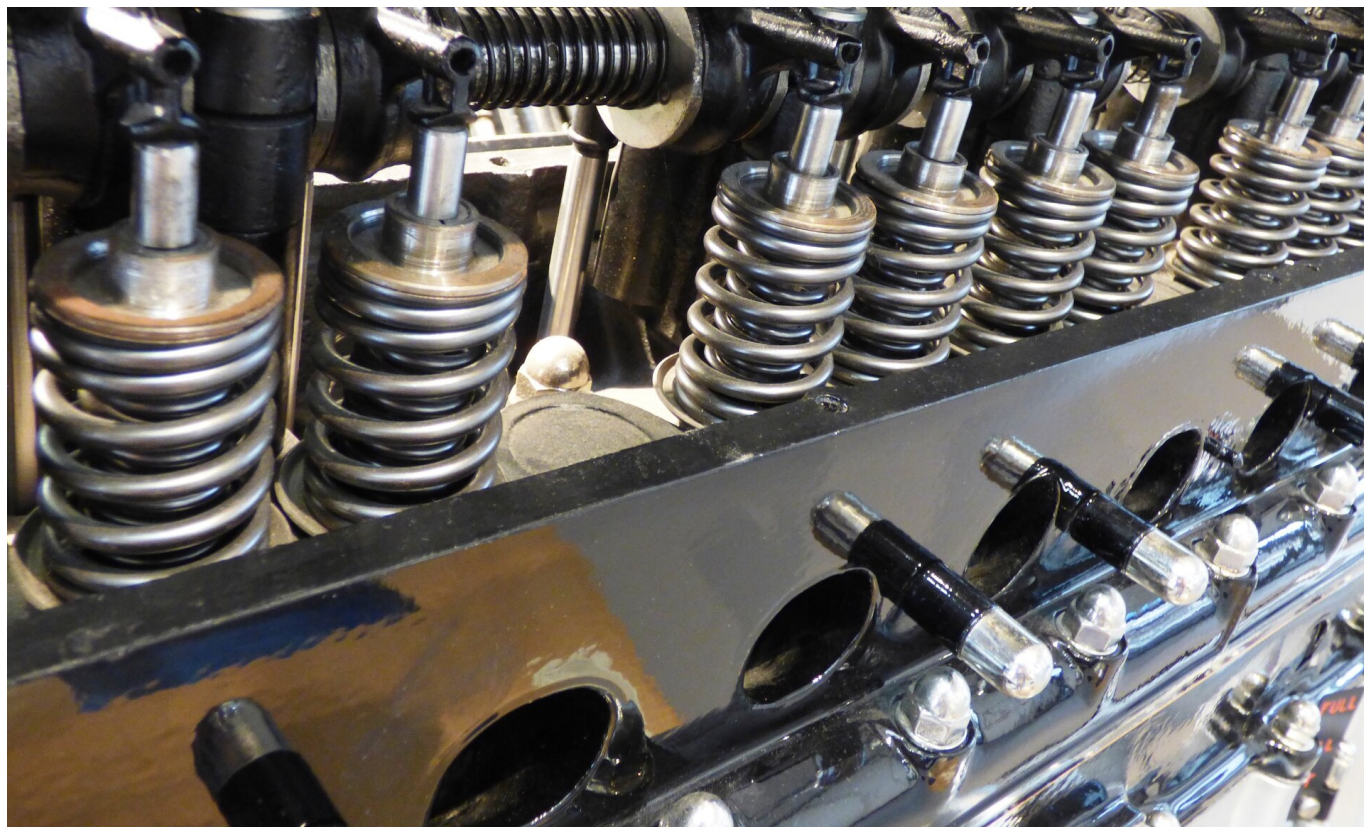




Interpretujemy pole pod wykresem zależności mocy od czasu.

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Interpretujemy pole pod wykresem zależności mocy od czasu.

Czy to nie ciekawe?

Moc zdefiniowana jest jako stosunek wykonanej pracy do czasu, który był do tego niezbędny. Na tej podstawie można określić pracę jako iloczyn mocy i czasu. Związek ten jest poprawny, jeśli analizujemy przypadki, gdy moc jest stała w czasie. Jeśli moc zmienia się - co ma miejsce na przykład w silniku lokomotywy rozpędzającego się pociągu - to wyrażenie opisujące pracę przestaje być już prostym iloczynem mocy i czasu. Jak możemy obliczyć pracę w takiej sytuacji? W tym e-materiale odpowiemy na to pytanie.

Twoje cele

Pracując z tym e-materiałem:

- podasz interpretację fizyczną pola pod wykresem zależności mocy od czasu;
- wyznaczysz pracę w przypadku, gdy występująca moc jest zmienna w czasie;
- zastosujesz interpretację pola pod wykresem zależności mocy od czasu do obliczania pracy w różnych przypadkach.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Aby obliczyć **moc**, należy podzielić pracę wykonywaną przez czas jej wykonywania. Oznacza to, że praca W jest iloczynem mocy P i czasu jej działania t :

$$W = P \cdot t$$

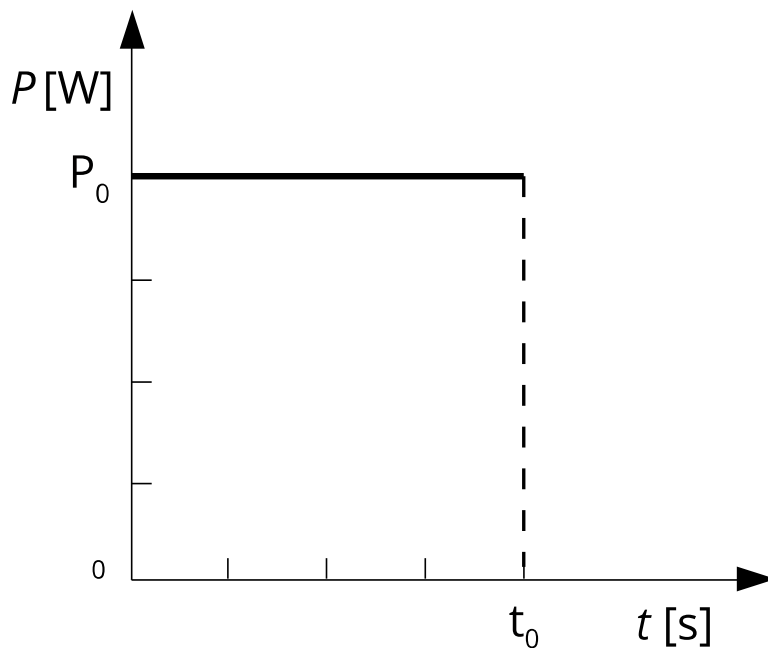
Wzór ten świetnie sprawdza się, jeśli moc jest stała w czasie. Zastosowanie go przy zmiennej mocy doprowadziłoby do błędnych rezultatów. Wbrew pozorom, przypadki, w których moc jest zmienna są dosyć powszechne - moc wiatraków w elektrowniach wiatrowych zależy od chwilowej szybkości wiatru poruszającego śmigła; moc silnika samochodu zmienia się, jeśli samochód przyspiesza lub hamuje; zapotrzebowanie miast na energię elektryczną zależy od pory dnia i jest największe rano i wieczorem. Jak więc w takiej sytuacji obliczyć wykonywaną pracę?



Rys. 1. Turbina wiatrowa pracuje ze zmienną mocą

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/chmury-wiatrak-wiatr-natura-3643255/> [dostęp 24.04.2022], domena publiczna.

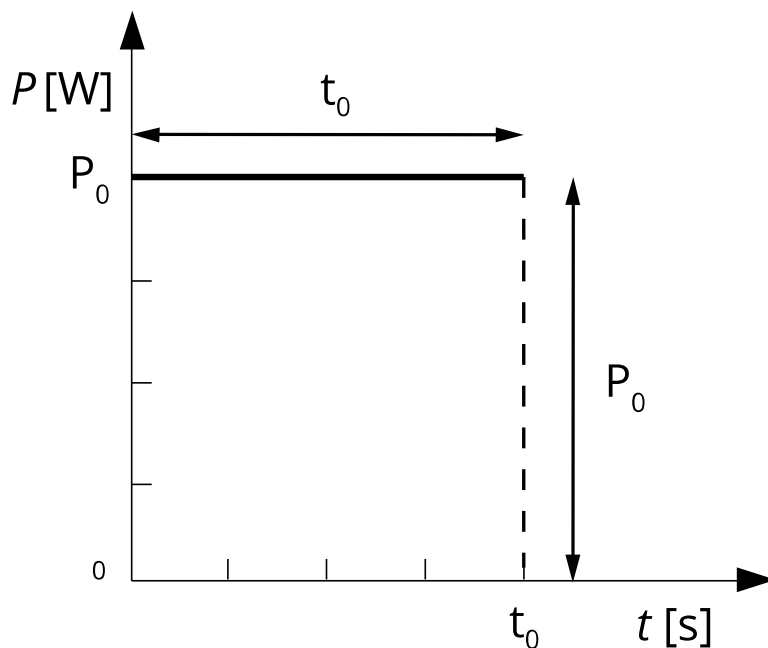
Aby otrzymać bardziej uniwersalny sposób wyznaczania pracy na podstawie mocy, przyjrzyjmy się najprostszemu przypadkowi, gdy moc jest stała i wynosi P_0 oraz występuje ona przez czas t_0 . Obliczając pracę przy takich warunkach otrzymamy $W = P_0 t_0$. Narysujmy teraz wykres zależności mocy od czasu dla tego przypadku (Rys. 2.):



Rys. 2. Wykres zależności mocy od czasu w sytuacji, gdy moc jest stała.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Obliczmy teraz pole pod wykresem tej zależności. Jak widzisz (Rys. 3.), interesujący nas obszar ma kształt prostokąta o bokach o długości P_0 i t_0 :



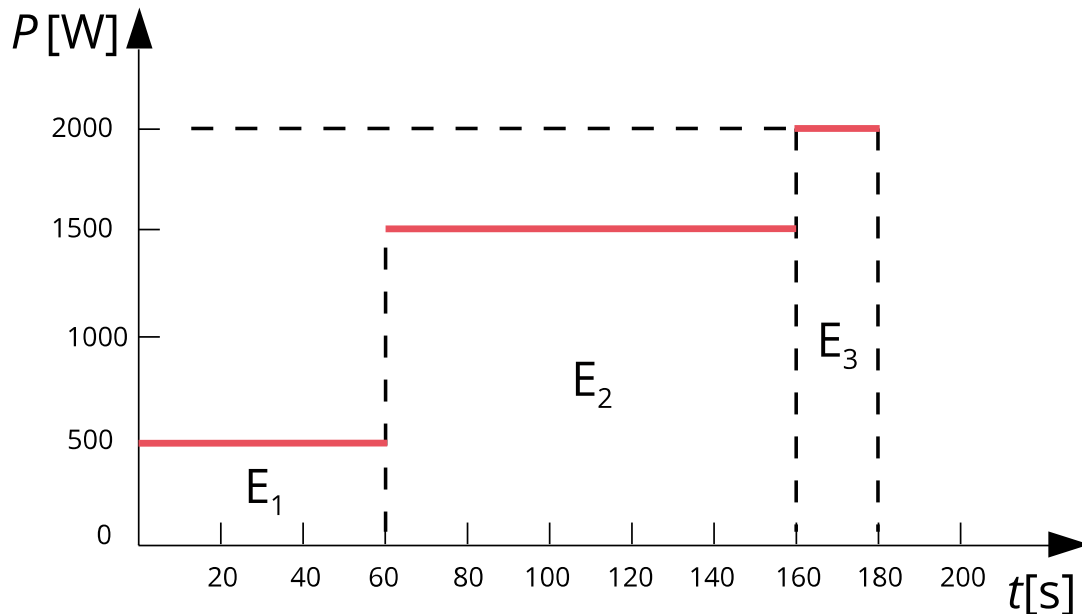
Rys. 3. Wyznaczanie pola pod wykresem zależności mocy od czasu.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Pole tego obszaru wynosi zatem $P_0 t_0$. Zwróć uwagę, że identyczną wartość otrzymaliśmy wyznaczając pracę ze znanego nam wzoru!

Pole pod wykresem zależności mocy od czasu można zatem przypisać wartość pracy, jaka związana jest z daną mocą. W naszym przypadku rozpatrywaliśmy prosty przykład stałej mocy, rozumowanie to możemy jednak uogólnić na dowolne zależności mocy od czasu.

Moc związana jest nie tylko z pracą mechaniczną, ale również z emitowaniem dowolnego rodzaju energii (np. w postaci ciepła). Powyższe rozważania będą słuszne i w tym przypadku. Spróbujmy obliczyć na przykład ilość energii elektrycznej dostarczonej do grzejnika elektrycznego o regulowanej mocy. Załóżmy, że moc grzejnika zmieniała się w sposób przedstawiony na Rys. 4.



Rys. 4. Zależność mocy od czasu dla grzejnika elektrycznego.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Dla uproszczenia, podzielmy otrzymany wykres zależności na trzy części, z których każda ma kształt prostokąta. Energia pobrana przez grzejnik będzie liczbowo równa sumie pól prostokątów. Aby uzyskać jednostkę energii, zauważmy, że na osi poziomej jednostką jest sekunda, a na pionowej – wat. Mnożąc przez siebie te jednostki, otrzymujemy jednostkę pracy i energii, czyli dżul.

$$E_1 = 500 \text{ W} \cdot 60 \text{ s} = 30\,000 \text{ J}$$

$$E_2 = 1500 \text{ W} \cdot 100 \text{ s} = 150\,000 \text{ J}$$

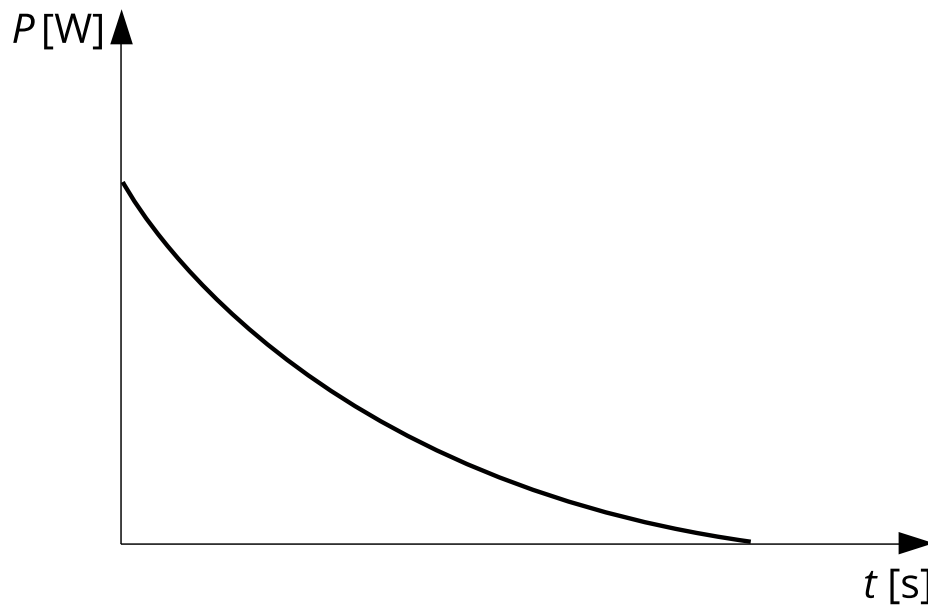
$$E_3 = 2000 \text{ W} \cdot 20 \text{ s} = 40\,000 \text{ J}$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = 220\,000 \text{ J}$$

Całkowita energia elektryczna pobrana przez grzejnik wynosi zatem 220 000 J, czyli 220 kJ.

Dla zainteresowanych

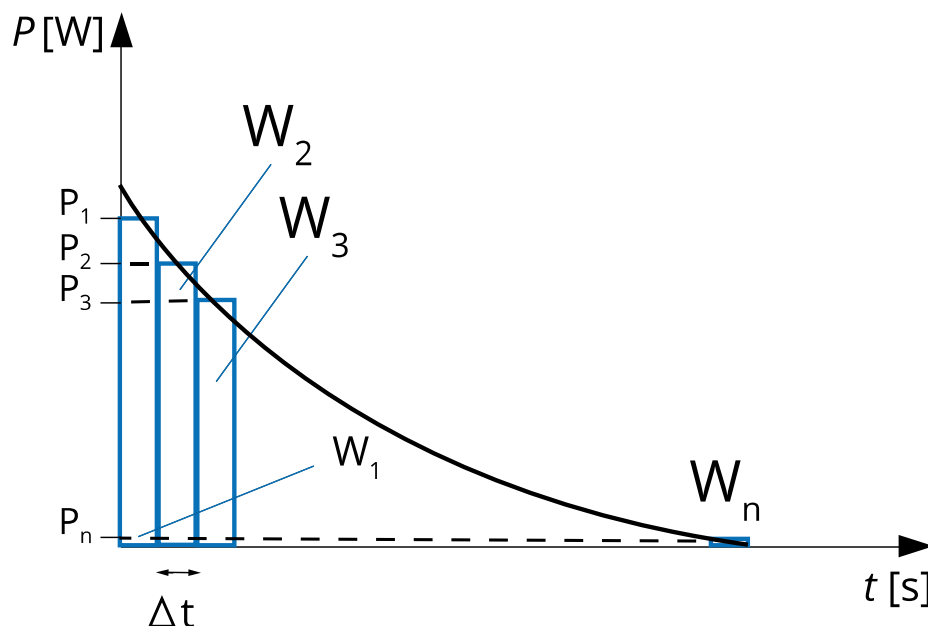
Za pomocą wykresu zależności mocy od czasu możemy stosunkowo prosto obliczyć pracę w sytuacji, gdy pole pod tym wykresem można przedstawić jako sumę pól prostych, geometrycznych kształtów. Co jednak zrobić w przypadku, gdy zależność mocy od czasu nie jest prostoliniowa (Rys. 5.)?



Rys. 5. Przykład nieliniowej zależności mocy od czasu

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

W takiej sytuacji, pracę, w sposób przybliżony, możesz obliczyć, dzieląc pole pod wykresem na wąskie paski o szerokości Δt i wysokości równej wartości mocy w połowie szerokości paska (Rys. 6.). Obliczając pola wszystkich pasków-prostokątów i sumując je, otrzymasz przybliżoną wartość pracy. Im “węższe” paski (im mniejsze Δt) wykorzystasz, tym uzyskasz dokładniejsze przybliżenie.



Rys. 6: Podział pola pod wykresem zależności na małe, prostokątne fragmenty.

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n$$

$$W = P_1 \Delta t + P_2 \Delta t + P_3 \Delta t + \dots + P_n \Delta t$$

Słowniczek

moc

(*ang.: power*) – wielkość fizyczna mierząca tempo (szybkość) zmian energii układu lub przekazu energii (w formie ciepła lub pracy) pomiędzy układami. Jednostką mocy w układzie SI jest 1 wat, odpowiadający zmianie energii o jeden dżul w ciągu jednej sekundy.

Film samouczek

Pole pod wykresem zależności mocy od czasu

Polecenie 1

Pole powierzchni figury pod wykresem zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi może mieć bardzo ciekawą interpretację. Umiejętność obliczania pola takiej figury może znakomicie ułatwić rozwiązanie niejednego problemu.

Obejrzyj film-samouczek, w którym poznasz interpretację pola pod wykresem zależności mocy od czasu. Zwróć uwagę na związek tej interpretacji z problematyką jednostek. Pole powierzchni pod wykresem mocy od czasu ma jednostki wynikające z jednostek użytych na obu osiach.

[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl](https://epodreczniki.pl)

Wysłuchaj ścieżki lektorskiej.

Polecenie 2

Moc w przykładzie z zadania cały czas się zmienia. Wyznacz średnią moc, czyli ustaloną wartość mocy, która da taką samą ilość wykonanej pracy w tym samym czasie.

Polecenie 3

Rozpatrujemy wykresy zależności sześciu wielkości fizycznych od czasu: prędkości v , przyspieszenia a , siły F , mocy P , energii E oraz natężenia prądu I . Wskaż właściwą wielkość mającą interpretację pola powierzchni pod każdym z wykresów.

Pole powierzchni pod wykresem:

$v(t)$ ma interpretację
 $a(t)$ ma interpretację
 $F(t)$ ma interpretację
 $E(t)$ ma interpretację
 $P(t)$ ma interpretację
 $I(t)$ ma interpretację

ładunku elektrycznego

przemieszczenia

napięcia elektrycznego

siły

zmiany prędkości

oporu elektrycznego

przyspieszenia

masy

pracy

zmiany pędu

mocy

działania

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wartość pracy można obliczyć, korzystając z wykresu:

☐ mocy od drogi

☐ mocy od siły

☐ mocy od prędkości

☐ mocy od czasu

Ćwiczenie 2



Jaki kształt pola pod wykresem zależności mocy od czasu uzyskamy, jeśli moc rośnie liniowo w czasie? W chwili początkowej moc wynosiła zero, a po czasie t_0 wzrosła do P_{max}

☐ trójkąta prostokątnego

☐ trójkąta równobocznego

☐ trapezu

☐ prostokąta

Ćwiczenie 3



Czajnik elektryczny pobiera z sieci elektrycznej stałą moc $P_0 = 2000 \text{ W}$ przez czas $t_0 = 150 \text{ s}$. Wykaż, że ilość energii elektrycznej obliczona za pomocą wykresu zależności mocy od czasu da dokładnie ten sam wynik, jak za pomocą wzoru wiążącego moc z energią.

Ćwiczenie 4

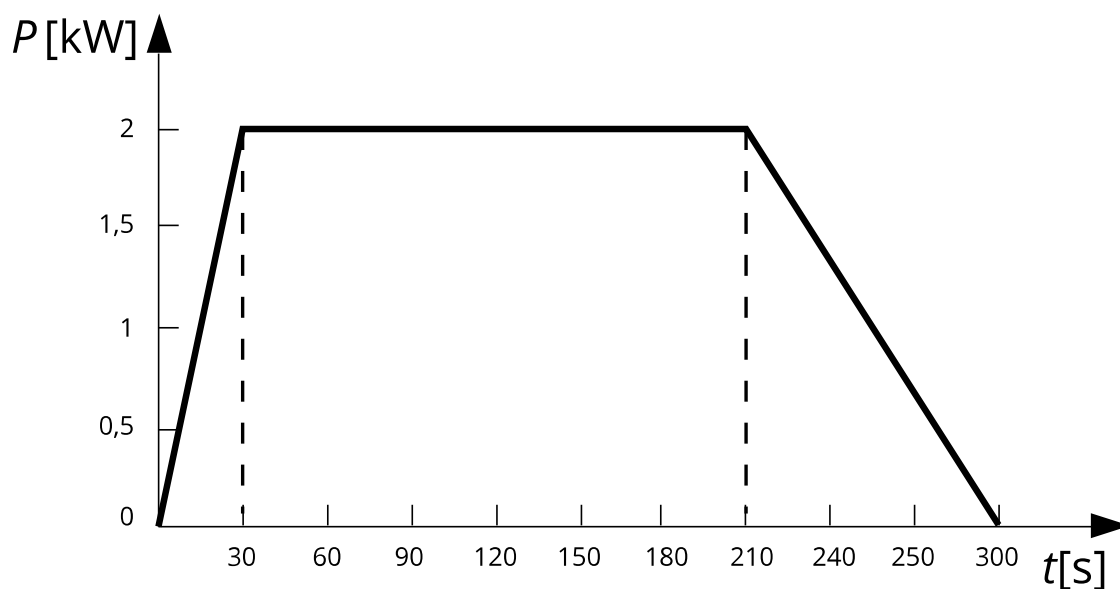


Moc urządzenia wykonującego pracę mechaniczną wzrosła liniowo od zera do wartości $P_0 = 40 \text{ W}$ w ciągu $t = 5 \text{ s}$. Wykaż, że średnia moc tego urządzenia jest równa połowie mocy maksymalnej.

Ćwiczenie 5



Na wykresie przedstawiono zależność mocy od czasu dla silnika wózka elektrycznego. Wózek najpierw rozpędzał się, następnie jechał ze stałą prędkością, a potem zahamował i zatrzymał się. Wyznacz całkowitą pracę wykonaną przez silnik (w kilodżulach) oraz jego średnią moc (w watach).



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

$W =$ kJ

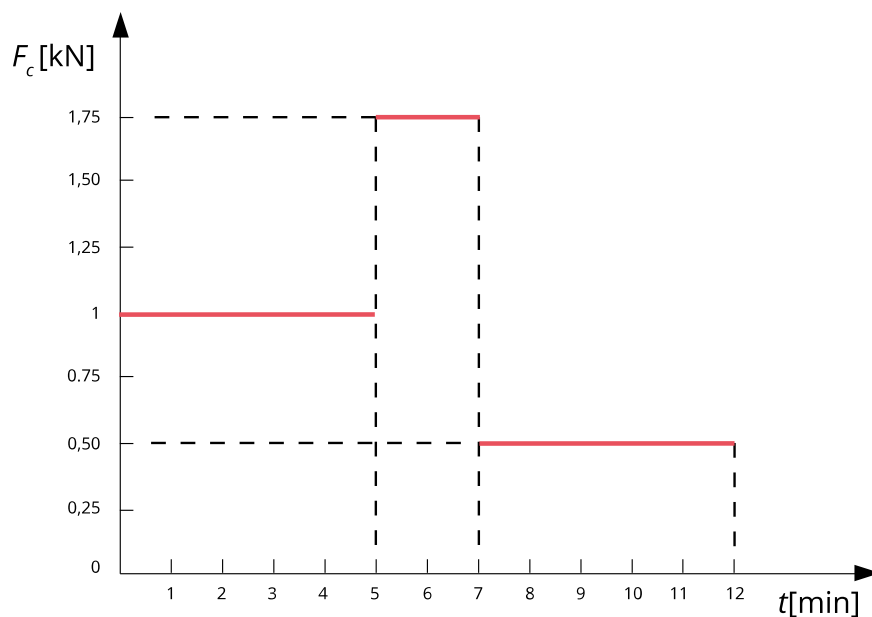
$P_{\text{śr}} =$ W

Ćwiczenie 6



Na wykresie przedstawiono siłę ciągu silnika samochodu, który cały czas poruszał się ze stałą szybkością. Siła ciągu zmieniała się, gdyż samochód najpierw poruszał się po płaskiej drodze, następnie wjeżdżał na wzniesienie, z którego potem zjeżdżał.

Wyznacz całkowitą pracę wykonaną przez silnik samochodu (w megadżulach), oraz jego średnią moc (w kilowatach), wiedząc że samochód w ciągu $t = 12$ min przejechał drogę $s = 10,8$ km. Nie zaokrąglaj otrzymanego wyniku.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

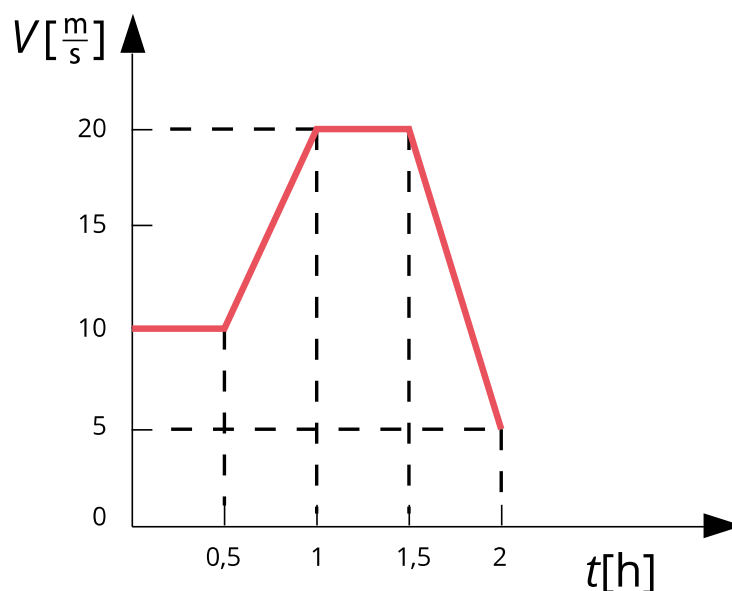
$W =$ MJ

$P_{\text{śr}} =$ kW

Ćwiczenie 7



Poniższy wykres przedstawia wyniki pomiaru prędkości wiatru wiejącego w pobliżu elektrowni wiatrowej w ciągu dwóch godzin. Wiedząc, że moc elektryczna elektrowni jest wprost proporcjonalna do prędkości wiatru oraz że dla prędkości $v = 20$ m/s moc wynosi $P = 50$ MW, wyznacz całkowitą energię elektryczną (w gigadżulach) uzyskaną z energii wiatru w tej elektrowni. Nie zaokrąglaj otrzymanego wyniku.



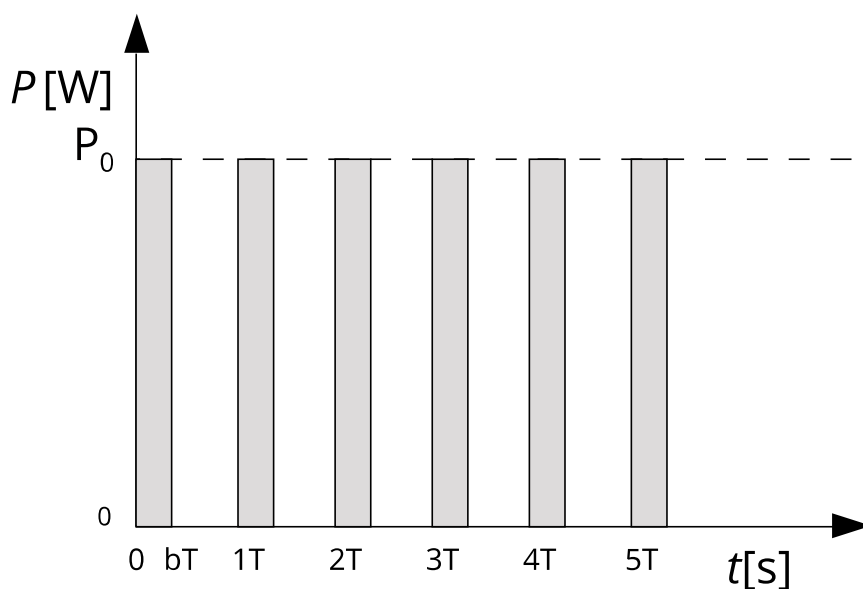
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

$W =$ GJ

Ćwiczenie 8



Na rysunku przedstawiono zależność mocy od czasu dla urządzenia generującego okresowe impulsy mocy o amplitudzie P_0 . Okres pojedynczego cyklu wynosi T . Wykaż, że średnia moc pojedynczego impulsu jest proporcjonalna do bezwymiarowej wielkości b (zwanej współczynnikiem wypełnienia impulsu). Wyznacz pracę, jaką może wykonać pojedynczy impuls, jeśli $P_0 = 5 \text{ W}$, $T = 3 \text{ s}$, $b = 0,2$.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

$W =$ J

Dla nauczyciela

Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Przemysław Michalski
Przedmiot:	fizyka
Temat zajęć:	Praca – nie tylko iloczyn mocy i czasu
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; II. Mechanika. Uczeń: 10) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; II. Mechanika. Uczeń: 22) interpretuje pole pod wykresem zależności siły od drogi i pole pod wykresem zależności mocy od czasu jako wykonaną pracę.
------------------------------------	--

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. interpretuje pracę jako pole pod wykresem zależności mocy od czasu. 2. stosuje tę interpretację pracy i oblicza ją dla danego wykresu zależności mocy od czasu. 3. analizuje wykresy pochodne, na podstawie których można otrzymać zależność mocy od czasu; 4. dokonuje odpowiednich przekształceń w celu wyznaczenia pracy.
Strategie nauczania	flipped classroom
Metody nauczania	zajęcia rachunkowe
Formy zajęć:	praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	tablica
Materiały pomocnicze:	różne wykresy zależności $P(t)$, opracowane i przygotowane przez nauczyciela
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
• Na poprzedniej lekcji nauczyciel zadał uczniom pracę domową w postaci zapoznania się z całym e-materiałem. • Weryfikacja wiedzy uczniów zdobytej na podstawie e-materiału. Nauczyciel sprawdza znajomość interpretacji wykresu zależności mocy od czasu. • Nauczyciel informuje o ograniczeniach w stosowaniu wzoru na pracę jako iloczynu mocy i czasu – tj. zmiana mocy w czasie.	
Faza realizacyjna:	

Część 1 – obliczanie pracy, gdy moc zmienia się w czasie.

Uczniowie rozwiązują zadania 5 i 8 z e-materiału pod kierunkiem nauczyciela.

Uczniowie obliczają pracę na podstawie innego, przygotowanego przez nauczyciela, wykresu $P(t)$.

Część 2 – obliczanie pracy, gdy zależność mocy od czasu nie jest dana bezpośrednio.

Uczniowie rozwiązują zadania 6 i 7 z e-materiału pod kierunkiem nauczyciela.

Faza podsumowująca:

Podsumowanie, dyskusja i wyjaśnienie następuje po rozwiązaniu każdego zadania.

Praca domowa:

Samodzielne rozwiązanie zadań 1-4 z e-materiału w celu powtórzenia i utrwalenia wiadomości .

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Multimedium bazowe może być wykorzystane na lekcji w celu sprowokowania do dyskusji lub po lekcji w celu powtórzenia i utrwalenia wiadomości.