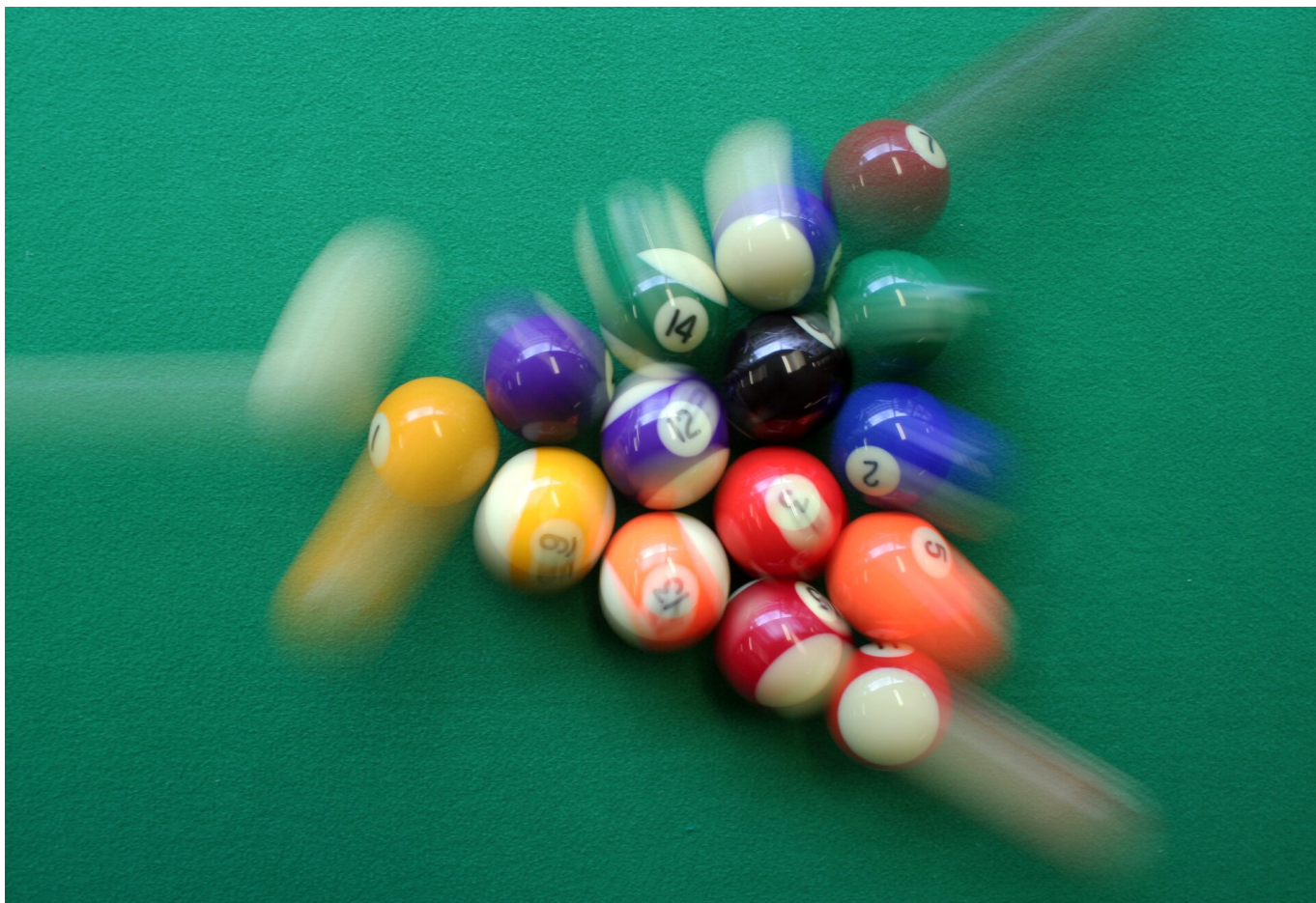




Co to jest zderzenie sprężyste?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Co to jest zderzenie sprężyste?

Źródło: dostępny w internecie: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/86/Billard.JPG> [dostęp 25.04.2022 r.], licencja: CC BY-SA 4.0.

Czy to nie ciekawe?

Z pewnością większość z nas była kiedyś świadkiem rozgrywki bilardowej lub sama brała w niej udział. Podczas rozgrywki można zauważyć pewien charakterystyczny przypadek uderzenia. Jedna z bil, początkowo nieruchoma, zostaje uderzona przez bilę białą, co wprawia ją w ruch. Bila biała natomiast zatrzymuje się tuż po zderzeniu. Jest to przykład zderzenia sprężystego, o którym dowiemy się więcej w tym materiale.

Rys. a. Stół do bilarda.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/bilard-kulki-st%C3%B3%C5%82-p%C5%82%C3%B3t%C3%B3no-gra-2795546/> [dostęp 25.04.2022 r.].

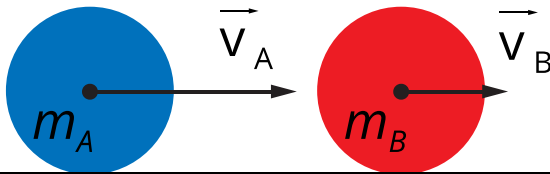
Twoje cele

- zrozumiesz, czym jest zderzenie sprężyste,
- dowiesz się, jak odróżnić zderzenie sprężyste od niesprężystego,
- zapoznasz się ze sposobem wyznaczenia prędkości ciał po zderzeniu sprężystym,
- przeanalizujesz przykłady obrazujące zderzenia sprężyste,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania problemów i zadań.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Jednym z przypadków zderzeń, jakie rozpatrujemy w fizyce, są zderzenia sprężyste. Rozważymy prostszą wersję takiego zderzenia, czyli tak zwane **zderzenie centralne**. W zderzeniu tym prędkości przed zderzeniem i po zderzeniu leżą na jednej prostej. Zderzenia takie spełniają zarówno zasadę zachowania pędu, jak i zasadę zachowania energii mechanicznej. Zanedbujemy w nich oddziaływania pomiędzy ciałami uczestniczącymi w zderzeniu a otoczeniem. W celu zrozumienia tego zjawiska przeanalizujemy przykład, w którym dochodzi do zderzenia dwóch identycznych kulek A i B o takich samych masach $m_A = m$ i $m_B = m$. Prędkości kulek przed zderzeniem oznaczmy, jako $\vec{v}_A$, oraz $\vec{v}_B$.



Rys. 1. Kulki przed zderzeniem.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zapiszmy pędy poszczególnych kulek przed zderzeniem:

$$\vec{p}_A = m_A \vec{v}_A,$$

$$\vec{p}_B = m_B \vec{v}_B,$$

oraz ich energie kinetyczne:

$$E_{KA} = \frac{m_A v_A^2}{2},$$

$$E_{KB} = \frac{m_B v_B^2}{2}.$$

Po zderzeniu możemy zauważyć, że prędkości, z jakimi poruszają się kulki, uległy zmianie. Oznaczmy prędkości kulek po zderzeniu jako $\vec{v}'_A$ oraz $\vec{v}'_B$.



Zapiszmy pędy poszczególnych kulek po zderzeniu:

$$\vec{p}_A' = m_A \vec{v}_A',$$

$$\vec{p}_B' = m_B \vec{v}_B',$$

oraz ich energie kinetyczne:

$$E_{KA}' = \frac{m_A v_A'^2}{2},$$

$$E_{KB}' = \frac{m_B v_B'^2}{2}.$$

Z uwagi na to, że zaniedbujemy oddziaływania pomiędzy ciałami uczestniczącymi w zderzeniu a otoczeniem, spełnione są zasady zachowania pędu oraz energii mechanicznej. Zapiszmy te zasady:

Zasada zachowania pędu: $\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_A' + \vec{p}_B'$.

Zasada zachowania energii: $E_{KA} + E_{KB} = E_{KA}' + E_{KB}'$.

Otrzymujemy więc następujący układ równań:

$$\begin{cases} m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B' \\ \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2} = \frac{m_A v_A'^2}{2} + \frac{m_B v_B'^2}{2} \end{cases}.$$

Ponieważ do zderzenia dochodzi w jednym wymiarze, to możemy zrezygnować z zapisu wektorowego pamiętając przy tym, że kierunki prędkości będą określone przez znak prędkości. Rozwiążmy powyższy układ równań w celu wyznaczenia prędkości kulek po zderzeniu. Pomnóżmy obustronnie równanie opisujące zasadę zachowania energii przez 2:

$$\begin{cases} m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B' \\ m_A v_A^2 + m_B v_B^2 = m_A v_A'^2 + m_B v_B'^2 \end{cases}.$$

Przekształćmy oba równania do postaci:

$$\begin{cases} m_A v_A - m_A v_A' = m_B v_B' - m_B v_B \\ m_A v_A^2 - m_A v_A'^2 = m_B v_B'^2 - m_B v_B^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_A (v_A - v_A') = m_B (v_B' - v_B) \\ m_A (v_A^2 - v_A'^2) = m_B (v_B'^2 - v_B^2) \end{cases}.$$

Korzystając ze wzoru skróconego mnożenia $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ możemy powyższy układ równań zapisać w postaci:

$$\begin{cases} m_A(v_A - v'_A) = m_B(v'_B - v_B) \\ m_A(v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B(v'_B - v_B)(v'_B + v_B) \end{cases}.$$

Dzieląc przez siebie oba równania otrzymamy relację wiążącą prędkości przed zderzeniem i po zderzeniu:

$$v_A + v'_A = v'_B + v_B.$$

Zapiszmy związek opisujący prędkości v'_A oraz v'_B w postaci:

$$v'_A = v'_B + v_B - v_A,$$

$$v'_B = v_A + v'_A - v_B.$$

Podstawiając uzyskane relacje do równania $m_A(v_A - v'_A) = m_B(v'_B - v_B)$, możemy wyrazić prędkości v'_A oraz v'_B jako:

$$v'_A = \frac{v_A(m_A - m_B) + 2m_B v_B}{m_A + m_B},$$

$$v'_B = \frac{v_B(m_B - m_A) + 2m_A v_A}{m_A + m_B}.$$

W analizowanym przykładzie założyliśmy dla uproszczenia, że obie kulki są identyczne. We wzorach opisujących prędkości kulek po zderzeniu możemy zatem zamienić masy m_A oraz m_B masą m .

$$v'_A = \frac{v_A(m - m) + 2m v_B}{m + m},$$

$$v'_B = \frac{v_B(m - m) + 2m v_A}{m + m}.$$

Zauważmy, że dla przypadku kulek o takich samych masach, prędkości przed i po zderzeniu łączą relacja:

$$v'_A = v_B,$$

$$v'_B = v_A.$$

Identyczne kulki wymieniają się więc prędkościami, a zatem również pędami i energiami kinetycznymi. Należy pamiętać, iż do zderzeń sprężystych może dochodzić również pomiędzy ciałami o różnych masach. Wektory prędkości ciał nie muszą mieć zgodnego kierunku ani zwrotu.

Czy każde zderzenie jest zderzeniem sprężystym?

Nie. Zderzeniami sprężystymi, nazywamy tylko te zderzenia, w których spełnione są zarówno zasada zachowania pędu, jak i zasada zachowania energii mechanicznej. Zderzające się ciała nie mogą się odkształcać, ponieważ w takim przypadku część energii

mechanicznej zużywana jest na zmianę kształtu. Nie mogą one również podczas zderzenia wykorzystać energii na wytworzenie ciepła lub fali akustycznej. Typowym przykładem zderzenia niesprężystego jest zderzenie kulek wykonanych z plasteliny. Przykładem zjawiska, w którym zderzenia spełniają kryteria modelu zderzeń sprężystych, są zderzenia [cząstek gazu doskonałego](#).

Słowniczek

Cząsteczki gazu doskonałego

(*ang.: ideal gas particles*) cząsteczki, z których złożony jest gaz doskonały. Cząsteczki te są nierozróżnialne, zatem posiadają identyczne masy.

Zderzenie centralne

(*ang.: central collision*) zderzenie dwóch ciał, w którym oba ciała poruszają się wzdłuż tej samej prostej, zarówno przed, jak i po zderzeniu. W wyniku zderzenia centralnego, następuje największa możliwa wymiana pędów oraz energii.

Symulacja interaktywna

Co to jest zderzenie sprężyste?

Na symulacji widoczne są dwie nierozróżnialne cząsteczki gazu doskonałego, które mogą poruszać się wzdłuż kierunku poziomego. Masy cząsteczek są identyczne.

W pierwszej części symulacji jedna z cząsteczek pozostaje w spoczynku na środku ekranu, natomiast druga porusza się w jej kierunku z lewej strony z prędkością $\vec{v}_A$. W pewnej chwili dochodzi do zderzenia, po którym cząsteczka, która wcześniej poruszała się z prędkością $\vec{v}_A$, zatrzymuje się. Po zderzeniu cząsteczka, która początkowo pozostawała w spoczynku, zaczyna poruszać się z prędkością $\vec{v}_A$. W tym zderzeniu cząsteczki wymieniły się prędkościami, a zatem pędami i energiami kinetycznymi. Jest to możliwe tylko w przypadku zderzenia, które spełnia model zderzenia sprężystego i centralnego.

W drugiej części symulacji obie cząsteczki poruszają się wzdłuż tej samej prostej z prędkościami $\vec{v}_A$ i $\vec{v}_B$ o przeciwnych zwrotach. W pewnej chwili dochodzi do zderzenia, po którym obie cząsteczki poruszają się z zamienionymi prędkościami. W tym zderzeniu cząsteczki zamieniły się prędkościami, co wynika z zasady zachowania pędu i energii kinetycznej.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Zapisz, jaki będzie skutek zderzenia sprężystego dwóch cząstek o takich samych masach i prędkościach o takiej samej wartości, ale o przeciwnym zwrocie. Skorzystaj przy tym z symulacji.

Polecenie 2

Rozstrzygnij czy możliwe jest takie sprężyste zderzenie centralne dwóch kulek w jednym wymiarze, na skutek którego dojdzie do zatrzymania obu kulek.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Uzupełnij zdanie:

Podczas analizy zderzenia sprężystego (uwzględniamy / nie uwzględniamy) oddziaływania ciał uczestniczących w zderzeniu z otoczeniem. Spełniona jest (tylko zasada zachowania pędu / tylko zasada zachowania energii mechanicznej / zarówno zasada zachowania pędu, jak i energii mechanicznej).

Ćwiczenie 2



Korzystając z modelu zderzeń sprężystych możemy opisywać zderzenia między:

☐ piłkami tenisowymi

☐ cząsteczkami gazu doskonałego

☐ kulkami z plasteliny

Ćwiczenie 3



Zaznacz zdanie prawdziwe:

☐ Do zderzeń sprężystych może dojść tylko pomiędzy ciałami o identycznych masach.

☐ Do zderzeń może dojść tylko wtedy, gdy jedno z ciał ma prędkość większą od zera, a drugie jest nieruchome.

☐ Do zderzeń sprężystych może dojść pomiędzy ciałami o różnych masach, poruszających się z różnymi prędkościami.

Ćwiczenie 4



Dwie drewniane kulki o masach $m_1 = 10 \text{ g}$ i $m_2 = 20 \text{ g}$ poruszają się w tym samym kierunku z prędkościami $v_1 = 1 \text{ m/s}$ oraz $v_2 = 0,2 \text{ m/s}$. Zwroty wektorów prędkości obu kulek są takie same. W pewnej chwili dochodzi do zderzenia sprężystego pomiędzy kulkami. Wyznacz prędkość kulki v_2 po zderzeniu. Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Odp.: m/s.

Ćwiczenie 5



Wyobraź sobie niewielką kulkę o masie $m = 5 \text{ g}$, która porusza się z prędkością $v = 5 \text{ m/s}$ w kierunku poziomym. W pewnej chwili kulka uderza sprężysto i centralnie w ścianę, której masa jest znacznie większa niż masa kulki $M \gg m$. Wyznacz prędkość kulki po zderzeniu. Wynik podaj z dokładnością do jednej cyfry znaczącej. Dla chętnych: zastanów się nad tym, jak zmieni się pęd kulki na skutek zderzenia. Czy przy przyjętych założeniach i uproszczeniach pęd układu będzie zachowany?

Odp.: m/s.

Ćwiczenie 6



Podczas turnieju bilardowego dwóch zawodników postanowiło przeprowadzić eksperyment. Stojąc po przeciwnych stronach stołu uderzyli dwie identyczne bile, nadając im takie same prędkości. W połowie stołu bilardowego doszło do centralnego zderzenia sprężystego bil. Co wydarzy się po zderzeniu?

☐ Bile zatrzymają się na środku stołu.

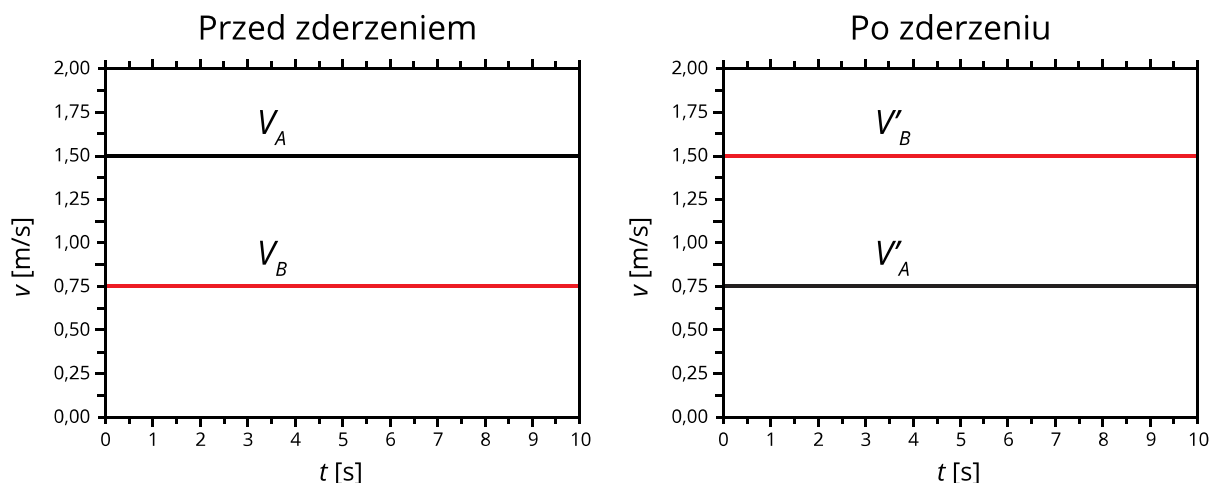
☐ Wynik będzie losowy i trudny do przewidzenia.

☐ Bile odbiją się od siebie i powrócą do zawodników, którzy je uderzyli.

Ćwiczenie 7



Na wykresach przedstawiono prędkości dwóch ciał przed i po zderzeniu sprężystym. Z wykresów wynika, że:



- ☐ Masa ciała A jest dwukrotnie mniejsza niż ciała B.
- ☐ Energie kinetyczne obu ciał po zderzeniu są identyczne.
- ☐ Masy obu ciał są identyczne.
- ☐ Energia kinetyczna ciała A przed zderzeniem jest dwukrotnie większa niż energia kinetyczna ciała B przed zderzeniem.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 8



Pomiędzy dwoma cząsteczkami gazu, poruszającymi się wzdłuż tej samej linii prostej, doszło do zderzenia. Prędkości cząsteczek przed zderzeniem wynosiły $v_1 = 3 \cdot 10^4$ m/s i $v_2 = 2 \cdot 10^4$ m/s. Po zderzeniu, prędkości cząstek uległy zmianie do wartości $v_1' = 2,5 \cdot 10^4$ m/s oraz $v_2' = 2,5 \cdot 10^4$ m/s. Czy pomiędzy cząsteczkami doszło do zderzenia sprężystego?

- ☐ Tak, ponieważ spełniona została zasada zachowania pędu.
- ☐ Tak, ponieważ spełniona została zasada zachowania energii mechanicznej.
- ☐ Nie, ponieważ nie spełniona została zasada zachowania pędu.
- ☐ Nie, ponieważ nie spełniona została zasada zachowania energii mechanicznej.

Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji:

Imię i nazwisko autora:	Bartłomiej Klus
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Co to jest zderzenie sprężyste?
Grupa docelowa:	II etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. II. Mechanika. Uczeń: 16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. tłumaczy, czym jest zderzenie sprężyste, 2. tłumaczy, jak odróżnić zderzenie sprężyste od niesprężystego, 3. wyznacza prędkości ciał po zderzeniu sprężystym, 4. analizuje przykład obrazujący zderzenie sprężyste.

Strategie nauczania	IBSE (Inquiry Based Science Education - nauczanie/uczenie się przez odkrywanie/dociekanie naukowe)
Metody nauczania	burza mózgów, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
Formy zajęć:	praca w grupach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	symulacja obrazująca zderzenia sprężyste, zestaw zadań
Materiały pomocnicze:	e-materiał: „Co to jest zderzenie sprężyste?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Uczniowie zapoznają się z treścią e-materiału i dyskutują na temat znanych im rodzajów zderzeń. Uczniowie zapoznają się z animacją obrazującą zderzenia sprężyste.	
Faza realizacyjna:	
Uczniowie w grupach rozwiązują zadania 1-6 z zestawu ćwiczeń. Nauczyciel pełni rolę doradcy, obserwuje pracę uczniów i w razie potrzeby udziela wskazówek i odpowiedzi. Nauczyciel podsumowuje pracę grup prosząc o krótkie relacje.	
Faza podsumowująca:	
Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.	
Praca domowa:	
Uczniowie utrwalają wiedzę i poszerzają rozumienie ponownie czytając tekst e-materiału, zapoznając się z symulacją i rozwiązując zadania 7, 8 z zestawu ćwiczeń.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium	Multimedium bazowe powinno zostać wykorzystane w trakcie lekcji i połączone z dyskusją na temat zderzeń, ich rodzajów, oraz warunków, jakie muszą zostać spełnione, aby zderzenie było sprężyste.