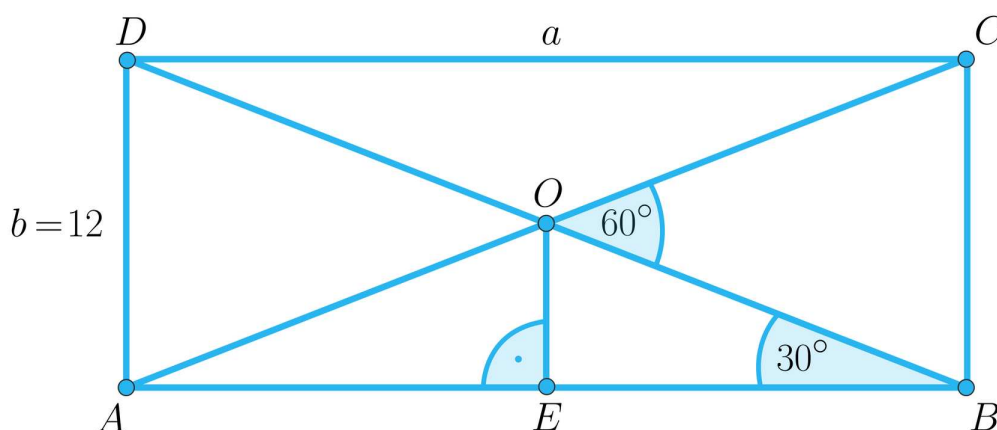
Odp. Pole równoległoboku wynosi  $100\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

### Przykład 3

Obliczymy obwód prostokąta, którego przekątne przecinają się pod kątem  $60^\circ$ , a jeden z boków jest równy 12 cm. Rozważmy dwa przypadki.

Przypadek 1 ( $b = 12$  cm):

Z rysunku wynika, że:  $\sphericalangle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ,  $\sphericalangle EOB = 120^\circ : 2 = 60^\circ$ , więc  $\sphericalangle EBO = 30^\circ$ .



$$\text{kąt } AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{kąt } EOB = 120^\circ : 2 = 60^\circ$$

$$\text{więc kąt } EBO = 30^\circ$$

Zauważmy, że:  $|AE| = |EB| = \frac{1}{2}a$ ,  $|OE| = \frac{1}{2}b = 6$  cm i kąt  $EBO$  ma miarę  $30^\circ$ . Trójkąt  $OEB$  jest prostokątny, więc korzystając z funkcji tangens wyliczmy długość boku  $a$ :

$\frac{|OE|}{|EB|} = \text{tg } 30^\circ$ , a ponieważ  $|EB| = \frac{1}{2}a$  i  $|OE| = 6$ , więc  $\frac{6}{\frac{a}{2}} = \text{tg } 30^\circ$ ,  $6 = \frac{a}{2} \cdot \text{tg } 30^\circ$  i  $\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , stąd

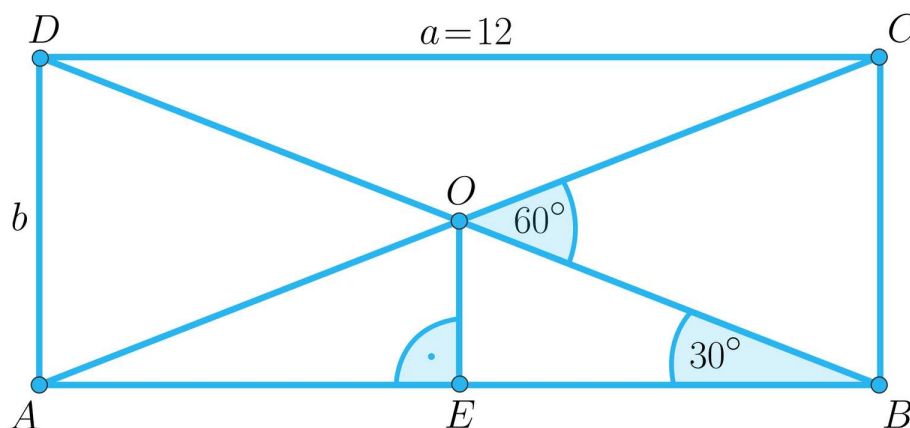
$$a = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{12 \cdot 3}{\sqrt{3}} = \frac{36}{\sqrt{3}} = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 12 \cdot \sqrt{3} \text{ cm.}$$

Ze wzoru na obwód prostokąta:  $L = 2a + 2b$  otrzymujemy

$$L = 2 \cdot 12\sqrt{3} + 2 \cdot 12 = 24\sqrt{3} + 24 = 24(\sqrt{3} + 1) \text{ cm.}$$

Odp. Obwód prostokąta wynosi  $24(\sqrt{3} + 1)$  cm.

Przypadek 2 ( $a = 12$  cm):



$$\text{kąt } AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{kąt } EOB = 120^\circ : 2 = 60^\circ$$

$$\text{więc kąt } EBO = 30^\circ$$

Z rysunku wynika, że:  $\sphericalangle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ,  $\sphericalangle EOB = 120^\circ : 2 = 60^\circ$ , więc  $\sphericalangle EBO = 30^\circ$ .

Zauważmy, że:  $|AE| = |EB| = \frac{1}{2}a = 6$  cm,  $|OE| = \frac{1}{2}b$  i kąt  $EBO$  ma miarę  $30^\circ$ . Trójkąt  $OEB$  jest prostokątny, więc korzystając z funkcji tangens wyliczymy długość boku  $b$ :

$$\frac{|OE|}{|EB|} = \text{tg } 30^\circ, |OE| = \frac{1}{2}b \text{ i } |EB| = 6, \text{ więc } \frac{\frac{b}{2}}{6} = \text{tg } 30^\circ, \frac{b}{2} = 6 \cdot \text{tg } 30^\circ, \text{ a ponieważ } \text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ to otrzymujemy } b = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Ze wzoru na obwód prostokąta  $L = 2a + 2b$  obliczamy

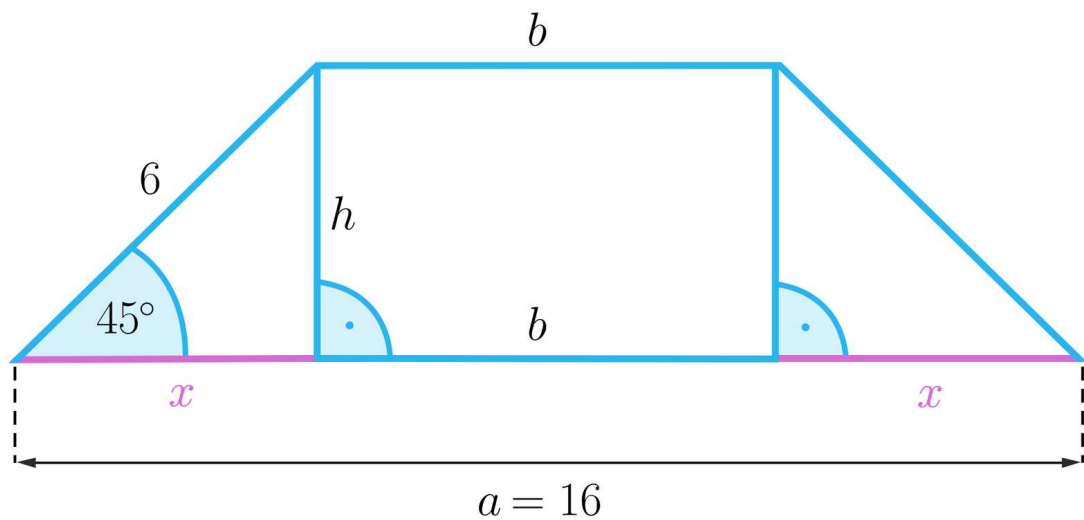
$$L = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 4\sqrt{3} = 24 + 8\sqrt{3} = 8(3 + \sqrt{3}) \text{ cm.}$$

Odp. Obwód prostokąta wynosi  $8(3 + \sqrt{3})$  cm.

#### Przykład 4

Obliczmy pole **trapezu** równoramiennego, którego dłuższa podstawa ma długość 16 cm, a ramię o długości 6 cm tworzy z podstawą kąt  $45^\circ$ .





Przyjmując oznaczenia jak na rysunku, możemy zapisać  $a = 2x + b$ , a ponieważ  $a = 16$ , to  $2x + b = 16$ .

Do wyznaczenia pola trapezu wykorzystamy wzór  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ .

Wyznamy **wysokość trapezu**  $h$ , korzystając z funkcji sinus:  $\sin 45^\circ = \frac{h}{6}$  i  $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , czyli  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{h}{6}$ ,  $2 \cdot h = \sqrt{2} \cdot 6$ , więc  $h = 3\sqrt{2}$  cm.

Aby wyznaczyć długość krótszej podstawy, musimy obliczyć długość odcinka  $x$ . W tym celu, zapisując  $\cos 45^\circ = \frac{x}{6}$  i podstawiając  $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , otrzymujemy  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{6}$ ,  $2 \cdot x = \sqrt{2} \cdot 6$ , więc  $x = 3\sqrt{2}$  cm.

Mogliśmy  $x$  wyznaczyć, wykorzystując fakt, że przyprostokątne w trójkącie prostokątnym równoramiennym są równe, więc  $x = h = 3\sqrt{2}$  cm.

Przejdźmy teraz do wyliczenia krótszej podstawy  $b$  trapezu.

Z równania  $2x + b = 16$  wyznaczamy  $b = 16 - 2x$  i podstawiając  $x = 3\sqrt{2}$ , otrzymujemy

$$b = 16 - 2 \cdot 3\sqrt{2} = 16 - 6\sqrt{2} = 2(8 - 3\sqrt{2}) \text{ cm.}$$

Wyliczone wartości  $h$  i  $b$  podstawiamy do wzoru na pole trapezu  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$ .

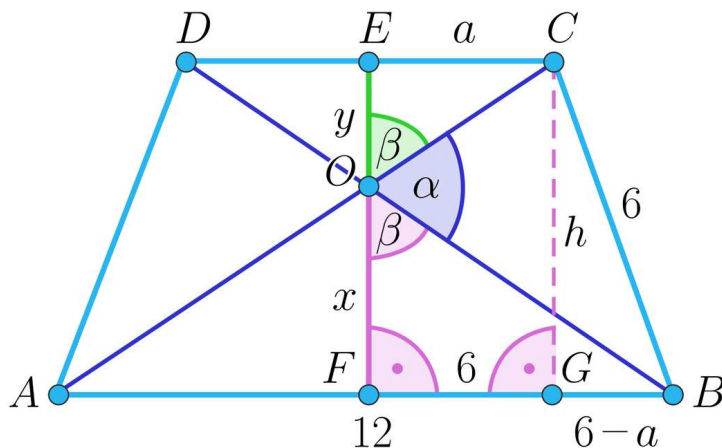
$$\begin{aligned} P &= \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{16+16-6\sqrt{2}}{2} \cdot 3\sqrt{2} = \frac{32-6\sqrt{2}}{2} \cdot 3\sqrt{2} = \\ &= \frac{2(16-3\sqrt{2})}{2} \cdot 3\sqrt{2} = (16 - 3\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{2} = 48\sqrt{2} - 18 = 18(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Odp. Pole trapezu wynosi  $18(\sqrt{2} - 1)$  cm<sup>2</sup>.

### Przykład 5

Dłuższa podstawa trapezu ma długość 12 a ramię jest 2 razy krótsze od tej podstawy. Przekątne tego trapezu przecinają się pod kątem  $60^\circ$ . Obliczmy długość drugiej podstawy tego trapezu.

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku:



Skoro  $\alpha = 60^\circ$ , to  $2\beta = 120^\circ$ , zatem  $\beta = 60^\circ$ .

W trójkącie  $FBO$ :  $\operatorname{tg} \beta = \frac{6}{x}$ , więc:  $\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{6}{x}$ , stąd:  $x = \frac{6}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ .

W trójkącie  $EOC$ :  $\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{y}$ , stąd:  $a = y \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = y\sqrt{3}$ .

Skorzystamy z tw. Pitagorasa w trójkącie  $CGB$ :

$$h^2 + (6 - a)^2 = 6^2$$

$$(x + y)^2 + (6 - y\sqrt{3})^2 = 36$$

$$(2\sqrt{3} + y)^2 + (6 - y\sqrt{3})^2 = 36$$

$$12 + 4\sqrt{3}y + y^2 + 36 - 12y\sqrt{3} + 3y^2 = 36$$

$$4y^2 - 8y\sqrt{3} + 12 = 0$$

$$(2y - 2\sqrt{3})^2 = 0$$

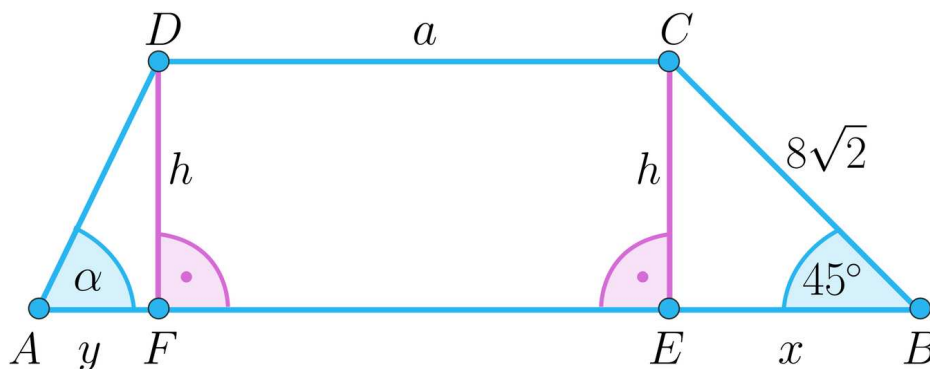
$$y = \sqrt{3}$$

Zatem:  $a = 3$ .

## Przykład 6

Dłuższe ramię trapezu ma długość  $8\sqrt{2}$  i jest nachylone do dłuższej podstawy pod kątem  $45^\circ$ . Wyznamy miarę kąta nachylenia drugiego ramienia do dłuższej podstawy, jeśli pole trapezu wynosi 96, a długości podstaw są w stosunku 1 : 3.

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku:



Obliczymy długość boku  $EB$ . W trójkącie  $CEB$ :  $\cos 45^\circ = \frac{x}{8\sqrt{2}}$ , stąd:  $x = 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8$ .

Podobnie:

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{8\sqrt{2}}, \text{ zatem: } h = 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8.$$

Z treści zadania  $|AB| = 3a$ .

Zauważmy, że:  $|AB| = y + |FE| + x$ , stąd:  $3a = y + a + 8$ , czyli:  $y = 2a - 8$ .

Skorzystamy z pola trapezu:

$$96 = \frac{a+3a}{2} \cdot 8$$

$$4a = 24$$

$$a = 6$$

$$\text{Zatem: } y = 2 \cdot 6 - 8 = 4.$$

W trójkącie  $AFD$ :  $\text{tg } \alpha = \frac{h}{y}$ , stąd:  $\text{tg } \alpha = \frac{8}{4} = 2$  i w konsekwencji  $\alpha \approx 64^\circ$ .

## Słownik

równoległobok

czworokąt, w którym przynajmniej jedna para boków jest do siebie równoległa

## **trapez**

czworokąt, w którym przynajmniej jedna para boków jest do siebie równoległa; boki równoległe nazywamy podstawami trapezu

## **wysokość trapezu**

odległość między podstawami trapezu

# Animacja

---

## Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją dotyczącą wykorzystania wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ . Następnie rozwiąż zadania i porównaj z odpowiedziami.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Do2Bjuz96>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej wykorzystania wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  stopni w zadaniach geometrycznych.

---

## Polecenie 2



Ramiona trapezu są nachylone do jego dłuższej podstawy pod kątem  $30^\circ$  i  $45^\circ$ . Krótsza podstawa ma długość  $8$  cm i jest równa wysokości  $h$  trapezu. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

## Polecenie 3

W trójkącie równoramiennym suma długości ramienia i wysokości wynosi  $6$ , a kąt przy podstawie równy jest  $30^\circ$ . Oblicz pole tego trójkąta.



# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



Pole trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej długości 16 i jednym z kątów ostrych o mierze  $60^\circ$  wynosi:

$24 + 8\sqrt{3}$

$32\sqrt{2}$

$32\sqrt{3}$

$64\sqrt{3}$

## Ćwiczenie 2



Obwód trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej 12 i jednym z kątów ostrych o mierze  $45^\circ$  wynosi:

$18 + 6\sqrt{3}$

$12 + 12\sqrt{3}$

36

$12 + 12\sqrt{2}$

### Ćwiczenie 3



Dany jest trójkąt równoramienny o ramieniu długości  $18\sqrt{3}$  i kącie między ramionami równej długości o mierze  $120^\circ$ . Oceń prawdziwość poniższych zdań.

Zdanie	Prawda	Falsz
Podstawa tego trójkąta, leżąca naprzeciw największego kąta ma długość 54.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Pole tego trójkąta wynosi $81\sqrt{3}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Wysokość tego trójkąta opuszczona na najdłuższy bok ma długość 9.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

### Ćwiczenie 4



Dany jest romb o obwodzie 24 i kącie rozwartym  $120^\circ$ . Wybierz zdania prawdziwe:

Pole tego rombu to  $18\sqrt{3}$ .

Pole tego rombu to  $36\sqrt{3}$ .

Dłuższa przekątna tego rombu ma długość  $6\sqrt{3}$ .

Krótsza przekątna tego rombu ma długość 3.

## Ćwiczenie 5



Obwód trapezu prostokątnego o krótszej podstawie 2, wysokości 8 i kącie ostrym o mierze  $45^\circ$  wynosi:

$20 + 8\sqrt{2}$

$20 + 8\sqrt{3}$

$28 + 16\sqrt{2}$

48

## Ćwiczenie 6



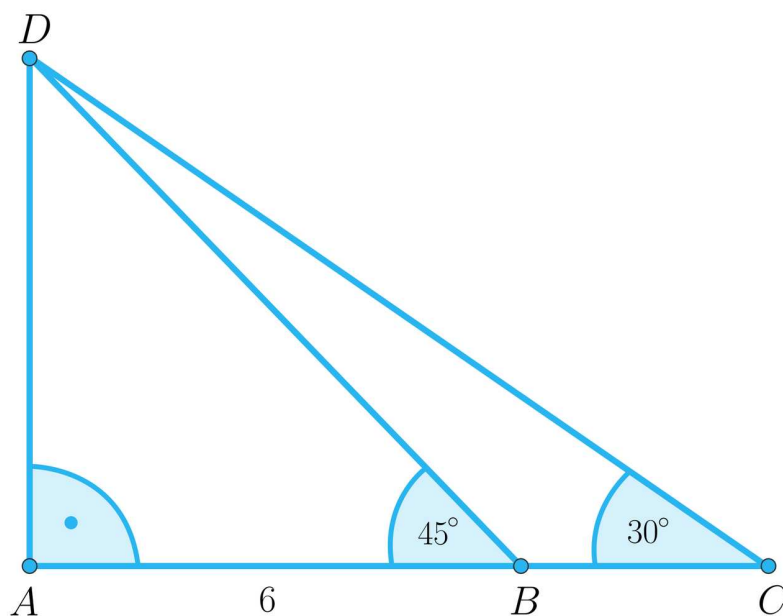
W trapezie o krótszej podstawie 4, wysokości 6 i kątach ostrych  $30^\circ$  i  $45^\circ$  prawdą jest, że:

 Dłuższe ramię ma długość 12. Pole tego trapezu ma wartość  $42 + 18\sqrt{3}$ . Dłuższa podstawa ma długość 16. Obwód tego trapezu wynosi  $26 + 12\sqrt{2}$ .

## Ćwiczenie 7



Na rysunku przedstawiono trójkąt  $ACD$ , w którym długość odcinka  $AB$  wynosi 6, kąt  $ABD$  ma miarę  $45^\circ$ , a kąt  $ACD$  ma miarę  $30^\circ$ . Uzupełnij pola odpowiednimi wartościami.

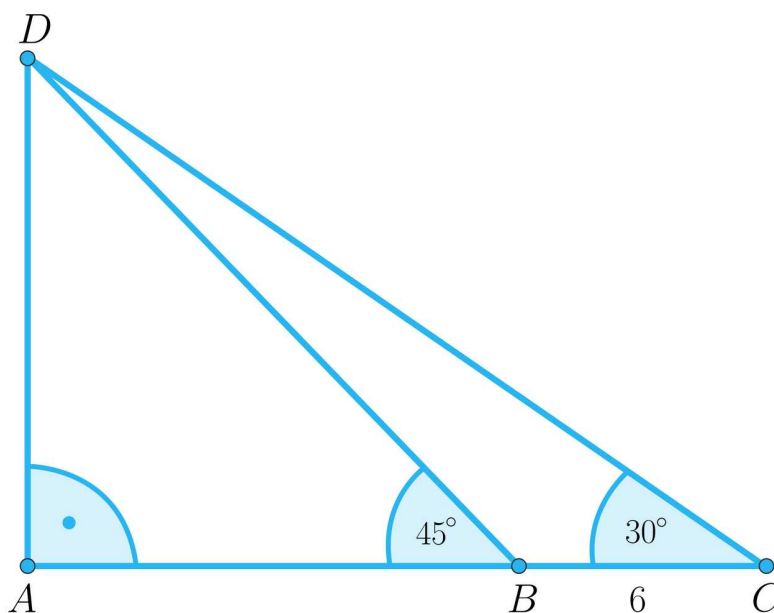


1. Długość boku  $AD$  tego trójkąta to .
2. Długość odcinka  $BC$  to  $6(\sqrt{3} - \text{})$ .
3. Długość boku  $CD$  tego trójkąta to .

## Ćwiczenie 8



Na rysunku przedstawiono trójkąt  $ACD$ , w którym długość odcinka  $BC$  wynosi 6, kąt  $ABD$  ma miarę  $45^\circ$ , a kąt  $ACD$  ma miarę  $30^\circ$ .



Wybierz zdania prawdziwe.

Długość odcinka  $DC$  to  $9 + 3\sqrt{3}$ .

Długość odcinka  $AD$  to  $3 + 3\sqrt{3}$ .

Długość odcinka  $BD$  to  $3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ .

Długość odcinka  $AB$  to  $3 + \sqrt{3}$ .



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Katarzyna Podfigurna

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat: Wykorzystanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30, 60, 45 stopni w zadaniach geometrycznych**

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum

**Podstawa programowa:**

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

VII. Trygonometria. Zakres podstawowy. Uczeń:

1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

VIII. Planimetria. Zakres podstawowy. Uczeń:

4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;

11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- wykorzystuje wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich,
- wykorzystuje wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  do obliczenia pól figur;
- analizuje zadania z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$  oraz wybiera najefektywniejszą metodę prowadzącą do ich rozwiązania.

- rozwiązuje zadania z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $60^\circ$ .

### **Strategie nauczania:**

- konstruktywizm
- konektywizm

### **Metody i techniki nauczania:**

- wykład informacyjny
- burza mózgów
- pokaz multimedialny

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna,
- praca w grupach,
- praca całego zespołu.

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z dostępem do internetu,
- projektor multimedialny,
- e-podręcznik,
- arkusze papieru, pisaki

### **Przebieg lekcji**

#### **Faza wstępna:**

- uczniowie podają definicje funkcji trygonometrycznych (zapisują je na tablicy);
- nauczyciel podaje temat i cele zajęć.

#### **Faza realizacyjna:**

- nauczyciel dzieli uczniów na 3-osobowe grupy;
- każda z grup otrzymuje zadanie polegające na analizie materiału zawartego w sekcji Przeczytaj;
- uczniowie w grupach analizują przykłady zawarte w sekcji Przeczytaj;
- nauczyciel kontroluje pracę uczniów udzielając im wskazówek;
- uczniowie oglądają animację i omawiają go wraz z nauczycielem;
- uczniowie rozwiązują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela;

#### **Faza podsumowująca:**

- wybrani uczniowie prezentują rozwiązania ćwiczeń interaktywnych wskazanych przez nauczyciela; uczniowie określają co było dla nich trudne lub niezrozumiałe a nauczyciel udziela wyjaśnień;
- nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia aktywność uczniów.

**Praca domowa:**

- Zadaniem uczniów jest wykonanie ćwiczeń interaktywnych, które nie zostały rozwiązane na lekcji.

**Materiały pomocnicze:**

- [Sinus, cosinus i tangens kąta ostrego](#)
- [Przykłady - funkcje trygonometryczne w zadaniach](#)

**Wskazówki metodyczne:**

Materiały zawarte w multimedium uczniowie mogą wykorzystać w przygotowaniu się do lekcji. Umożliwi im to wystąpienie na zajęciach w roli ekspertów.