



Co to jest prędkość kąтова?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Co to jest prędkość kąтова?

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/diabelski-m%c5%82yn-jazda-3869397/> [dostęp 2.08.2022], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Zaobserwuj obracającą się płytę gramofonową i leżący na niej skrawek papieru. Z pewnością zauważysz, że porusza się on z inną prędkością wtedy, gdy leży bliżej środka płyty, niż gdy znajduje się przy brzegu, mimo że płyta obraca się przez cały czas tak samo. Aby opisać ruch płyty, wygodnie jest posługiwać się pojęciem prędkości kątowej, które może być dla Ciebie nowe.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Twoje cele

- dowiesz się, co to jest prędkość kąтова,
- poznasz sposób wyznaczania kierunku i zwrotu wektora prędkości kątowej,
- zrozumiesz związek między prędkością kątową a okresem obrotu i prędkością liniową,
- zastosujesz związki między prędkością kątową a prędkością liniową, okresem i częstotliwością obrotu do rozwiązania konkretnych problemów.

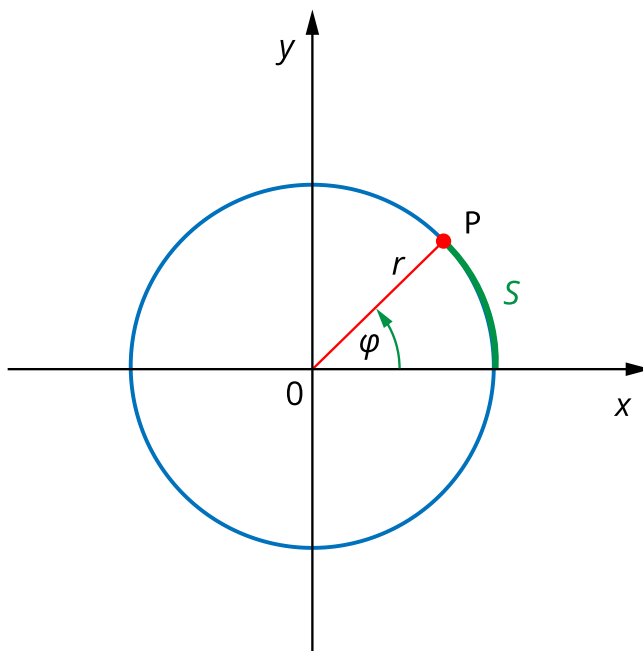
Przeczytaj

Warto przeczytać

Ruch po okręgu jest szczególnym przypadkiem płaskiego ruchu krzywoliniowego.

Aby opisać położenie punktu P (Rys. 1a.) poruszającego się po okręgu, możemy wprowadzić układ współrzędnych kartezjańskich x, y tak, aby jego początek znajdował się w środku okręgu. Położenie punktu P jednoznacznie opisuje kąt φ liczony od osi Ox oraz promień okręgu r . Kąt φ nazywamy drogą kątową lub przemieszczeniem kątowym i mierzymy go w **radianach**. Jeśli oznaczymy przez s drogę przebytą przez **punkt materialny** wzdłuż okręgu (tj. długość jego łuku) w czasie, w którym droga kątowa wynosiła φ , to zachodzi związek

$$s = \varphi r .$$



Rys. 1a. Punkt materialny P porusza się po okręgu o promieniu r przeciwnie do ruchu wskazówek zegara. Droga kątowa (przemieszczenie kątowe) φ odpowiada drodze s przebytej przez punkt wzdłuż okręgu

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

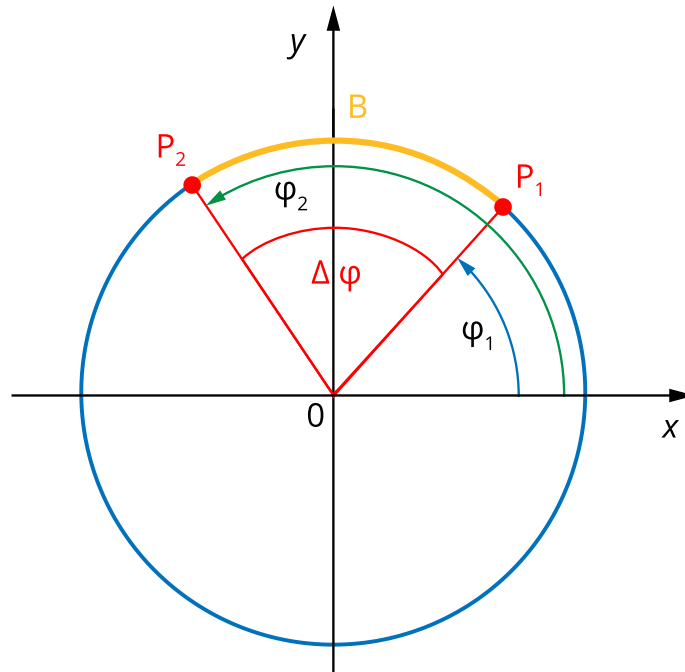
Podczas ruchu punktu po okręgu przemieszczenie kątowe ulega zmianie i jest zależne od czasu $\varphi = \varphi(t)$.

Wartość prędkości kątowej ω (omega) definiujemy jako stosunek przyrostu (zmiany) kąta $\Delta\varphi$, jaki zakreślił punkt do czasu Δt , w którym to nastąpiło:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Jednostką prędkości kątowej jest radian na sekundę (rad/s),

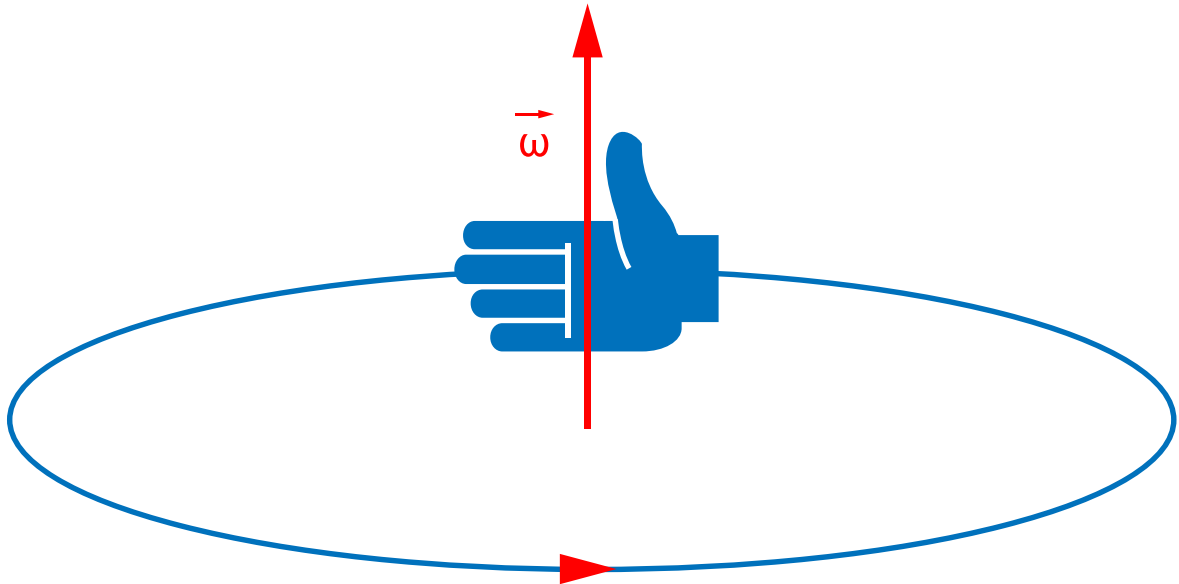
$$[\omega] = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



Rys. 1b. Punkt materialny początkowo znajdował się w punkcie P_1 . W ciągu czasu Δt przebył wzdłuż łuku B drogę P_1P_2 . Przyrost (zmiana kąta), jaki zakreślił punkt w czasie Δt , wynosi $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

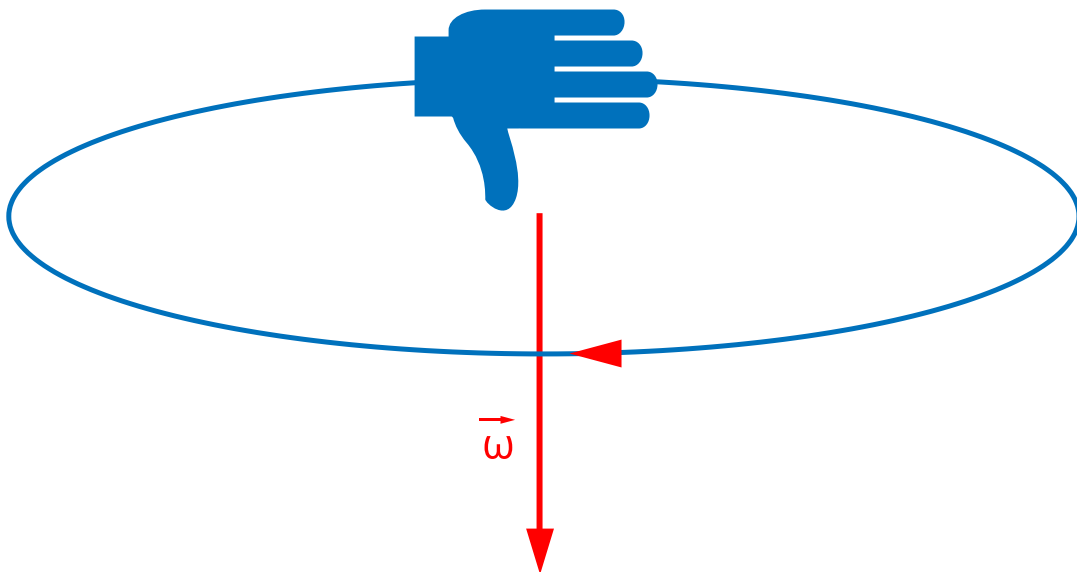
Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Prędkości kątowej przypisujemy wektor. Jest on prostopadły do płaszczyzny okręgu i zaczepiony w jego środku. Zwrot wektora prędkości kątowej określa tzw. reguła śruby prawoskrętnej: układamy cztery palce prawej dłoni w ten sposób, że pokazują nam kierunek przyrostu kąta (ruchu punktu). Odciągnięty od palców kciuk wskazuje zwrot wektora $\vec{\omega}$ (Rys. 2a.).



Rys. 2a. Punkt materialny porusza się przeciwnie do ruchu wskazówek zegara. Wektor prędkości kątowej jest skierowany do góry

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.



Rys. 2b. Punkt materialny porusza się zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Wektor prędkości kątowej jest skierowany w dół

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości kątowej jest stała.

Dla ruchu jednostajnego wartość prędkości kątowej można zapisać jako $\omega = \frac{\text{pełny kąt}}{\text{okres}}$, czyli

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T}.$$

Korzystając ze związku **częstotliwości** f z **okresem** T , otrzymujemy

$$\omega = 2\pi f.$$

Przykład: Jeśli punkt materialny poruszający się ruchem jednostajnym po okręgu wykona jeden pełny obieg w ciągu 4 sekund (czyli promień wodzący tego punktu zakreśli kąt 2π rad w ciągu 4 s), to wartość prędkości kątowej tego punktu wyniesie

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{4 \text{ s}} = \frac{1}{2}\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Zauważ, że nie ma znaczenia, gdzie leży punkt, dla którego obliczyliśmy wartość prędkości kątowej. Prędkość kątowa wszystkich punktów wzdłuż promienia okręgu jest taka sama. Zmienia się natomiast ich prędkość liniowa.

Znając definicję prędkości kątowej, możemy znaleźć związek między prędkością kątową i prędkością liniową punktu.

Wartość prędkości liniowej w ruchu jednostajnym po okręgu definiujemy jako stosunek długości (Δs) zakreślonego przez punkt łuku do czasu (Δt), w którym to nastąpiło:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Dla pełnego obrotu

$$v = \frac{\text{długość okręgu}}{\text{okres}} = \frac{2\pi r}{T},$$

więc wartość prędkości liniowej dana jest przez $v = \omega r$. Związek ten jest również prawdziwy dla ruchu niejednostajnego po okręgu, należy jedynie zastrzec, że są to wartości chwilowe prędkości liniowej i kątowej.

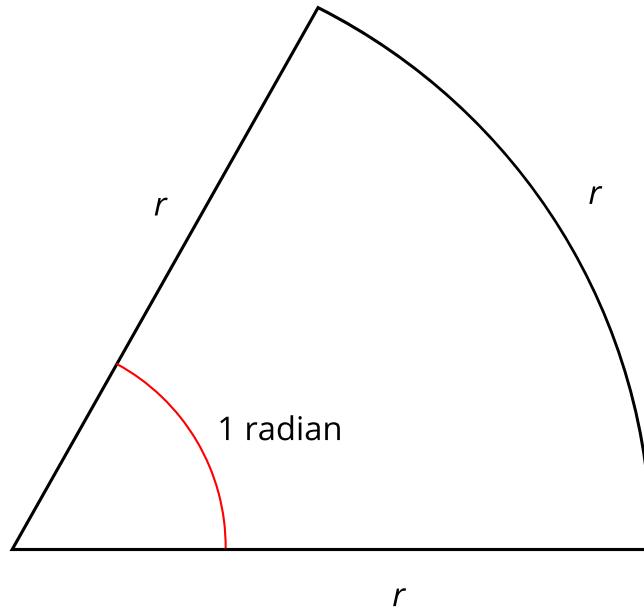
Słowniczek

radian

(*ang. radian*) kąt środkowy w okręgu, dla którego długość łuku s jest równa promieniowi okręgu.

1 radian = $180^\circ / \pi$,

2π radianów = 360° .



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Punkt materialny

(*ang. point particle or ideal particle*) ciało obdarzone masą, którego rozmiary w danym zagadnieniu możemy zaniedbać. Wówczas położenie ciała opisujemy jako położenie punktu geometrycznego.

Okres T

(*ang. period*) czas jednego obiegu okręgu, czyli czas, po którym punkt ponownie znajdzie się w tym samym miejscu.

Częstotliwość f

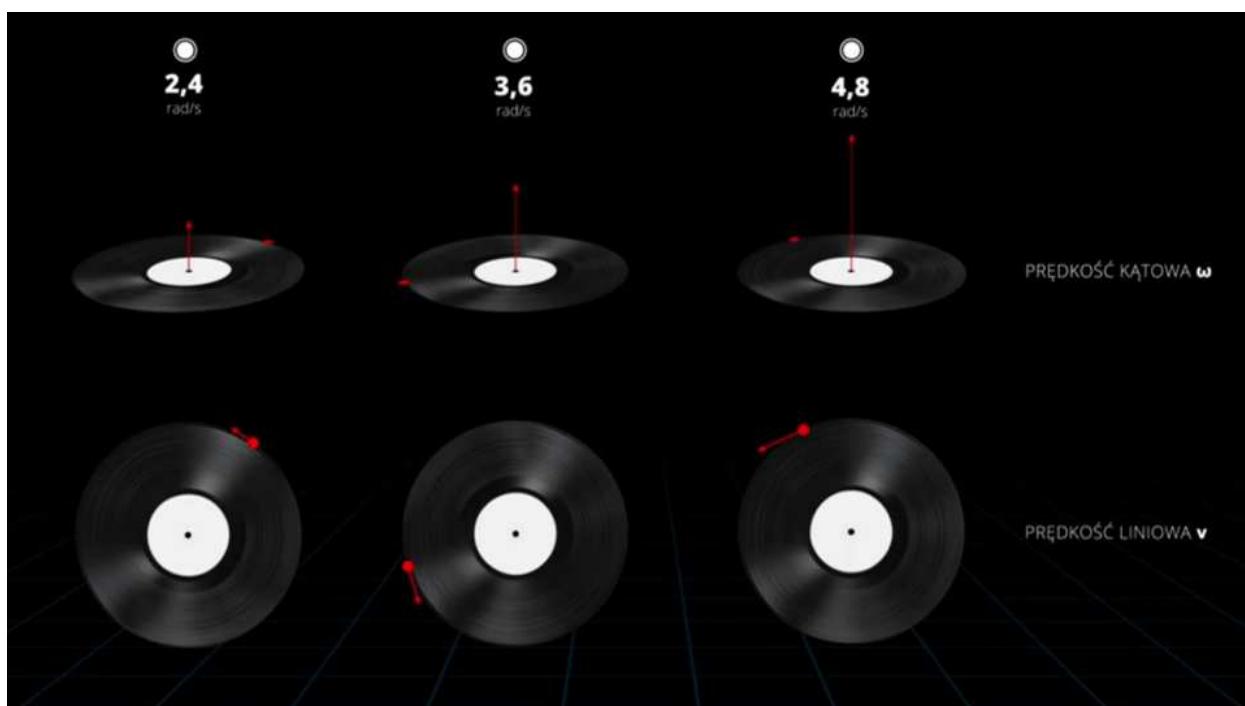
(*ang. frequency*) liczba obiegów wykonanych w jednostce czasu, najczęściej w ciągu 1 sekundy.

Animacja

Prędkość kąтова

Obejrzyj animację, w której pokazano związek pomiędzy prędkością kątową płyty gramofonowej a prędkością liniową punktu na tej płycie. Zwróć też uwagę na specyficzny sposób przedstawienia kierunku i zwrotu wektora prędkości kątovej.

Trwa wczytywanie danych ..



Film dostępny pod adresem [/preview/resource/R19VJPeCJFn9g](https://preview/resource/R19VJPeCJFn9g)

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Opis animacji



Na ekranie animacji początkowo widoczne jest czarne tło i pojawiające się małe białe sześciangi. Sześciangi przemieszczają się w taki sposób, że po chwili łączą się

w centralnej części ekranu w jeden biały sześciąt. Po prawej stronie tego znacznika pojawia się biały napis, stanowiący tytuł animacji, który brzmi prędkość kątowna. Po chwili obraz znika. Na ekranie pojawia się płyta gramofonowa w postaci czarnego dysku z białym, okrągłym polem w środku i otworem pokrywającym się ze środkiem dysku. Po chwili na krawędzi płyty pojawia się czerwony punkt. Płyta obraca się w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, a zatem również punkt zaczyna przemieszczać się w tym samym kierunku. Po chwili obraz obracającej się płyty zostaje pomniejszony i przesunięty w dolną część ekranu. W górnej części widoczna jest taka sama płyta ale obracająca się w płaszczyźnie poziomej, cały czas w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Przez otwór w środku górnej płyty przechodzi czerwona pionowa strzałka skierowana w górę, stanowiąca jej oś obrotu. Strzałka ta symbolizuje wektor prędkości kątownej mała grecka litera ω . Jednocześnie na dolnej płycie do czerwonego punktu zostaje przyłożona czerwona strzałka symbolizująca wektor prędkości liniowej mała litera v . Wektor prędkości liniowej jest styczny do obwodu płyty, po którym porusza się punkt a jego kierunek się zmienia wraz z położeniem czerwonego punktu. Po chwili obie płyty zostają ponownie pomniejszone i przesunięte w lewą część ekranu. Nad nimi pojawia się informacja, że płyta gramofonowa może obracać się z prędkością kątowną równą dwa i cztery dziesiąte radiana na sekundę. Po chwili po prawej stronie pojawiają się takie same zestawy płyt gramofonowych, w których płyty obracają się szybciej. W środkowym zestawie prędkość kątowna płyty jest równa trzy i sześć dziesiątych radiana na sekundę, a w zestawie po prawej wartość ta wynosi cztery i osiem dziesiątych radiana na sekundę. Długości strzałek symbolizujących prędkości kątowne i liniowe w każdym z przypadków są różne. Im większa jest prędkość kątowna tym dłuższa strzałka ją reprezentuje. Długość wektora prędkości liniowej również rośnie wraz z przyrostem wartości prędkości kątownej. Po chwili na ekranie pojawiają się dokładnie takie same zestawy płyt gramofonowych, ale tym razem płyty obracają się w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara. Kierunki oraz długości strzałek symbolizujących wektory prędkości liniowej i kątownej pozostają bez zmian ale zmieniają się ich zwroty. Wektory prędkości kątownych skierowane są teraz pionowo w dół a wektory prędkości liniowej są styczne do obwodów płyt ale wskazują kierunek zgodny z ruchem wskazówek zegara. Po chwili obraz znika a na ekranie pojawia się ponownie jedna płyta obracająca się widoczna z góry oraz widoczna w dolnej części ekranu i druga obracająca się w płaszczyźnie poziomej, w górnej części ekranu. Na płytach widoczne są czerwone punkty znajdujące się na obwodzie oraz dodatkowe zielone punkty, znajdujące się na tym samym promieniu płyty ale bliżej jej środka. Odległość zielonych punktów od

środku płyty jest połowę mniejsza niż dla punktów czerwonych. Najpierw na rysunku pojawia się dodatkowa, zielona strzałka, skierowana pionowo w górę, która symbolizuje wektor prędkości kątowej dla zielonego punktu. Strzałka zielona jest tej samej długości co strzałka czerwona, a zatem wartość wektora prędkości kątowej nie zależy od odległości punktu od osi obrotu. Po chwili na ekranie ponownie pojawiają się trzy zestawy płyt obracające się w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Na płytach u góry, które obracają się w płaszczyźnie poziomej pojawiają się dodatkowe, zielone wektory symbolizujące prędkości kątowe dla zielonych punktów, których długość jest taka sama jak wektorów czerwonych. Następnie pojawiają się płyty obracające się zgodnie z ruchem wskazówek zegara a zwroty wektorów ulegają odwróceniu. Ponownie wektory prędkości kątowych dla punktów zielonego i czerwonego są równej długości. Po chwili do zielonych punktów na płytach przyłożone zostają zielone strzałki symbolizujące ich prędkości liniowe. Ich kierunki i zwroty są takie same, jak kierunki i zwroty strzałek dla punktów czerwonych, ale długości są mniejsze. Długości strzałek przyłożonych do punktów zielonych są dwa razy krótsze niż dla punktów czerwonych. Po chwili obraz znika a na białym tle pojawia się w centralnej części ekranu niebieski napis. Fizyka dziewięćset pięćdziesiąt kapsulek. U dołu ekranu widoczne są loga, z lewej strony logo Wydziału Fizyki Politechniki Warszawskiej, na środku Logo Funduszy Europejskich a po prawej stronie Flaga Unii Europejskiej.

Polecenie 1

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Cząstka o masie m i energii kinetycznej E_k porusza się po okręgu o promieniu R ruchem jednostajnym. Wyraż prędkość kątową tej cząstki oraz jej okres obiegu za pomocą tych trzech wielkości.

Dla nauczyciela

Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Magdalena Seroczyńska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Prędkość kąтова
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia - wymagania ogólne</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);</p> <p>6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi;</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>8) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciami: okresu, częstotliwości, prędkości liniowej oraz przemieszczenia kąowego, prędkości kąowej i przyspieszenia dośrodkowego wraz z ich jednostkami.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. zastosuje wielkości, takie jak okres, częstotliwość i prędkość kątowna, do opisu ruchu jednostajnego po okręgu w konkretnych sytuacjach. 2. przeanalizuje ruch jednostajny po okręgu. 3. zdobędzie umiejętność rozpoznania elementów składowych ruchu po okręgu, a także powiązań i relacji między okresem, częstotliwością, prędkością liniową i prędkością kątowną. 4. rozwinię umiejętność wnioskowania i rozwiązywania problemów poprzez podawanie własnych odpowiedzi do zadań otwartych.
Strategie nauczania:	Formative feedback
Metody nauczania:	<ul style="list-style-type: none"> - pokaz multimedialny, - wykład informacyjny, - analiza pomysłów.
Formy zajęć:	<ul style="list-style-type: none"> - praca w grupach, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	<ul style="list-style-type: none"> - komputer i rzutnik, - tablica, - kolorowa kreda
Materiały pomocnicze:	animacja
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów dotyczącej zagadnień związanych z ruchem jednostajnym po okręgu. Przypomnienie definicji okresu i częstotliwości.	
Faza realizacyjna:	
<ul style="list-style-type: none"> - Nauczyciel wprowadza pojęcie przemieszczenia kątownego i prędkości kątownej. - Uczniowie oglądają animację i wykonują ćwiczenie stanowiące część animacji. - Nauczyciel rysuje na tablicy kilka przykładów ruchu po okręgu z różnie zorientowaną płaszczyzną, w której leży okrąg. Uczniowie wyznaczają kierunek i zwrot prędkości kątownej. Uczniowie rozwiązują indywidualnie zadanie 4 z e-materiału. Ochotnicy prezentują prawidłowe rozwiązanie na tablicy. 	
Faza podsumowująca:	

Nauczyciel podczas dyskusji w klasie rozpoznaje przyswojoną wiedzę na temat prędkości kątowej.

Uczniowie w parach szukają innych przykładów związanych z prędkością kątową i wykonują zadania 1-3.

Praca domowa:

Nauczyciel zadaje zadania domowe 5-8 o zróżnicowanym stopniu trudności zawarte w e-materiale.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Wspólne oglądanie animacji w klasie lub
nauczyciel może zadać obejrzenie animacji przed lekcją.