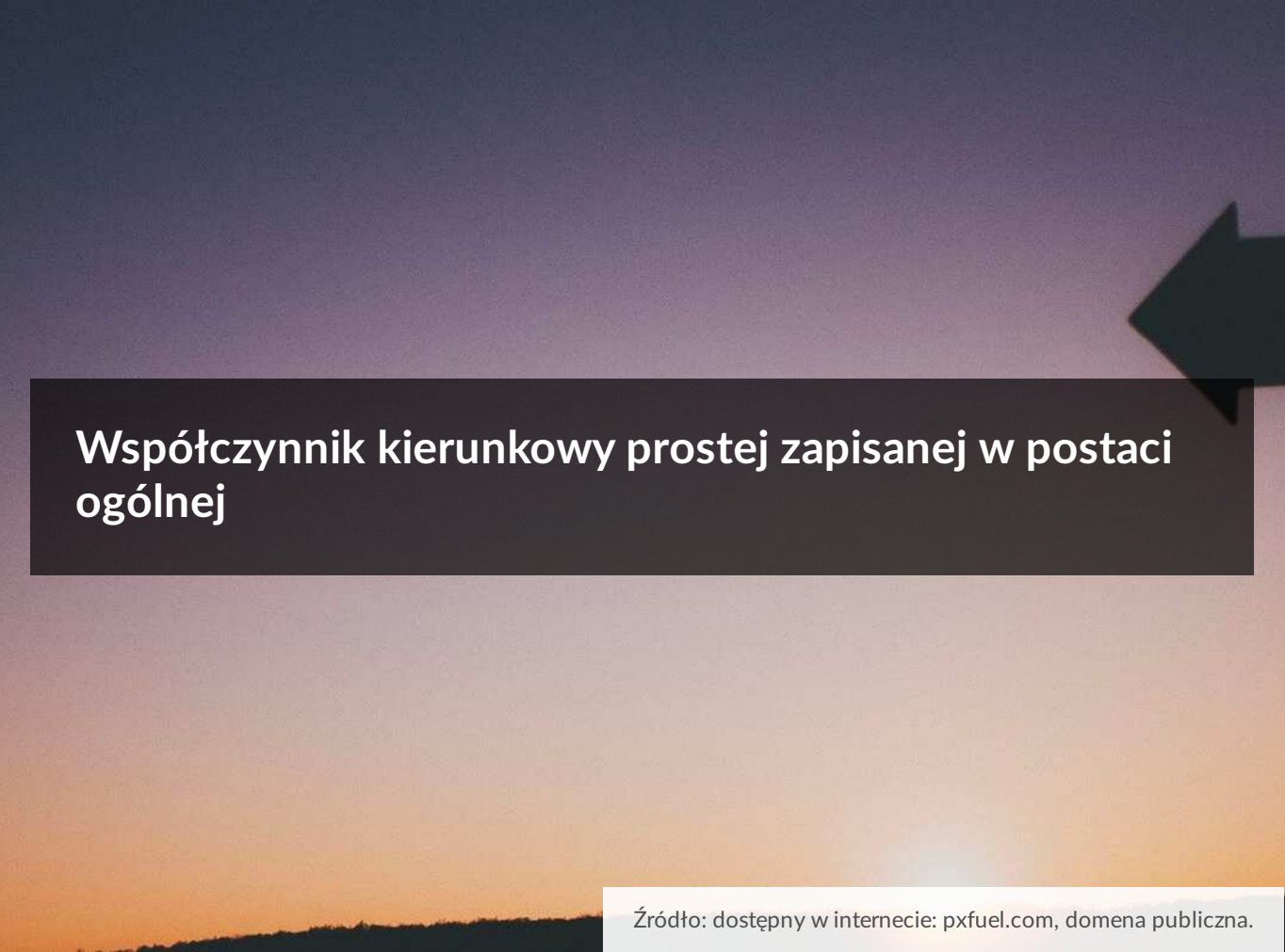




Współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

Przypomnijmy, że każdą prostą umieszczoną w układzie współrzędnych można opisać równaniem ogólnym, nawet jeśli prosta ta jest równoległa do osi Y . W tej lekcji zajmiemy się wyznaczaniem współczynników kierunkowych prostych opisanych równaniami ogólnymi.

Twoje cele

- Wyznaczysz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej.
- Wykorzystasz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej do rozpoznawania prostopadłości prostych.
- Wykorzystasz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Przeczytaj

Każda prosta umieszczona w układzie współrzędnych może zostać opisana tzw. **równaniem ogólnym prostej** postaci $Ax + By + C = 0$, gdzie A i B nie są równocześnie zerami.

Jeśli $B = 0$, to równanie redukuje się do postaci $Ax + C = 0$, czyli $x = -\frac{C}{A}$. Takie równanie opisuje prostą równoległą do osi Y .

Jeśli $B \neq 0$, to możemy wykonać kolejne przekształcenia:

$$Ax + By + C = 0$$

$$By = -Ax - C$$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

Zatem współczynnik kierunkowy prostej opisanej wzorem ogólnym $Ax + By + C = 0$ jest równy $-\frac{A}{B}$, o ile $B \neq 0$.

Przykład 1

Wyznamy współczynnik kierunkowy prostej o równaniu $2x + 3y = 5$.

Ponieważ współczynnik przy zmiennej y jest różny od zera możemy wykonać następujące przekształcenia:

$$2x + 3y = 5$$

$$3y = -2x + 5$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

Zatem współczynnik kierunkowy prostej o równaniu $2x + 3y = 5$ jest równy $-\frac{2}{3}$.

Przykład 2

Sprawdzimy, czy proste o równaniach $2x - 3y = 5$ i $6x + 4y = 7$ są prostopadłe.

Wyznamy współczynniki kierunkowe tych prostych:

$$2x - 3y = 5$$

$$-3y = -2x + 5$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

Zatem współczynnik kierunkowy pierwszej prostej jest równy $\frac{2}{3}$. Ponadto

$$6x + 4y = 7$$

$$4y = -6x + 7$$

$$y = -\frac{6}{4}x + \frac{7}{4}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$$

Zatem współczynnik kierunkowy drugiej prostej jest równy $-\frac{3}{2}$.

Iloczyn współczynników kierunkowych tych prostych jest równy $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$, więc proste są prostopadłe.

Słownik

współczynnik kierunkowy prostej

liczba a we wzorze $y = ax + b$ zwanym równaniem kierunkowym prostej; określa nachylenie prostej

równanie ogólne prostej

równanie $Ax + By + C = 0$, gdzie współczynniki A i B nie są jednocześnie równe zero

Infografika

Polecenie 1

Przeanalizuj poniższą infografikę i na podstawie informacji w niej zawartych rozwiąż test.

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Wskaż prawidłowo wyznaczone współczynniki kierunkowe prostych.

☐

Współczynnikiem kierunkowym prostej o równaniu ogólnym $6x - 2y - 7 = 0$ jest 3.

☐

Współczynnikiem kierunkowym prostej o równaniu ogólnym $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 10 = 0$ jest -1 .

☐

Współczynnikiem kierunkowym prostej o równaniu ogólnym $\sqrt{5}x - \sqrt{5}y - 13 = 0$ jest -1 .

☐

Współczynnikiem kierunkowym prostej o równaniu ogólnym $\sqrt{18}x + \sqrt{2}y + 17 = 0$ jest -3 .

☐

Współczynnikiem kierunkowym prostej o równaniu ogólnym $2x + y + 3 = 0$ jest 2.

Ćwiczenie 2



Wyznacz współczynniki kierunkowe prostych o podanych równaniach ogólnych. Wpisz w odpowiednie miejsce. Wskazówka - wykorzystaj wzór $\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$, gdzie $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 1$.

Równanie ogólne prostej	Współczynnik kierunkowy
$x \log_3 2 + y \log_3 2 - 5 = 0$	
$x \log_3 4 - y \log_3 2 + 3 = 0$	
$x \log_3 8 + y \log_3 2 - 6 = 0$	
$x \log_7 125 - y \log_7 5 + 10 = 0$	
$x \log_5 9 + y \log_5 3 - 7 = 0$	
$x \log_2 3 - y \log_2 3 - 3 = 0$	

Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Rozstrzygnij, czy proste o równaniach $4x + 5y - 3 = 0$ i $10x - 7y + 7 = 0$ są prostopadłe.

Ćwiczenie 5



Rozwiąż test.

Proste o równaniach $2x - 3y - 7 = 0$ i $3x + 2y + 10 = 0$ są prostopadłe	Proste o równaniach $4x + 6y - 9 = 0$ i $3x + 2y + 10 = 0$ są prostopadłe	Proste o równaniach $5x - 3y + 12 = 0$ i $10x + 6y + 13 = 0$ są prostopadłe	Proste o równaniach $5x + 3y + 17 = 0$ i $9x - 15y + 10 = 0$ są prostopadłe
tak ☐	tak ☐	tak ☐	tak ☐
nie ☐	nie ☐	nie ☐	nie ☐

Ćwiczenie 6



Połącz w pary równania opisujące proste prostopadłe.

$$4x + 3y + 5 = 0$$

$$6x + 8y + 10 = 0$$

$$-4x + 3y + 17 = 0$$

$$8x - 6y + 11 = 0$$

$$3x + 4y - 13 = 0$$

$$9x - 12y + 10 = 0$$

$$3x - 4y + 7 = 0$$

$$4x + 3y + 10 = 0$$

Ćwiczenie 7



Dane są współrzędne wierzchołków $A = (-4; 0)$ i $B = (2; -3)$ prostokąta $ABCD$ o polu 75. Wyznacz współrzędne punktów C i D . Uporządkuj kolejność wykonywanych czynności.

Równanie prostej AD to: $y = 2(x + 4)$, czyli $y = 2x + 8$.

$$|AB| = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (0 - (-3))^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Współczynnik kierunkowy prostej o równaniu wyznaczonym powyżej jest równy $-\frac{1}{2}$.

Po wyznaczeniu równań prostych BC i AD skorzystamy z pola prostokąta. W tym celu wyznaczmy długość odcinka AB :

Równanie prostej BC to: $y + 3 = 2(x - 2)$, czyli $y = 2x - 7$

$|BC| = |AD| = \frac{75}{3\sqrt{5}} = 5\sqrt{5}$. Teraz możemy już wyznaczyć współrzędne punktów C i D (w tej kolejności).

Korzystając ze wzoru na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

$$(2 - (-4))(y - (-3)) = (-3 - 0)(x - 2)$$

otrzymujemy: $6y + 18 = -3x + 6$

$$6y + 3x + 12 = 0$$

$$x + 2y + 4 = 0$$

Ponieważ punkt D leży na prostej o równaniu $y = 2x + 8$, więc jego współrzędne możemy wyrazić jako $(d; 2d + 8)$.

Pierwiastkami powyższego równania są liczby 7 i -3 , zatem punkt C ma współrzędne $(7; 7)$ lub $(-3; -13)$.

Ze wzoru na długość odcinka zastosowanego do odcinka AD otrzymujemy równanie $\sqrt{(d - (-4))^2 + (2d + 8 - 0)^2} = 5\sqrt{5}$, które jest równoważne równaniu $d^2 + 8d - 9 = 0$.

Zacniemy od wyznaczenia równania prostej AB .

Ze wzoru na długość odcinka zastosowanego do odcinka BC otrzymujemy równanie $\sqrt{(c-2)^2 + (2c-7-(-3))^2} = 5\sqrt{5}$, które jest równoważne równaniu $c^2 - 4c - 21 = 0$.



Zatem $C = (7; 7)$ i $D = (1; 10)$ lub $C = (-3; -13)$ i $D = (-9; -10)$.



Korzystając z pola prostokąta i wyznaczonej długości odcinka AB możemy wyznaczyć długość odcinków BC i AD :



Znając współczynnik kierunkowy prostej AB możemy wyznaczyć równania prostych BC i AD (w tej kolejności).



Ponieważ punkt C leży na prostej o równaniu $y = 2x - 7$, więc jego współrzędne możemy wyrazić jako $(c; 2c - 7)$.



Pierwiastkami powyższego równania są liczby 1 i -9 , zatem punkt D ma współrzędne $(1; 10)$ lub $(-9; -10)$.



Ćwiczenie 8



Dane są współrzędne wierzchołków $A = (-1; -5)$ i $B = (5; -1)$ prostokąta $ABCD$ o polu 78. Wyznacz współrzędne punktów C i D .

Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:

2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

- Wyznaczysz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej.
- Wykorzystasz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej do rozpoznawania prostopadłości prostych.
- Wykorzystasz współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;

- rozmowa nauczająca w oparciu o treści zawarte w sekcji „Infografika” i ćwiczenia interaktywne;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Uczniowie zapoznają się z medium w sekcji „Infografika”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel prosi wybranego ucznia lub uczniów o przedstawienie sytuacji problemowej związanej z tematem lekcji.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi, aby wybrany uczeń przeczytał polecenie numer 1 – „Przeanalizuj poniższą infografikę i na podstawie informacji w niej zawartych rozwiąż test.” z sekcji „Infografika”. Uczniowie zapoznają się z materiałem i zapisują ewentualne problemy z jego zrozumieniem. Następnie dzielą się na grupy i ponownie analizują jego treść wspólnie wyjaśniając zaistniałe wątpliwości.
 2. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenie nr 1-2, a następnie wybrany uczeń omawia ich wykonanie na forum krok po kroku. Wybrani uczniowie wykonują ćwiczenia nr 1-2 na forum klasy. Nauczyciel sprawdza poprawność wykonanych zadań, omawiając je wraz z uczniami na bieżąco.
 3. Uczniowie rozwiązują zadania indywidualnie wykonując ćwiczenia nr 6, 7 i 8. Nauczyciel sprawdza poprawność wykonanych zadań, omawiając je wraz z uczniami.
 4. Praca indywidualna – implementacja poznanej techniki do rozwiązywania problemów informatycznych – wykonywanie ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.
3. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenie nr 8 z sekcji „Sprawdź się”.
2. Uczniowie opracowują FAQ (minimum 3 pytania i odpowiedzi prezentujące przykład i rozwiązanie) do tematu lekcji („Współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej”).

Materiały pomocnicze:

- [Równanie prostej w postaci ogólnej oraz w postaci kierunkowej](#)
- [Współczynnik kierunkowy prostej, do której należą dwa różne punkty](#)
- [Współczynnik kierunkowy prostej i równanie kierunkowe prostej](#)
- [Prosta \$y=ax\$](#)
- [Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt](#)

Wskazówki metodyczne:

- Medium w sekcji „Infografika” można potraktować jako zadania domowe dotyczące analizy problemu w temacie „Współczynnik kierunkowy prostej zapisanej w postaci ogólnej”.