

Dzielenie ułamków zwykłych

Materiał zawiera:

- ćwiczenie interaktywne wprowadzające pojęcie odwrotności ułamka,
- definicja odwrotności liczby,
- ćwiczenia interaktywne na obliczanie odwrotności liczb naturalnych, ułamków i liczb mieszanych.

Materiał zawiera:

- ćwiczenie interaktywne na zapisywanie wyników dzielenia liczb naturalnych w postaci ułamków,
- reguły, ilustrowane zdjęciami - dzielenia liczby naturalnej przez ułamek i przez liczbę mieszaną,
- ćwiczenia interaktywne na dzielenie liczb naturalnych przez ułamki,
- ćwiczenie interaktywne na dzielenie liczb naturalnych przez liczby mieszane.

Materiał zawiera:

- przykład i regułę ilustrowaną zdjęciem, pokazujące sposób dzielenia ułamków zwykłych,
- ćwiczenia interaktywne na dzielenie ułamków,
- przykład obudowany animacją pokazujący sposób dzielenia ułamków w kontekście realistycznym,
- ćwiczenia interaktywne na dzielenie ułamków zwykłych.

Dzielenie ułamków zwykłych

Dzielenie przez ułamek

Dzielenie ułamków zwykłych nieznacznie różni się od dzielenia ułamka przez liczbę naturalną. Jak podzielić liczbę naturalną przez ułamek? Albo ułamek przez ułamek?

Jak wykonać dzielenia typu: $1 : \frac{1}{4}$ czy $\frac{5}{6} : \frac{1}{3}$?

Przyjrzyjmy się poniższym ćwiczeniom.

Ćwiczenie 1



Wstaw w licznik i mianownik ułamka jak najmniejsze liczby tak, by otrzymany iloczyn był zawsze równy 1. Uzupełnij luki, przeciągając odpowiednie odpowiedzi lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \frac{2}{5} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet \frac{3}{4} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet \frac{3}{8} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 1\frac{1}{6} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 2\frac{7}{9} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 3\frac{3}{8} \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 7 \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 8 \cdot \boxed{} = 1$$

$$\bullet 3 \cdot \boxed{} = 1$$

$\frac{8}{27}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{3}$
----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

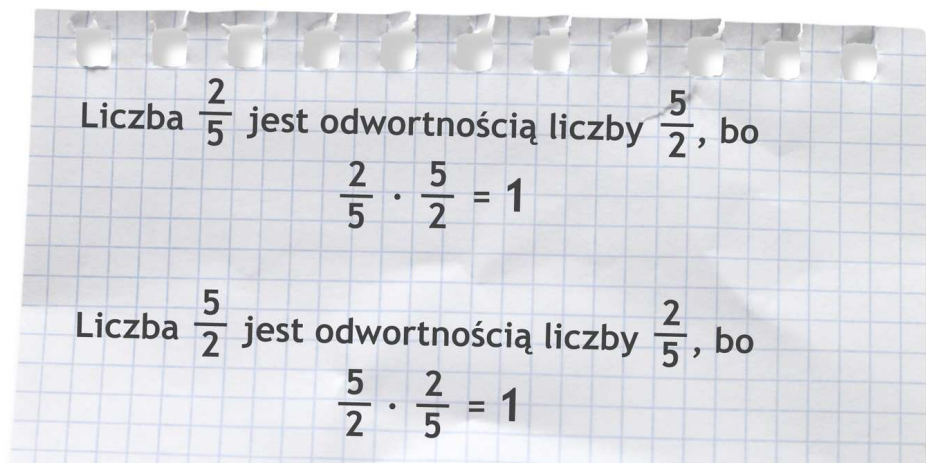
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Odwrotność liczby

Jeśli iloczyn dwóch liczb różnych od zera jest równy 1, to każda z tych liczb jest odwrotnością tej drugiej. Liczby te nazywamy liczbami odwrotnymi.

Oto kilka przykładów par liczb odwrotnych:

$$\frac{2}{5} \text{ i } \frac{5}{2}, 5 \text{ i } \frac{1}{5}, 2\frac{2}{7} \text{ i } \frac{7}{16}.$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Poniżej podano początki zdań oraz możliwe ich zakończenia. Zaznacz odpowiednie pola tak, aby powstały zdania prawdziwe.

Liczba 0...

☐ nie ma odwrotności ☐ ma odwrotność .

Odwrotnością liczby jeden jest liczba...

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Uzupełnij tabelę, przeciągając odpowiednie liczby.

Liczba	Odwrotność liczby
$\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{5}$	
	$\frac{6}{7}$
	$\frac{9}{15}$
	3
7	
	9

- $\frac{1}{5}$
- $\frac{7}{6}$
- $\frac{5}{4}$
- $\frac{15}{8}$
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{7}{5}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{15}{9}$
- $\frac{1}{7}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{5}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Do każdej liczby dobierz jej odwrotność. Uzupełnij luki, przeciągając odpowiednie liczby lub kliknij w puste pole i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Odwrotnością liczby $1\frac{1}{3}$ jest .
- Odwrotnością liczby $2\frac{2}{5}$ jest .
- Odwrotnością liczby $5\frac{3}{4}$ jest .
- Odwrotnością liczby $12\frac{1}{2}$ jest .
- Odwrotnością liczby $11\frac{6}{7}$ jest .
- Odwrotnością liczby $8\frac{3}{9}$ jest .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielenie liczb naturalnych przez ułamki

Ćwiczenie 5



Uzupełnij obliczenia, a następnie zdanie poniżej. Przeciągnij odpowiednią wartość lub wyraz w puste miejsce lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

• $1 : \frac{1}{4} = 4$ lub $1 \cdot \boxed{} = \boxed{}$

• $3 : \frac{1}{4} = \boxed{}$ lub $3 \cdot \boxed{} = \boxed{}$

• $1 : \frac{2}{3} = \boxed{}$ lub $1 \cdot \frac{3}{2} = \boxed{}$

• $2 : 1\frac{1}{2} = \boxed{}$ lub $2 \cdot \frac{2}{3} = \boxed{}$

• Dzielenie przez ułamek zwykły można zastąpić $\boxed{}$ przez $\boxed{}$ tego ułamka.

$\frac{4}{3}$	12	$\frac{3}{2}$	odwrotność	$\frac{4}{3}$	4	12	liczbę przeciwną do	mnożeniem
dodawaniem	dzieleniem	4	$\frac{3}{2}$	odejmowaniem	potęgowaniem	4		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Aby podzielić liczbę naturalną przez ułamek, należy ją pomnożyć przez odwrotność tego ułamka.

$$6 : \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



W dzbanku znajdowały się dwa litry soku. Kasia rozlała go po równo do szklaneczek o pojemności $\frac{1}{5}$ litra. Ile porcji soku otrzymała? Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Kasia otrzymała porcji soku.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Tomek 15 kg borówek amerykańskich rozdzielił po równo do pudełek. W jednym pudełku mieści się $\frac{1}{4}$ kg borówek. Ile pudełek z borówkami miał Tomek? Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Tomek miał pudełek z borówkami.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Krok dorosłego człowieka ma przeciętnie $\frac{3}{4}$ m długości. Ile kroków musi przejść dorosły, aby przebyć 150 m? Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią liczbę.

Odpowiedź: Dorosły człowiek, aby przebyć 150 m musi przejść kroków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Uzupełnij równości tak, aby były prawdziwe. Uzupełnij luki, przeciągając odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \quad 2 : \frac{4}{5} = 2 \cdot \boxed{} = \frac{10}{4} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 6 : \frac{4}{5} = 6 \cdot \boxed{} = \boxed{} = 7\frac{1}{2}$$

$$\bullet \quad 7 : \frac{5}{6} = 7 \cdot \boxed{} = \frac{42}{5} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 9 : \frac{6}{7} = 9 \cdot \boxed{} = \boxed{} = 10\frac{1}{2}$$

$$\bullet \quad 12 : \frac{5}{7} = 12 \cdot \boxed{} = \frac{84}{5} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 13 : \frac{10}{7} = 13 \cdot \boxed{} = \boxed{} = 9\frac{1}{10}$$

$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{63}{6}$	$8\frac{2}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{30}{4}$	$\frac{91}{10}$	$16\frac{4}{5}$
---------------	---------------	---------------	----------------	---------------	----------------	----------------	---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Aby podzielić liczbę naturalną przez liczbę mieszaną, należy najpierw zamienić liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy, a potem wykonać dzielenie liczby naturalnej przez ułamek.

Na przykład:

$$6 : 1\frac{1}{2} = 6 : \frac{3}{2} = \overset{2}{\cancel{6}} \cdot \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 4$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Połącz w pary wyrażenie i jego wartość.

$$36 : 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{9}$$

$$33 : 1\frac{5}{6}$$

$$8\frac{2}{5}$$

$$18 : 1\frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{10}$$

$$14 : 1\frac{2}{3}$$

$$18$$

$$3 : 4\frac{2}{7}$$

$$15$$

$$2 : 2\frac{1}{4}$$

$$13\frac{1}{2}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielenie ułamków zwykłych

Przykład 1

Uzasadniliśmy, że $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} = 2\frac{1}{2}$.

Sprawdźmy, czy otrzymamy ten sam wynik, mnożąc $\frac{5}{6}$ przez odwrotność ułamka $\frac{1}{3}$, czyli przez 3.

$$\frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Ważne!

Aby podzielić ułamek zwykły przez ułamek zwykły, należy pierwszy ułamek pomnożyć przez odwrotność drugiego.

Na przykład:

$$\frac{7}{9} : \frac{14}{3} = \frac{1\cancel{7}}{3\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{14}_2} = \frac{1}{6}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Połącz w pary wyrażenie i jego wartość.

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{24}$$

$$1\frac{3}{32}$$

$$\frac{8}{11} : \frac{4}{33}$$

$$2\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{8} : \frac{4}{5}$$

$$6$$

$$\frac{5}{14} : \frac{2}{7}$$

$$9\frac{2}{7}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{2}$$

$$\frac{15}{28}$$

$$\frac{7}{9} : \frac{5}{18}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{2}$$

$$1\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{13}$$

$$\frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{7} : \frac{4}{5}$$

$$3\frac{1}{5}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Uzupełnij równości tak, aby były prawdziwe. Uzupełnij luki, przeciągając odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \quad \frac{3}{7} : 1\frac{1}{5} = \frac{3}{7} : \boxed{} = \frac{3}{7} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \frac{3}{9} : 2\frac{1}{5} = \boxed{} : \frac{11}{5} = \frac{1}{3} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \frac{4}{5} : 3\frac{1}{3} = \frac{4}{5} : \boxed{} = \frac{4}{5} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \frac{6}{8} : 1\frac{1}{3} = \frac{6}{8} : \boxed{} = \frac{3}{4} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \frac{13}{15} : 8\frac{2}{3} = \boxed{} : \boxed{} = \boxed{} \cdot \frac{3}{26} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \frac{64}{75} : 2\frac{14}{25} = \boxed{} : \frac{64}{25} = \boxed{} \cdot \frac{25}{64} = \boxed{}$$

$\frac{5}{14}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{64}{75}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{33}$	$\frac{26}{3}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{64}{75}$									

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

$5\frac{1}{4}$ litra soku rozlano do butelek o pojemności $1\frac{1}{4}$ litra. Obliczmy, ile butelek wykorzystano i jaką część ostatniej butelki zajmie sok.

- 1 butelka - $1\frac{1}{4}$ litra,
- 2 butelki - $2\frac{2}{4}$ litra,
- 3 butelki - $3\frac{3}{4}$ litra,
- 4 butelki - 5 litrów za mało,
- 5 butelek - $6\frac{1}{4}$ litra za dużo.

Wykorzystano 5 butelek, ale w piątej była tylko $\frac{1}{4}$ litra soku, a to jest $\frac{1}{5}$ część pojemności butelki.

Wykonaliśmy dzielenie:

$$5\frac{1}{4} : 1\frac{1}{4} = 4\frac{1}{5}.$$



 Zapełniono 4 butelki. Do piątej butelki wiano $\frac{1}{4}$ l soku, co stanowi $\frac{1}{5}$ jej objętości.

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R16Cm5OBntqYh>

Dzielenie ułamków zwykłych_atrapa_animacja_428

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielenie ułamków zwykłych - animacja.

Ćwiczenie 13



Uzupełnij obliczenia. Pamiętaj o skracaniu ułamków. Uzupełnij luki, przeciągając odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \quad 16\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} = \boxed{} : \frac{20}{9} = \boxed{} \cdot \frac{9}{20} = 7 \boxed{}$$

$$\bullet \quad 1\frac{3}{7} : 2\frac{4}{7} = \frac{10}{7} : \boxed{} = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 15\frac{3}{4} : 2\frac{1}{4} = \boxed{} : \frac{9}{4} = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 4\frac{2}{7} : 1\frac{2}{3} = \frac{30}{7} : \boxed{} = \frac{30}{7} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 3\frac{1}{8} : 6\frac{2}{3} = \boxed{} : \frac{20}{3} = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$$\bullet \quad 3\frac{9}{11} : 1\frac{13}{22} = \frac{42}{11} : \boxed{} = \frac{42}{11} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

$\frac{18}{7}$	$\frac{22}{35}$	$\frac{50}{3}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{63}{4}$	$\frac{63}{4}$	$\frac{25}{8}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{35}{22}$	$2\frac{2}{5}$	$\frac{25}{8}$	$\frac{5}{9}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{50}{3}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{3}{20}$	$2\frac{4}{7}$	7							

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Kilogram borówek amerykańskich kosztuje $12\frac{3}{4}$ zł. Ile kilogramów borówek można kupić za $15\frac{3}{10}$ zł? Uzupełnij lukę, przeciągając odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Odpowiedź: Można kupić $\boxed{}$ kg borówek amerykańskich.

$1\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$
----------------	----------------	---------------	---------------

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Znajdź liczbę $1\frac{1}{8}$ razy mniejszą od różnicy odwrotności liczb $\frac{1}{7}$ i $2\frac{1}{5}$. Przeciągnij i upuść szukaną liczbę w puste miejsce.

Odpowiedź: Szukaną liczbą jest .

$$6\frac{1}{11}$$

$$5\frac{9}{11}$$

$$5\frac{6}{11}$$

$$4\frac{3}{11}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Połącz w pary wyrażenie i równą mu wartość.

$$\frac{5\frac{1}{2} : \frac{11}{16}}{8\frac{7}{10} : 11\frac{3}{5}}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{9\frac{1}{3}}{16 : \frac{8}{14}}$$

$$\frac{5}{9}$$

$$\frac{4\frac{4}{15} : \frac{16}{25}}{5\frac{2}{6} : \frac{16}{36}}$$

$$10\frac{2}{3}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.