



Kula jako model Ziemi. Powierzchnia kuli jako model powierzchni Ziemi. Powierzchnia kuli jako model sfery niebieskiej

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja 3D](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Kula jako model Ziemi. Powierzchnia kuli jako model powierzchni Ziemi. Powierzchnia kuli jako model sfery niebieskiej

Źródło: dostępny w internecie: [Sergio Hernández](#) z [Pixabay](#), domena publiczna.

O kuli uczymy się na lekcjach matematyki, ale mamy też z nią do czynienia na lekcjach geografii, gdy pracujemy z globusem. Tutaj postaramy się połączyć dwa spojrzenia na kulę: matematyczne i geograficzne.

Ale kula nie tylko wyobraża Ziemię. Na lekcjach geografii/astronomii rozpatrujemy kosmos, sklepienie niebieskie z punktu widzenia nas stojących na powierzchni Ziemi, która może być w tym momencie utożsamiana z małym punkcikiem we Wszechświecie. Jak wtedy widzimy Kosmos? Otóż modelem Wszechświata jest tutaj sfera, czyli powierzchnia kuli. Obracając się z głową zadartą do góry widzimy kuliste sklepienie niebieskie, usiane w nocy gwiazdami, a w dzień błękitne, z blaskiem słonecznym.

Tak więc kula, której własności poznaliśmy na lekcji matematyki jest modelem Ziemi, na której żyjemy i sklepienia niebieskiego, które mamy nad głowami.

Materiał zawarty w tej lekcji jest materiałem spoza podstawy programowej, więc jeśli nie interesuje Cię ta tematyka, możesz po prostu lekcję pominąć.

Twoje cele

- Pogłębisz swoje wiadomości z matematyki o kuli.
- Pogłębisz swoje wiadomości z geografii o globusie.

- Przygotujesz się do odkrywania własności figur geometrycznych na powierzchni kuli, czyli sferze.

Przeczytaj

Lekcje o tematyce dotyczącej geometrii na powierzchni kuli nie będą zawierały gotowej wiedzy, którą trzeba przyswoić. Tutaj będziemy pracować z **kulą** w trochę inny sposób niż dotychczas na lekcjach matematyki. Będziemy posługiwać się realnymi przedmiotami, dobrze nam znanymi, które będą pełniły rolę naszych pomocy naukowych i narzędzi badawczych podczas odkrywania podstaw geometrii na powierzchni kuli.

Na początek trochę popodróżujemy po globusie. Przygotujemy się w ten sposób do odkrywania własności figur geometrycznych na powierzchni kuli. Jednocześnie wzbudzimy w sobie refleksję nad swoimi wyobrażeniami, przyzwyczaimy się odpowiadać na pytania: Jak przypuszczam? Dlaczego tak przypuszczam? Jak to zrobić? Przygotujemy się więc do zastosowania **metody badawczej** w odkrywaniu wiedzy.

Przykład 1

Kula jako model Ziemi.



Źródło: dostępny w internecie: www.pixabay.com, domena publiczna.

Czy widzimy na **globusie** jakieś figury geometryczne? Co nam pomaga określać wzajemne położenie obiektów geograficznych? Co pomaga nawigatorom wyznaczać kursy ich statków?

Rozwiązanie

Równoleżniki mają kształt okręgów, południki to półokręgi, natomiast południki i równoleżniki przecinają się tworząc siatkę geograficzną. „Oczka” tej siatki to

czworokąty. Dzięki tej siatce możemy określać położenie różnych punktów na kuli ziemskiej, korzystając ze współrzędnych geograficznych. I ten właśnie system współrzędnych geograficznych pomaga żeglarzom.

Przykład 2

Powierzchnia kuli jako model sfery niebieskiej.

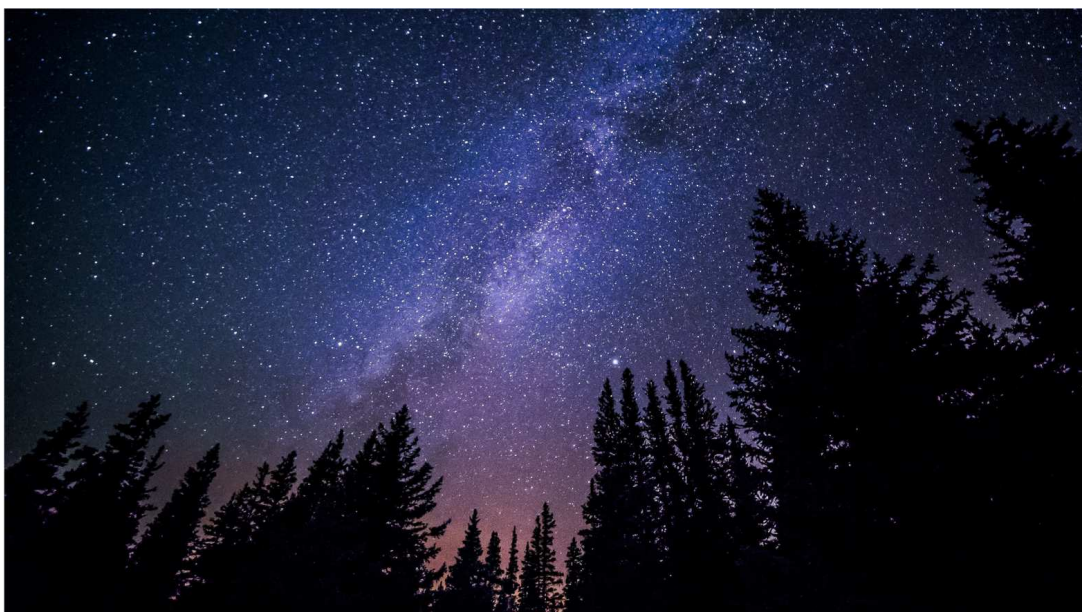
A teraz spójrzmy w niebo:

W dzień:



Źródło: dostępny w internecie: www.pixabay.com, domena publiczna.

lub w nocy:

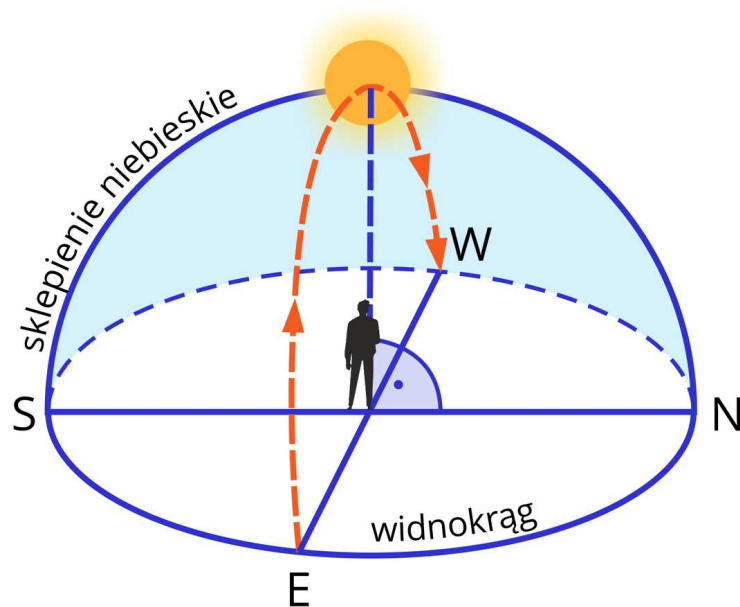


Źródło: dostępny w internecie: www.pixabay.com, domena publiczna.

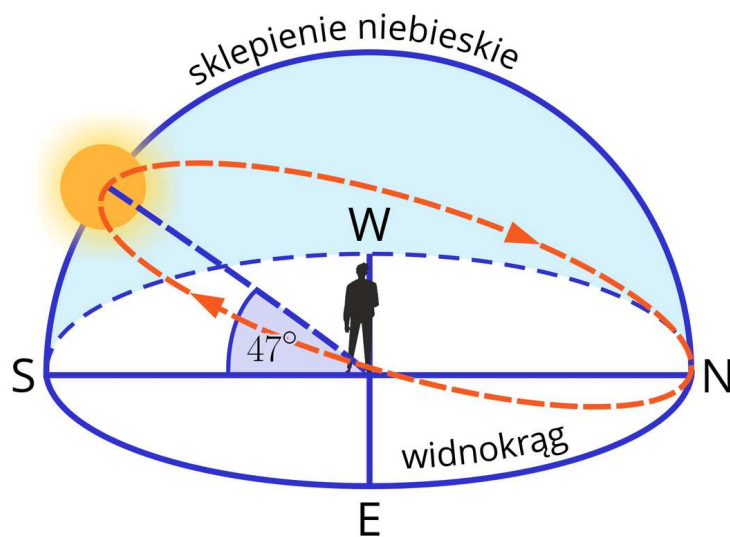
Co może nam powiedzieć **sklepienie niebieskie**? Dlaczego przyjmujemy sferę za jego model?

Rozwiązanie

Uprościmy malowniczy widok nieba, tworząc model graficzny sklepienia niebieskiego:



Jesteśmy, wraz z całą Ziemią, właśnie tam, gdzie stoi ta osoba. Słońce jest nad nami w zenicie, ale przecież nie zawsze tak jest. W różnych porach roku pod różnymi szerokościami geograficznymi promienie słoneczne padają pod różnymi kątami, np. tak:



Przy wyznaczaniu pozornych dróg Słońca na sklepieniu niebieskim modelem tego sklepienia jest właśnie **sfera**, czyli powierzchnia kuli. Aby wyznaczyć taką pozorną drogę Słońca o danej porze roku, pod daną szerokością geograficzną, należy wykonać odpowiednią konstrukcję na powierzchni kuli.

Słownik

kula

bryła obrotowa, która powstaje w wyniku obrotu koła wokół jego średnicy

sfera

powierzchnia kuli; powstaje w wyniku obrotu okręgu wokół jego średnicy

globus

pomniejszony model ciała niebieskiego (najczęściej Ziemi) lub sfery niebieskiej w postaci kuli umieszczonej na osi ustawionej pod kątem odpowiadającym kątowi nachylenia osi danego ciała (przechodzącej przez jego biegun północny i południowy)

sklepienie niebieskie (sfera niebieska)

abstrakcyjna sfera o nieokreślonym promieniu otaczająca obserwatora znajdującego się na Ziemi, utożsamiana z widzianym przez niego niebem

metoda badawcza

sposób pracy nad poznaniem jakiegoś zjawiska charakteryzujący się zastosowaniem odpowiednich narzędzi badawczych oraz wykonaniem określonych czynności prowadzących do sformułowania wniosków i odkrycia nowej (dla podmiotu badającego) wiedzy

Animacja 3D

Polecenie 1

Zapoznaj się animacją 3D przedstawiającą kulę jako model Ziemi. Zastanów się, jakie figury geometryczne widzisz na jej powierzchni.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1BTytwGw>

Założmy, że mamy przed sobą animowany model Ziemi. Można odnaleźć na nim mające kształt okręgu Równik, Zwrotnik Raka znajdujący się na wysokości około 23 stopni szerokości geograficznej północnej, Zwrotnik Koziorożca znajdujący się na wysokości około 23 stopni szerokości geograficznej południowej oraz inne równoleżniki. Im bliżej biegunów, tym okręgi równoleżników mają krótsze promienie. Mamy również Koło podbiegunowe północne znajdujące się na wysokości około 66 stopni szerokości geograficznej północnej, nad nim znajduje się Biegun Północny, natomiast na wysokości około 66 stopni szerokości geograficznej południowej znajduje się Koło podbiegunowe południowe, pod nim znajduje się Biegun Południowy. Półkulę północną oraz południową rozdziela płaszczyzna równika. Południki, są półokręgami o równej długości, około dwudziestu tysięcy kilometrów i łączą bieguny kuli ziemskiej. Półkule wschodnią oraz zachodnią rozdzielamy płaszczyzną południka oznaczonego jako 0 stopni oraz południka 180 stopni, leżącego po przeciwnej stronie ziemi. Jeżeli na model Ziemi naniesiemy jednocześnie równik, południki 0 stopni i 180 stopni to podzielimy kulę ziemską na 4 równe części. Polska leży jednocześnie na półkuli północnej i wschodniej. Niektóre szerokości geograficzne mają swoje nazwy: Ryczące czterdziestki to pas wód oceanicznych biegnący w przybliżeniu pomiędzy 40 stopni i 50 stopni szerokości geograficznej południowej, Wyjące pięćdziesiątki to obszar rozciągający się w przybliżeniu pomiędzy 50 stopni i 60 stopni szerokości geograficznej południowej, Bezludne sześćdziesiątki to obszar wód oceanu południowego rozciągający się w przybliżeniu pomiędzy 60 stopni i 70 stopni szerokości geograficznej południowej, Końskie szerokości to dwa obszary wysokiego ciśnienia atmosferycznego znajdujące się w okolicach trzydziestego równoleżnika na półkuli północnej oraz południowej. Układ południków oraz równoleżników wraz z biegunami tworzy tak zwaną siatkę geograficzną, oczka tej siatki to czworokąty. Dzięki tej siatce możemy określać położenie różnych punktów na kuli ziemskiej. Położenie Warszawy to około 52 stopni szerokości geograficznej północnej i około 21 stopni długości geograficznej wschodniej, położenie Waszyngtonu to około 38 stopni szerokości geograficznej północnej i około 77 stopni długości geograficznej zachodniej. Położenie Chengcheng County w Chinach to około 35 stopni szerokości geograficznej północnej i około 110 stopni długości geograficznej wschodniej. Może wydawać się, że odległości pomiędzy naszą stolicą, a obydwoma miastami są mniej więcej równe, to Warszawę i Waszyngton dzieli około siedem tysięcy sto siedemdziesiąt trzy

kilometry, zaś Warszawę i Chengcheng County sześć tysięcy dziewięćset dwadzieścia dwa kilometry.

Polecenie 2

Co, Twoim zdaniem, przedstawia poniższa grafika?



Źródło: Blueshade, dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, licencja: CC BY 3.0.

Czy dostrzegasz tutaj jakieś figury geometryczne?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Będziesz tutaj kształcić swoją intuicję i umiejętność szacowania pól różnych obszarów na powierzchni kuli. Umiesz obliczać pole powierzchni całej kuli, czyli sfery, a tutaj będziesz miał okazję szacować pola fragmentów sfery o nieregularnych kształtach.

Popatrz dokładnie na globus i postaraj się odpowiedzieć na pytania, nie zaglądając do żadnych źródeł informacji.

Ćwiczenie 1



Co jest większe: Grenlandia czy Ameryka Południowa? Kanada czy Australia? Wpisz odpowiednie znaki: <, = lub > w oznaczone miejsca:

Powierzchnia Grenlandii Powierzchnia Ameryki Południowej

Powierzchnia Kanady Powierzchnia Australii

Ćwiczenie 2



Zaznacz poprawną odpowiedź. Której z poniższych liczb jest najbliższy stosunek powierzchni oceanów do powierzchni lądów?

☐ 2

☐ 4

☐ 1

☐ 3

Ćwiczenie 3



Szelf kontynentalny jest zaznaczony na mapach kolorem jasnoniebieskim. Oceany są tam stosunkowo płytkie i stanowią środowisko, w którym żyje ogromna liczba gatunków organizmów żywych. W której części świata jest najwięcej szelfu kontynentalnego? Chyba łatwiej Ci będzie obserwować szelf na realnym globusie fizycznym. Przeciągnij poprawną odpowiedź.

Najwięcej szelfu kontynentalnego jest na

Oceanie Indyjskim

Oceanie Arktycznym

Oceanie Atlantyckim

Oceanie Spokojnym

Oceanie Południowym

Ćwiczenie 4



Zaznacz czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe.

	Prawda	Fałsz
Obszary pustynne: pustynie, półpustynie i stępy pustynne zajmują więcej niż jedną czwartą ogólnej powierzchni lądów.	☐	☐

Ćwiczenie 5



Co rozumiesz pod pojęciem “bardzo oddalone” lub “niezbyt oddalone” na powierzchni kuli? Czym kierujesz się określając odległość pomiędzy dwoma miejscami na kuli ziemskiej? Jak zmierzyć odległość pomiędzy dwoma punktami na sferze?

Ćwiczenie 6



Czy możesz bardziej precyzyjnie określić położenie wskazanych przez siebie miejsc? Które elementy umieszczone na globusie mogą Ci w tym pomóc?

Ćwiczenie 7



Jeśli dwa punkty kuli ziemskiej leżą na tym samym równoleżniku, ale nie na równiku, to czy najkrótszą drogą między nimi jest łuk równoleżnika? Jak to zbadać? Posłużcie się realnymi globusami i przedyskutujcie zagadnienie.

Ćwiczenie 8



Jak myślisz, dlaczego trasa lotu z Warszawy do Chicago przebiega nad Grenlandią? Dlaczego czarterowa trasa przelotu z Warszawy do Edmonton przebiega nad Biegunem Północnym?

Dla nauczyciela

Autor: Anna Rybak

Przedmiot: Matematyka

Temat: Kula jako model Ziemi. Powierzchnia kuli jako model powierzchni Ziemi.
Powierzchnia kuli jako model sfery niebieskiej

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

VIII. Planimetria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;

X. Stereometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozumie korelację pomiędzy matematyką i geografią w zakresie wykorzystania kuli jako modelu Ziemi,
- szacuje odległości pomiędzy punktami na powierzchni kuli,

- szacuje pola obszarów na globusie (powierzchni kuli),
- dostrzega figury geometryczne na powierzchni kuli i podejmuje próby określania ich własności.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm
- strategia czynnościowego nauczania matematyki

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów
- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca całego zespołu

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do internetu,
- projektor multimedialny,
- e-podręcznik,
- arkusze papieru, pisaki

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie przypominają wiadomości o kuli. W trakcie burzy mózgów określają, w jakich innych niż matematyka dziedzinach posługiwali się kulą.
2. Nauczyciel przedstawia uczniom temat – „Kula jako model Ziemi. Powierzchnia kuli jako model powierzchni Ziemi. Powierzchnia kuli jako model sfery niebieskiej”, wskazuje cele zajęć oraz ustala z nimi kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel wprowadza uczniów w nowy styl pracy na lekcjach dotyczących geometrii na powierzchni kuli (sekcja „Przeczytaj” – pierwszy akapit). Rozdaje globusy – po jednym każdej parze uczniów.
2. Uczniowie w pracy zbiorowej analizują przykłady z sekcji Przeczytaj, dyskutują o swoich spostrzeżeniach dotyczących powierzchni kuli jako modelu powierzchni Ziemi i jako modelu sklepienia niebieskiego; sięgają przy tym do swoich wiadomości z geografii, budując korelację pomiędzy tym przedmiotem a matematyką.

3. Uczniowie pracują z globusami i materiałem, wykonując podpunkty a), b), c) z Polecenia 1 z sekcji „Animacja 3D”. Posługują się globusami w parach, a polecenia wymagające pracy z obiektami multimedialnymi wykonują chętni uczniowie przy tablicy multimedialnej. Dyskutują o rezultatach swojej pracy, podsumowując ją.
4. Nauczyciel inicjuje dyskusję nad zagadnieniami z podpunktu d) z Polecenia 1 oraz z Polecenia 2. Uczniowie wskazują figury geometryczne na globusie, i na widocznym animowanym sklepieniu niebieskim. Mogą podejmować próby określania własności zauważonych figur – według własnego rozumienia pojęcia „własności figury geometrycznej”.
5. Uczniowie w parach wykonują ćwiczenia 1-4 z sekcji Sprawdź się, następnie w drodze dyskusji omawiają swoje rezultaty.
6. Uczniowie dyskutują nad ćwiczeniami 5-7.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel zadaje uczniom pytania: Co było w lekcji trudne? Co było w lekcji interesujące? Jak podobała się Wam lekcja łącząca elementy matematyki i geografii? Czy, według Was, globus to odpowiednia pomoc naukowa na lekcji matematyki? Jeszcze raz krótko odnosi się do elementów wskazanych jako trudne.
2. Uczniowie krótko podsumowują swoje osiągnięcia, rozwijając zdanie: Na dzisiejszych zajęciach nauczyłam/nauczyłem się ...

Praca domowa:

1. Ćwiczenie 8. z sekcji Sprawdź się.
2. Znaleźć materiały na temat: Powierzchnie różnie zakrzywione wokół nas, w przyrodzie, architekturze, sztuce itp. Czy na tych powierzchniach są jakieś figury geometryczne? Każdy uczeń powinien przygotować przynajmniej jeden przykład.

Materiały pomocnicze:

- [Jaki kształt ma Ziemia?](#)
- [Wędrówki Słońca](#)
- [Obserwujemy niebo wieczorne](#)

Wskazówki metodyczne:

- Animację 3D można też wykorzystać do przeprowadzenia dyskusji wstępnej o sposobach mierzenia odległości na powierzchni kuli.
- Lekcje dotyczące geometrii na powierzchni kuli proponuję przeprowadzić po realizacji materiału dotyczącego stereometrii, jako rozszerzenie wiadomości o kuli. Realizując podstawę programową, uczymy o kuli w sposób bardzo ogólny, nie poświęcając zupełnie uwagi temu, co dzieje się na powierzchni kuli. Tymczasem geometria na sferze jest bardzo ważna dla nawigatorów. Obecnie coraz częściej podróżujemy na

długich dystansach, latamy samolotami na drugą półkulę i powinniśmy zdawać sobie sprawę, że nawigacja w takich podróżach wymaga znajomości geometrii na powierzchni kuli, a nie geometrii płaszczyzny.

- Podczas lekcji z zakresu geometrii na powierzchni kuli uczniowie będą wykonywali pracę badawczą, posługując się przedmiotami o kształcie kulistym. Będą więc realizowali strategię czynnościowego nauczania matematyki, wykonując czynności konkretne, potem wyobrażeniowe, a dopiero na końcu abstrakcyjne, wyciągając wnioski ze swoich badań i doświadczeń i konstruując nową dla siebie wiedzę. Strategia ta dobrze wpisuje się w konstruktywizm. Podczas tej lekcji uczniowie mieli okazję wykonywać czynności konkretne na globusach, co może im się wydawać dziwne na lekcji matematyki.
- Bardzo ważna jest tutaj dyskusja prowadzona przez uczniów w swobodnej atmosferze inspirującej do wypowiadania przypuszczeń, pomysłów bez natychmiastowego oceniania trafności tych przypuszczeń. Ważne jest, aby uczeń wypowiadając się nie miał wrażenia, że jest odpytywany na ocenę, ponieważ tylko w swobodnej atmosferze skutecznie konstruuje się wiedzę.