



Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Symulacja interaktywna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem

Źródło: Matt Artz, dostępny w internecie: www.unsplash.com, domena publiczna.

Często mówi się, że dwie figury są podobne, jeśli mają ten sam kształt, ale mogą różnić się rozmiarem. Jeśli figury są podobne i mają równe rozmiary, to wtedy mówi się, że są przystające.

Powyższa definicja jest niejednoznaczna, bo nie wiadomo co to jest kształt i co to jest rozmiar. Spróbujmy zatem uściślić definicję podobieństwa.

Powiemy, że figury są przystające, jeśli w wyniku złożenia skończonej liczby przesunięć, obrotów i symetrii przekształcimy jedną figurę na drugą. Figury są podobne, gdy po zmniejszeniu lub zwiększeniu w sposób proporcjonalny jednej z nich uzyskamy figury przystające (miary odpowiednich kątów nie zmieniają się).

Podobieństwa używamy w praktyce rysując mapy czy projekty budynków. W realnym świecie spotykamy się również z jednokładnością o ujemnej skali. W ten sposób działają projektor oraz urządzenie zwane „camera obscura”. Urządzenia te wyświetlają na ekranie obraz obiektu rzeczywistego w jednokładności o skali ujemnej, więc obiekt rzeczywisty i jego obraz są figurami podobnymi.

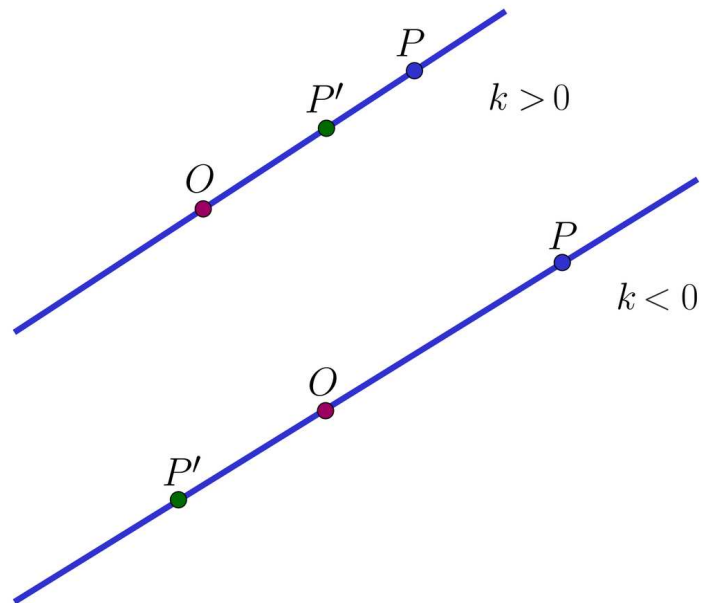
Pokażemy jak jednokładność powiązana jest z twierdzeniem Talesa, a co za tym idzie, jak twierdzenie Talesa powiążane jest z podobieństwem.

Twoje cele

- Poznasz związek podobieństwa figur z twierdzeniem Talesa i jednokładnością.
- Stosując twierdzenie Talesa udowodnisz cechy podobieństwa trójkątów.
- Poznasz jak z podobieństwa trójkątów wynika twierdzenie Talesa.
- Wyznaczysz pary trójkątów podobnych w różnych wersjach twierdzenia Talesa.
- Poznasz jak podobieństwo trapezów wykorzystuje się w perspektywie malarskiej.
- Zidentyfikujesz figury podobne w różnych zastosowaniach z wykorzystaniem twierdzenia Talesa.

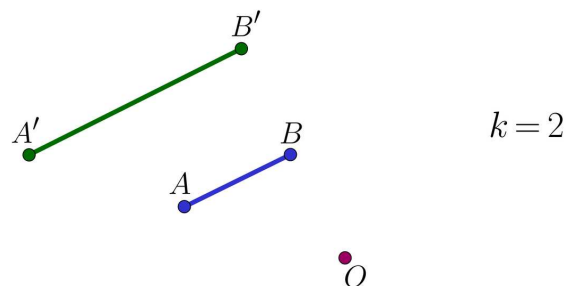
Przeczytaj

Definicja: Jednokładność



Obrazem punktu P w jednokładności o środku O i skali k jest punkt P' taki, że punkty O , P , P' są współliniowe i $|OP'| = |k| \cdot |OP|$, przy czym jeśli $k > 0$ to punkty P i P' są po tej samej stronie środka O , a jeśli $k < 0$, to punkty P i P' są po różnych stronach środka O .

Na rysunkach podane są pary figur [jednokładnych](#).



Twierdzenie: Własności jednokładności

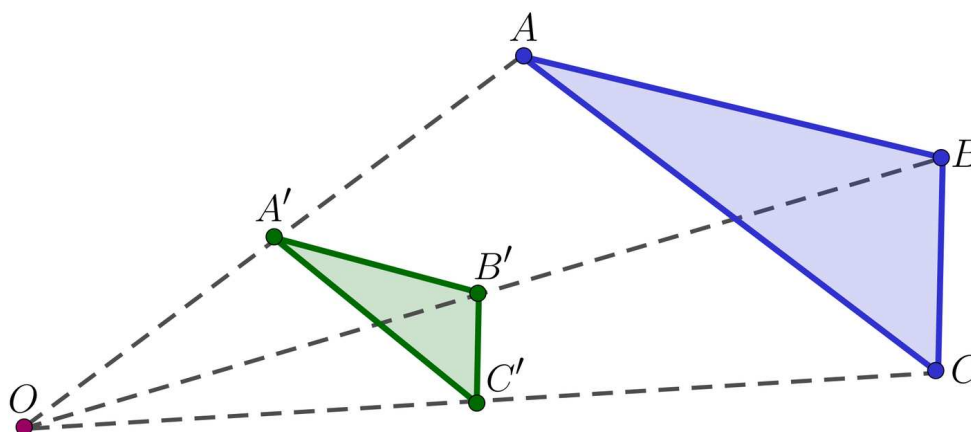
1. Jednokładność przekształca odcinek na równoległy do niego.

2. Obrazem odcinka AB w jednokładności o środku O i skali k jest odcinek $A'B'$ taki, że $|A'B'| : |AB| = |k|$, równoważnie $|A'B'| = |k| \cdot |AB|$
3. Jednokładność przekształca kąt na kąt o tej samej mierze.

Dowód

Do dowodu własności 1.–3. w przypadku, gdy $k > 0$ zastosujemy twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.

Na rysunku przedstawiony jest trójkąt ABC i jego obraz $A'B'C'$ w jednokładności o środku O i skali $k > 0$.



1. Aby pokazać własność 1. zauważmy, że $\frac{|OA|}{|OA'|} = \frac{1}{k} = \frac{|OB|}{|OB'|}$, więc na mocy odwrotnego twierdzenia Talesa $A'B' \parallel AB$.
2. Z twierdzenia Talesa $\frac{|OA|}{|AB|} = \frac{|OA'|}{|A'B'|} = \frac{k|OA|}{|A'B'|}$. Stąd $\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{k|OA|}{|OA|} = k$, co pokazuje własność 2.
3. Niech α oznacza kąt CAB , a β – kąt $C'A'B'$. Ponieważ z 1. wynika, że $A'B' \parallel AB$ oraz $A'C' \parallel AC$, to kąty $OA'B'$ i OAB są równe jako kąty odpowiadające. Również kąty $OA'C'$ i OAC są odpowiadające, więc też równe. Stąd α i β są różnicami równych kątów, więc są równe.

W przypadku, gdy $k < 0$ stosujemy analogiczne rozumowanie z wykorzystaniem uogólnienia twierdzenia Talesa.

Przykład 1

Pokażemy, że wielokąty jednokładne mają odpowiednie kąty równe oraz równe stosunki odpowiednich boków.

Rozwiązanie

Rzeczywiście, z własności 3 wynika, że kąty przekształcane są na kąty równej miary, a własność 2 mówi, że stosunki odpowiednich boków są równe skali podobieństwa, więc też równe. Oznacza to, że każde dwa wielokąty jednokładne są też podobne.

Oczywiście twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe – wielokąty, które mają równe odpowiednie kąty oraz równe stosunki odpowiednich boków nie są jednokładne o ile odpowiednie boki nie są równoległe. Ta własność odróżnia pojęcie jednokładności i podobieństwa.

Własności relacji podobieństwa

Przypomnijmy własności relacji podobieństwa:

1. Każda figura jest podobna do siebie.
2. Relacja podobieństwa jest symetryczna, to znaczy, że jeśli jedna figura jest podobna do drugiej, to druga figura jest też podobna do pierwszej.
3. Relacja podobieństwa jest przechodnia, to znaczy, jeżeli jedna figura podobna jest do drugiej, a druga figura podobna do trzeciej, to również pierwsza figura podobna jest do trzeciej.

Skala podobieństwa i jej własności

1. Jeżeli figura F_1 jest podobna do figury F_2 , to stosunki odpowiednich odcinków a_1 i a_2 w tych figurach są równe. Stosunek $k = \frac{a_1}{a_2}$ nazywamy skalą podobieństwa figury F_1 do figury F_2
2. Jeśli jedna figura jest podobna do drugiej w skali k , to druga figura jest podobna do pierwszej w skali $\frac{1}{k}$.
3. Jeśli jedna figura jest podobna do drugiej w skali k , a druga figura jest podobna do trzeciej w skali l , to pierwsza figura jest podobna do trzeciej w skali $k \cdot l$

Cechy podobieństwa trójkątów

W tej części przypomnimy [cechy podobieństwa trójkątów](#). Zauważmy, że z własności jednokładności wynika, że jeśli dwa trójkąty są jednokładne, to boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego trójkąta (własność jednokładności) oraz miary kątów jednego trójkąta są równe miarom kątów drugiego trójkąta, jak również, dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich dwóch boków drugiego trójkąta, a kąty między nimi zawarte mają równe miary.

Cechy podobieństwa trójkątów, to warunki konieczne i wystarczające na to, aby dwa trójkąty były podobne. Znane są trzy cechy podobieństwa trójkątów.

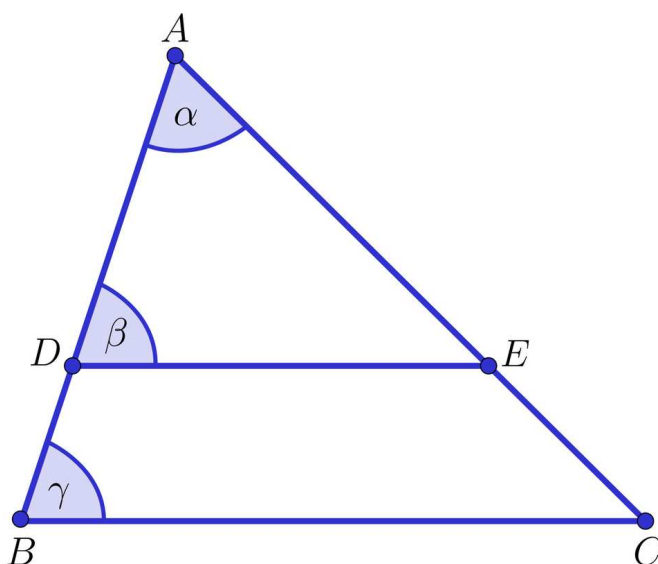
1. **bok – bok – bok (bbb)** jeżeli boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne.
2. **kąt – kąt – kąt (kkk)**: jeżeli miary dwóch kątów jednego trójkąta są równe miarom dwóch kątów drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne.
3. **bok – kąt – bok (bkb)**: jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich dwóch boków drugiego trójkąta, a kąty między nimi zawarte mają równe miary, to trójkąty są podobne.

Przykład 2

Pokażemy, że jeśli punkty D , E leżą na bokach trójkąta ABC tak, że odcinek DE jest równoległy do boku BC to trójkąty ABC i ADE są jednokładne.

Rozwiązanie

Popatrzmy na rysunek.

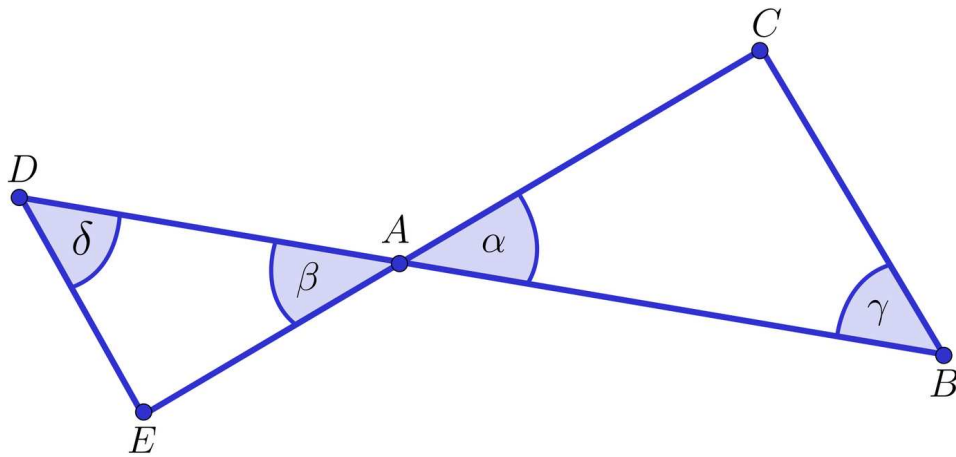


Trójkąty ABC i ADE mają wspólny kąt α . Poza tym kąty β i γ są równe jako kąty odpowiadające.

Zatem spełniona jest cecha podobieństwa **kkk**, a stąd trójkąty ABC i ADE są podobne. Ponadto proste DE i BC , AD i AB oraz AE i AC są równoległe, więc rozważane trójkąty są też jednokładne.

Przykład 3

Na rysunku przedstawiono dwa trójkąty ABC i ADE , które mają wspólny wierzchołek A , wierzchołki A , B , D i wierzchołki A , C , E są **współliniowe** oraz boki BC i DE są równoległe.



Pokażemy, że trójkąty ABC i ADE są podobne.

Rozwiązanie

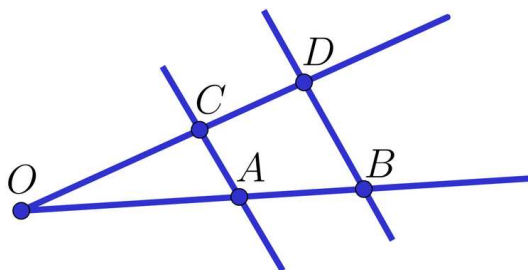
Skorzystamy z cechy podobieństwa **kkk**. Po pierwsze, kąty α , β są równe jako kąty wierzchołkowe. Po drugie, kąty γ i δ są równe jako kąty naprzemianległe.

Zatem spełniona jest cecha **kkk**, a stąd trójkąty ABC i ADE są podobne. Ponadto odpowiadające sobie boki w obu trójkątach są równoległe, co oznacza, że trójkąty są jednokładne

Twierdzenie Talesa wynika z podobieństwa trójkątów

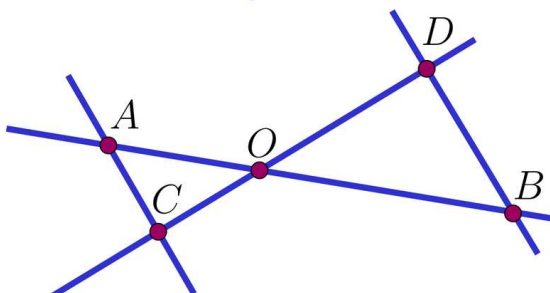
Popatrzmy na dwie wersje twierdzenia Talesa.

Jeżeli proste CA i DB są równoległe, to prawdziwe są następujące równości:



Twierdzenie Talesa

$$|OC|:|OD|=|OA|:|OB|$$



Uogólnione Twierdzenie Talesa

$$|OC|:|OD|=|OA|:|OB|$$

W przykładzie 2 pokazaliśmy, że trójkąty OAC i OBD w wersji podstawowej twierdzenia Talesa są jednokładne. Natomiast w przykładzie 3 pokazaliśmy, że trójkąty OAC i OBD w wersji uogólnionej twierdzenia Talesa są jednokładne.

W takim razie stosunki odpowiednich boków są równe, w szczególności $|OC| : |OD| = |OA| : |OB|$ w obu wersjach twierdzenia Talesa, co dowodzi tych twierdzeń. Stąd też mamy wniosek, że $|OC| : |OD| = |OA| : |OB| = |AC| : |BD|$.

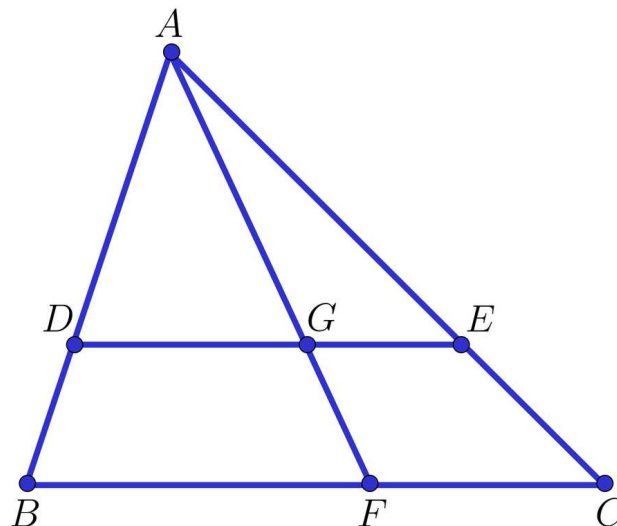
Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa wynika z podobieństwa trójkątów

Przy oznaczeniach z rysunku do Twierdzenia Talesa załóżmy, że $|OC| : |OD| = |OA| : |OB|$. Ponieważ trójkąty OAC i OBD mają równe kąty przy wierzchołku O , to z cechy **kk** wynika ich podobieństwo. Stąd kąt przy wierzchołku D jest równy kątowi przy wierzchołku C , a to dowodzi równoległości odcinków DB i AC .

Przykład 4

Na przedstawionym rysunku odcinki $DE \parallel BC$. Z twierdzenia Talesa wynika również, że

1. Trójkąty AGE i AFC są podobne
2. Trójkąty ADG i ABF są podobne
3. Trójkąty ADE i ABC są podobne



Wyznamy długości odcinków GE i DG mając dane długości: $|AE| = 15$, $|EC| = 9$, $|FC| = 6$, $|BF| = 24$.

Rozwiązanie

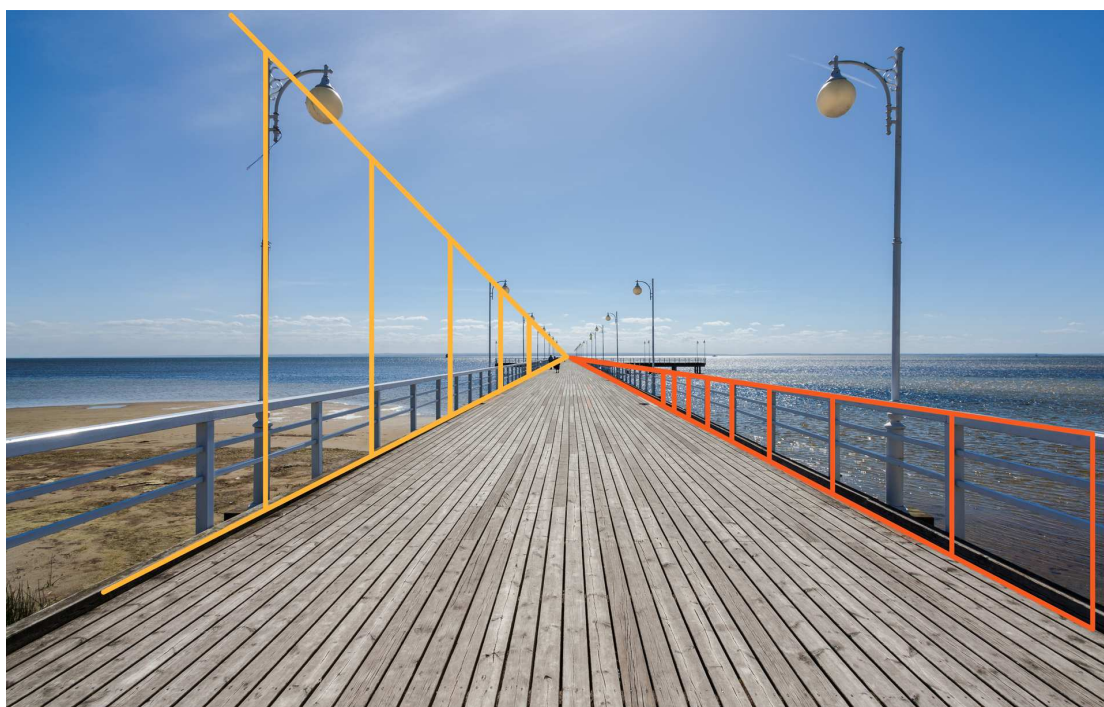
$$|GE| = \frac{|FC| \cdot |AE|}{|AC|} = \frac{15 \cdot 6}{15 + 9} = 3,75$$

$$|DE| = \frac{|BC| \cdot |AE|}{|AC|} = \frac{(24+6) \cdot 15}{15+9} = 18,75$$

$$|DG| = |DE| - |GE| = 15$$

Perspektywa w malarstwie

Perspektywa w malarstwie to sposób uzyskania wrażenia głębi na płaskim rysunku. Linie poziome zbiegają się na horyzoncie a linie pionowe zmniejszają się proporcjonalnie do odległości, ale pozostają równoległe. Główną zasadą perspektywy jest to, że pionowe obiekty równej wysokości i równooddalone od siebie przekształca na [trapezy podobne](#).

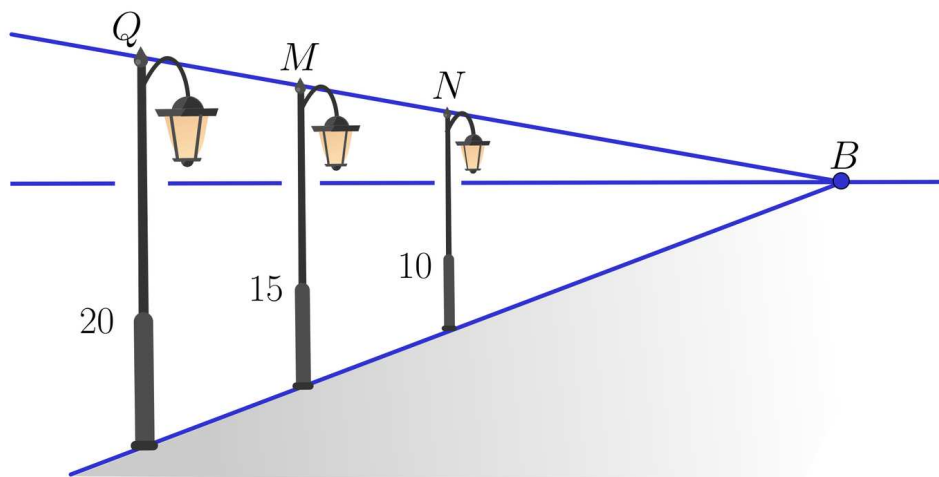


Na obrazie przedstawiona jest fotografia moła w Juracie wraz z zaznaczonymi przykładowymi liniami zbiegającymi się na horyzoncie i odcinkami równoległymi

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, licencja: CC BY-SA 3.0.

Przykład 5

Rysunek został wykonany w zgodzie z regułami perspektywy. Latarnie Q , M , N przedstawione na rysunku, mają w rzeczywistości równe wysokości.



Pokażemy, że w rzeczywistości odległość między latarniami Q i M jest inna niż między M i N .

Niech Q' , M' , N' oznaczają punkty przy podstawie latarni. Gdyby odległości między latarniami Q i M oraz M i N były równe, to trapezy $Q'QMM'$ oraz $M'MNN'$ byłyby podobne. Wtedy stosunki odpowiednich boków, w szczególności podstaw byłyby równe.

Obliczmy $\frac{|Q'Q|}{|M'M|} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$, $\frac{|M'M|}{|N'N|} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$. Te stosunki nie są równe, więc w rzeczywistości odległość między latarniami Q i M jest inna niż między M i N .

Założmy, że w rzeczywistości przed latarnią Q stoi latarnia R tej samej wysokości, w tej samej linii co latarnie Q i M oraz taka, że odległości między Q , R i Q , M są równe.

1. Wyznamy wysokość obrazu latarni R .

Stosując analogiczne oznaczenia wyznaczymy długość odcinka RR' w oparciu o podobieństwo trapezów $Q'QMM'$ oraz $R'QMM'$.

$$\frac{|Q'Q|}{|M'M|} = \frac{|R'R|}{|Q'Q|}, \text{ stąd } |R'R| = \frac{|Q'Q|^2}{|M'M|} = \frac{20 \cdot 20}{15} = \frac{80}{3} = 26 \frac{2}{3}$$

2. Wyznamy długość odcinków RQ , QM i MN przyjmując, że na rysunku odcinek BN ma długość 30.

Z twierdzenia Talesa $\frac{|BN|}{10} = \frac{|BM|}{15} = \frac{|BQ|}{20} = \frac{3|BR|}{80}$. Stąd $|BR| = \frac{80|BN|}{30}$, $|BQ| = \frac{20|BN|}{10}$.

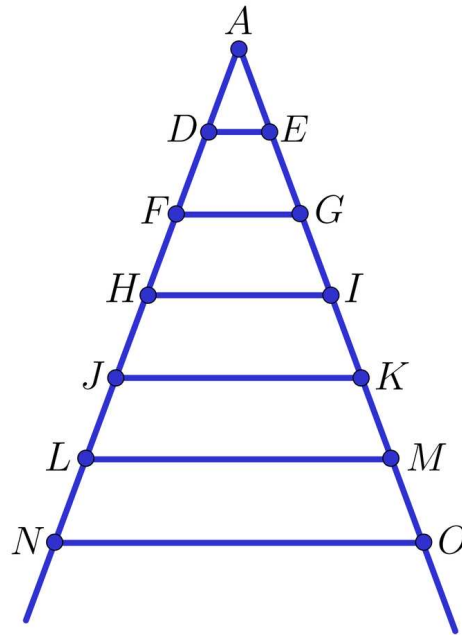
Zatem $|QR| = |BR| - |BQ| = \left(\frac{8}{3} - 2\right)|BN| = \frac{2 \cdot 30}{3} = 20$.

Wtedy $|BM| = |BN| + |MN| = \frac{15 \cdot |BN|}{10}$. Stąd $|MN| = \frac{15 \cdot |BN|}{10} - |BN| = \frac{1}{2}|BN| = 15$.

Podobnie, $|MQ| = \frac{20|BN|}{10} - |BN| - |MN| = 2|BN| - |BN| - \frac{1}{2}|BN| = \frac{1}{2}|BN| = 15$.

Przykład 6

Na szczeblach drabiny położono poziomo deski w równych odległościach jak na rysunku.



Pokażemy, że wszystkie trójkąty o wierzchołku A są podobne do trójkąta ADE .

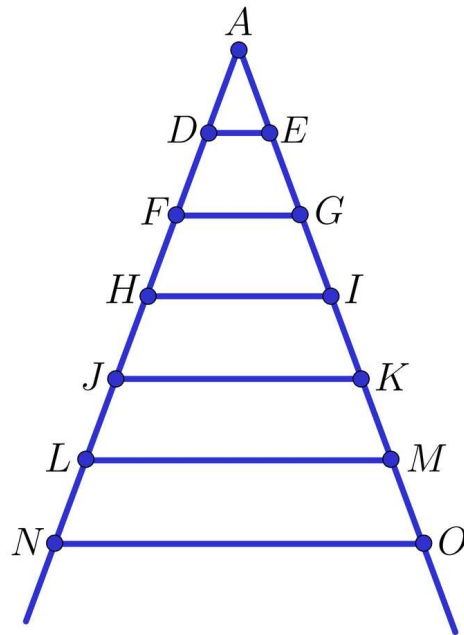
Rozwiązanie

Rzeczywiście, wszystkie odcinki (deski drabiny) są równoległe do siebie, więc z twierdzenia Talesa każdy z trójkątów o wierzchołku A jest podobny do trójkąta ADE .

Dla zainteresowanych

Spośród trapezów utworzonych na drabinie wybierzemy trapez podobny do trapezu $EDHI$.

Zakładamy, że drabina tworzy trójkąt równoramienny, więc wszystkie trapezy są równoramienne oraz odcinki AN i AO są równe i każdy z nich jest podzielony na 6 równych odcinków długości x . Niech y oznacza długość odcinka DE . Wtedy z twierdzenia Talesa $|FG| = 2y$, $|HI| = 3y$ itd., więc każdy odcinek poziomy ma długość my , gdzie $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.



Z własności prostych równoległych, wszystkie trapezy na rysunku mają odpowiednie kąty równe. Wystarczy więc sprawdzić warunek, że stosunki odpowiednich boków są równe.

Jeśli trapez $XYZT$ jest podobny do trapezu $EDHI$, to istnieje k takie, że

$$|XY| = k|DE| = ky, |ZT| = k|HI| = 3ky, |XZ| = k|DH| = 2kx$$

Z drugiej strony, krótsza podstawa $|XY| = ky = my$, gdzie $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, więc $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Jeśli $k = 1$, to dostajemy trapez $EDHI$. Jeśli $k = 2$, to $|ZT| = 6y$ i wtedy dostajemy trapez $FGNO$. Trzeba jeszcze sprawdzić ramiona tego trapezu:

$$|FN| = 4x = 2 \cdot 2x = 2kx.$$

Pokazaliśmy, że trapez $FGNO$ jest podobny do trapezu $EDHI$.

Innych trapezów podobnych nie ma, bo jeśli $k > 2$, to $3k > 6$, a odcinka poziomego takiej długości nie ma na rysunku.

Słownik

jednokładność

o środku O i skali $k \neq 0$ jest to przekształcenie płaszczyzny, które dowolnemu punktowi P przyporządkowuje taki punkt P' , że $|OP| = |k| \cdot |OP'|$

cechy podobieństwa trójkątów

warunki konieczne i wystarczające na to, aby dwa trójkąty były podobne

cecha podobieństwa bok – bok – bok

jeżeli boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne

cecha podobieństwa kąt – kąt – kąt

jeżeli miary dwóch kątów jednego trójkąta są równe miarom dwóch kątów drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne

cecha podobieństwa bok – kąt – bok

jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich dwóch boków drugiego trójkąta, a kąty między nimi zawarte są przystające, to trójkąty są podobne

cechy przystawiania trójkątów

to warunki konieczne i wystarczające na to, aby dwa trójkąty były przystające

cecha przystawiania bok-bok-bok

przystawianie odpowiednich boków

cecha przystawiania bok-kąt-bok

przystawianie dwóch boków i kąta między nimi

cecha przystawiania kąt-bok-kąt

przystawianie dwóch kątów i boku będącego ramionami kątów

cecha przystawiania bok-bok-kąt

przystawianie dwóch boków i kąta naprzeciw dłuższego z nich

cecha przystawiania bok-kąt-kąt

przystawianie dwóch kątów i boku leżącego naprzeciw wskazanego spośród nich

trapez

czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych

równoległobok

czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych

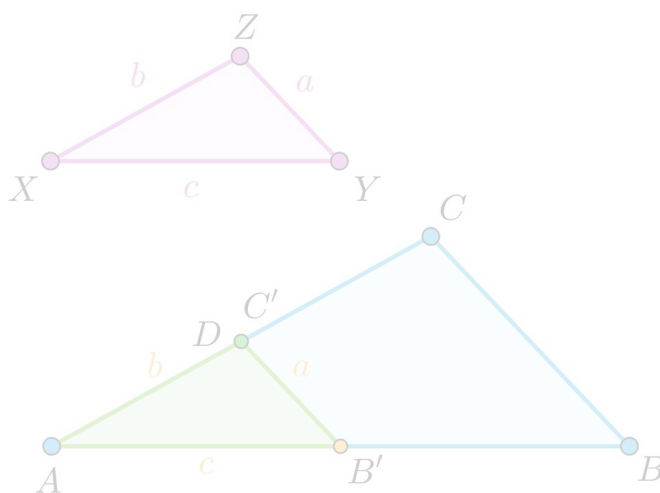
punkty współliniowe

co najmniej 3 punkty, które leżą na jednej prostej

Symulacja interaktywna

Polecenie 1

1. Trójkąt ABC ma boki długości 20, 15, 10.
2. Na trójkącie ABC zobaczysz trójkąt $AB'C'$, który jest obrazem trójkąta ABC w jednokładności o środku A i skali $k = \frac{c}{20}$ oraz trójkąt $AB'D$, który jest trójkątem przystającym do trójkąta XYZ .
3. Poruszaj suwakami, aby podać wartości a , b , c odpowiadające długościom boków trójkąta XYZ .
4. Obserwuj, jak zmienia się położenie trójkąta $AB'D$ w stosunku do trójkątów ABC i $AB'C'$.
5. Obserwuj wartości stosunków odpowiednich boków i wynikające z nich podobieństwo trójkątów ABC i $AB'D$.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dw2vBIWBU>

Polecenie 2




Wskaż poprawne odpowiedzi.

Zaznacz prawidłową odpowiedź. Jeśli trójkąty XYZ i ABC są podobne, to trójkąty XYZ i $AB'C'$

nie są przystające.

są przystające.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



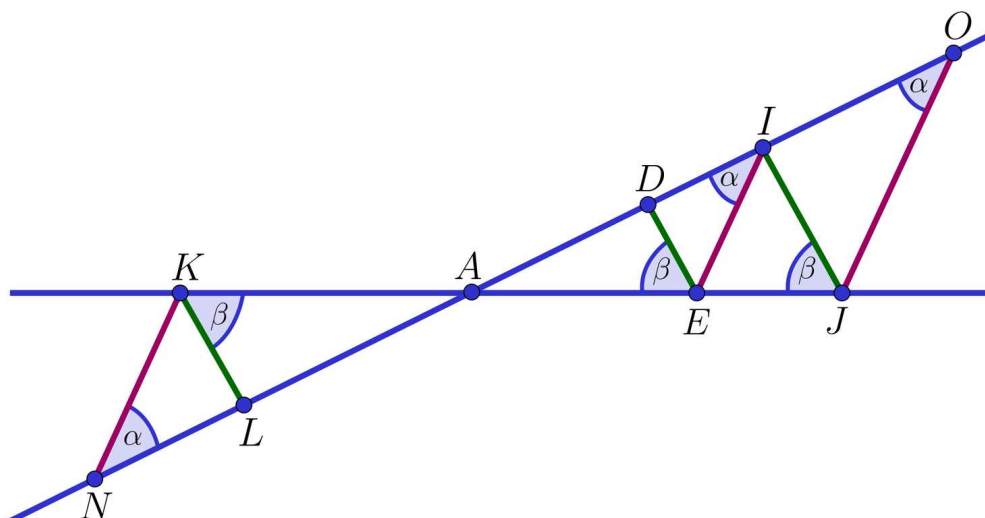
Oceń prawdziwość stwierdzeń. Przy każdym zdaniu zaznacz Prawda lub Fałsz.

	Prawda	Fałsz
Każde dwa kwadraty są podobne	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Każde dwa trójkąty są podobne	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Każde dwa trójkąty równoboczne są podobne	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Każde dwa prostokąty są podobne	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Każde dwa okręgi są podobne	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ćwiczenie 2



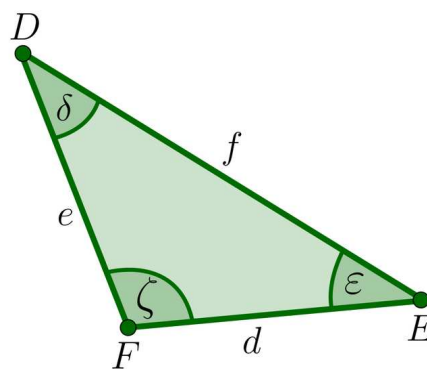
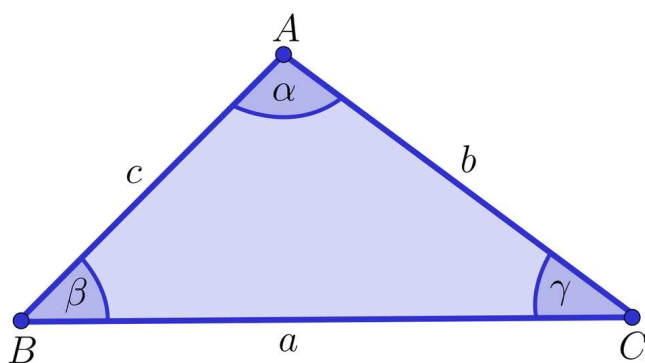
Na podstawie rysunku uzupełnij luki w poniższych zdaniach.



Ćwiczenie 3



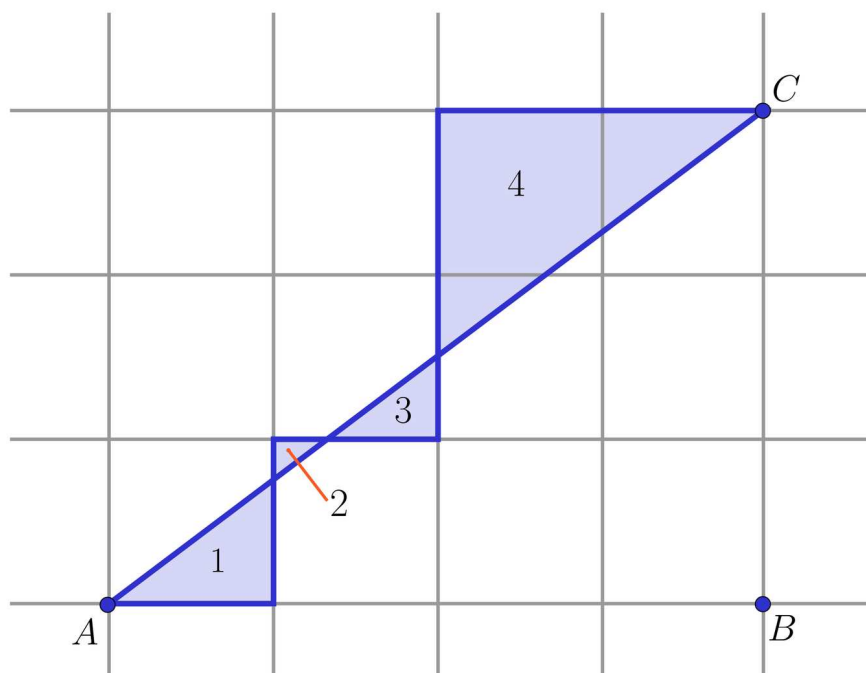
Na rysunku przedstawione są dwa trójkąty, w których kąty γ i δ mają równe miary. Ponadto, a jest najdłuższym bokiem w trójkącie ABC , a f jest najdłuższym bokiem w trójkącie DEF .



Ćwiczenie 4



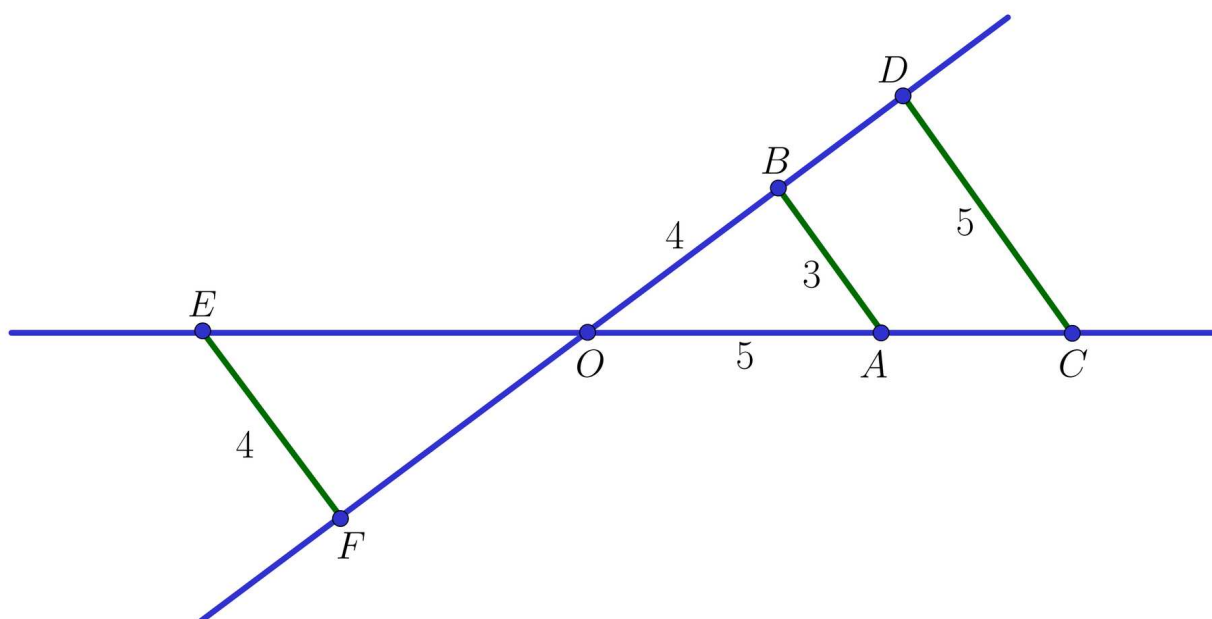
Pokaż, że trójkąty 1, 2, 3, 4 na rysunku są podobne do trójkąta ABC .



Ćwiczenie 5



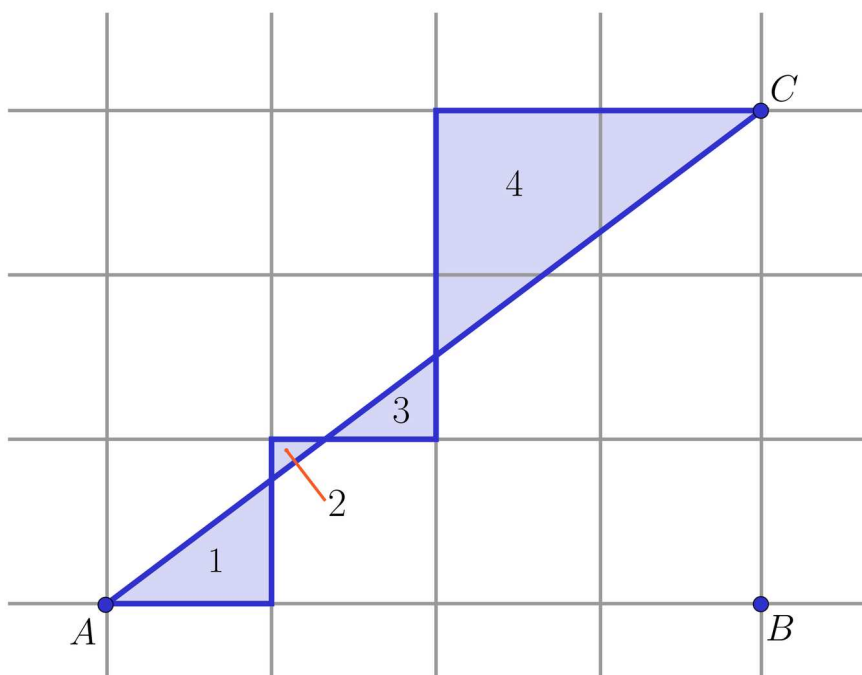
Na rysunku poniżej odcinki AB , CD i EF są równoległe oraz podane są długości wybranych odcinków.



Ćwiczenie 6



Dla każdego z trójkątów 1, 2, 3, 4 z rysunku poniżej wyznacz w jakiej skali jest on podobny do trójkąta ABC .



Ćwiczenie 7



Działka budowlana o powierzchni 1025 m^2 ma kształt trapezu o podstawach 32 m i 50 m . Działkę tę podzielono prostą równoległą do podstaw trapezu na dwie działki będące trapezami podobnymi. Oblicz pole każdej z nowo powstałych działek.

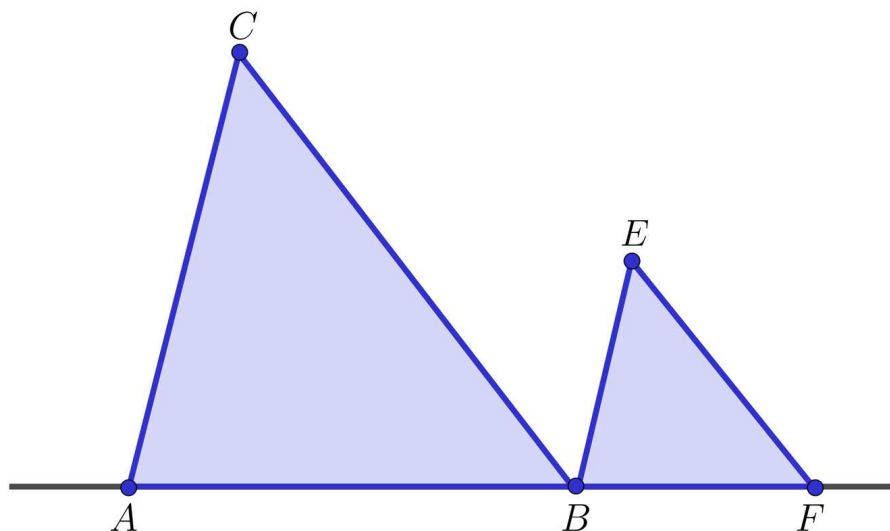
Ćwiczenie 8



Punkty A, B, F na rysunku są współliniowe oraz $AC \parallel BE, BC \parallel FE$.

Pola trójkątów ABC i BEF są równe odpowiednio S i P .

Wyznacz pole trójkąta CBE .



Dla nauczyciela

Autor: Bożena Staruch

Przedmiot: Matematyka

Temat: Związek twierdzenia Talesa z podobieństwem

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres podstawowy. Uczeń:

4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;

7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;

8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;

9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;

11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;

12) przeprowadza dowody geometryczne.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- definiuje podobieństwo figur w oparciu o przekształcenie w jednokładności w danej skali,
- stosuje cechy podobieństwa trójkątów oraz cechy przystawania trójkątów,

- zna i stosuje własności relacji podobieństwa,
- formułuje twierdzenie Talesa w różnych wersjach i znajduje trójkąty podobne,
- wyprowadza cechy podobieństwa z twierdzenia Talesa,
- dowodzi twierdzenie Talesa na podstawie podobieństwa trójkątów,
- poznaje zastosowanie podobieństwa trapezów w perspektywie malarskiej,
- rozpoznaje trapezy podobne,
- stosuje własności podobieństwa w danej skali do obliczania stosunku pól figur podobnych,
- wykorzystuje związek twierdzenia Talesa z podobieństwem w rozwiązywaniu zadań

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- konektywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca
- dyskusja
- praca z interaktywną aplikacją

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń lub para uczniów miała do dyspozycji komputer; lekcję tę można przeprowadzić, mając do dyspozycji jeden komputer z rzutnikiem multimedialnym

Przebieg zajęć:

Faza wstępna:

1. Nauczyciel inicjuje dyskusję na temat definicji figur podobnych – związek z jednokładnością i przystawaniem.
2. Uczniowie przypominają twierdzenie Talesa w różnych wersjach.
3. Nauczyciel podaje temat lekcji, uczniowie formułują kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel przypomina pojęcie jednokładności w danej skali i jej związek z podobieństwem w danej skali.
2. Uczniowie formułują cechy podobieństwa trójkątów.

3. Nauczyciel z pomocą uczniów przypomina własności relacji podobieństwa.
4. Uczniowie analizują dowód twierdzenia Talesa przy założeniu, prawdziwości cech podobieństwa trójkątów.
5. Nauczyciel omawia własności perspektywy malarskiej i jej związek z twierdzeniem Talesa i podobieństwem trapezów.
6. Uczniowie wykorzystują symulację interaktywną do utrwalenia definicji podobieństwa z wykorzystaniem jednokładności i twierdzenia Talesa.

Faza podsumowująca:

1. Uczniowie sprawdzają nabyte umiejętności i wiedzę rozwiązując ćwiczenia interaktywne w sekcji „Sprawdź się”.
2. Nauczyciel podsumowuje lekcję zwracając uwagę na mocne i słabe strony pracy uczniów.

Praca domowa

Uczeń rysuje dwa n -kąty foremne (można przydzielić różne n różnym uczniom w zależności od ich umiejętności). Wyznacza skalę podobieństwa, a następnie przekształca jeden z nich w jednokładności, tak by obraz tego wielokąta i drugi wielokąt były przystające.

Materiały pomocnicze:

[Podobieństwo figur](#)

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać symulację na lekcji o trójkątach podobnych.