



Twierdzenie Pitagorasa

Materiał zawiera ilustrację.

Zawartość tekstowa: wprowadzenie do tw. Pitagorasa, ciekawostka, treść tw. Pitagorasa.

Aplety: dowody twierdzenia Pitagorasa, własność wielokątów podobnych zbudowanych na bokach trójkąta prostokątnego.

Twierdzenie Pitagorasa

Twierdzenie Pitagorasa

Jednym z ważniejszych twierdzeń w matematyce jest twierdzenie zwane dzisiaj twierdzeniem Pitagorasa. Twierdzenie to prawdopodobnie znali już starożytni Egipcjanie, Chińczycy i Hindusi. Starożytni Grecy jego odkrycie i dowód przypisywali greckiemu matematykowi Pitagorasowi .

Ciekawostka

Pitagoras to grecki filozof i matematyk, urodzony około 572 r. p.n.e. Założył szkołę filozoficzną, która przekształciła się w związek pitagorejski. Pitagoras i jego uczniowie zajmowali się wieloma dziedzinami wiedzy. Dokonali też wielu odkryć matematycznych, np. udowodnili, że suma kątów w trójkącie jest równa kątowi półpełnemu. Jako pierwsi wyodrębnili liczby parzyste i nieparzyste, odkryli liczby niewymierne, wprowadzili pojęcie podobieństwa figur. Sformułowali zasady budowy wielościanów foremnych.

Polecenie 1

Uruchom aplet i wykonaj zawarte w nim polecenia.

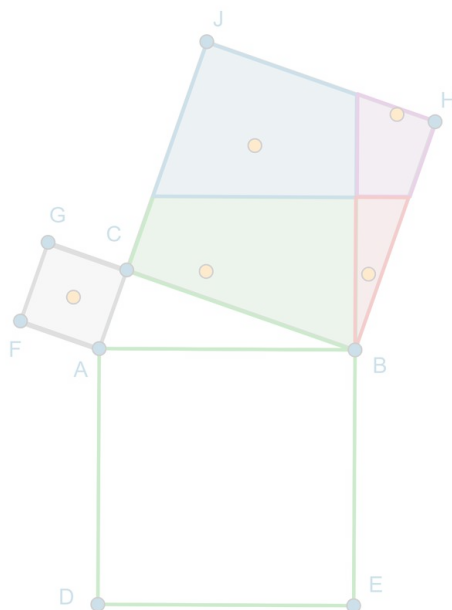
Twierdzenie Pitagorasa - 1

Z kwadratu ACGF i elementów kwadratu CBHJ ulóż kwadrat ABED. Elementy możesz przesuwać, chwytając punkt .

Po przesunięciu okazuje się, że

Suma pól kwadratów zbudowanych na krótszych bokach trójkąta prostokątnego jest równa polu kwadratu zbudowanego na najdłuższym boku tego trójkąta.

Konstrukcja ta jest dowodem twierdzenia Pitagorasa i prawdopodobnie sam mistrz Pitagoras odkrył dzięki niej to twierdzenie.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

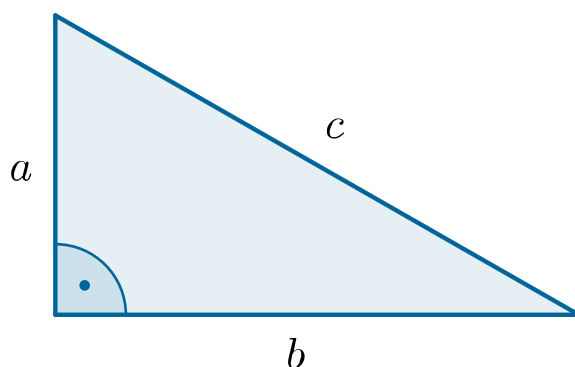
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie to można sformułować też inaczej, wykorzystując zależność między długościami boków trójkąta prostokątnego.

Twierdzenie: Twierdzenie Pitagorasa

Jeżeli a i b są długościami przyprostokątnych, zaś c długością przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym, to zachodzi związek

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.


O dowodach twierdzenia Pitagorasa

Znanych jest wiele dowodów twierdzenia Pitagorasa, zarówno geometrycznych, jak i algebraicznych. Oryginalne dowody tego twierdzenia podało wiele znanych postaci historycznych, niezwiązanych bezpośrednio z matematyką, np. jeden z prezydentów Stanów Zjednoczonych James Garfield (Dzejms Garfiled), włoski artysta Leonardo da Vinci (Leonardo da Vinci), francuski pisarz Ernest Renan (Ernest Renan).

Polecenie 2


Uruchom aplet i wykonaj zawarte w nim polecenia.

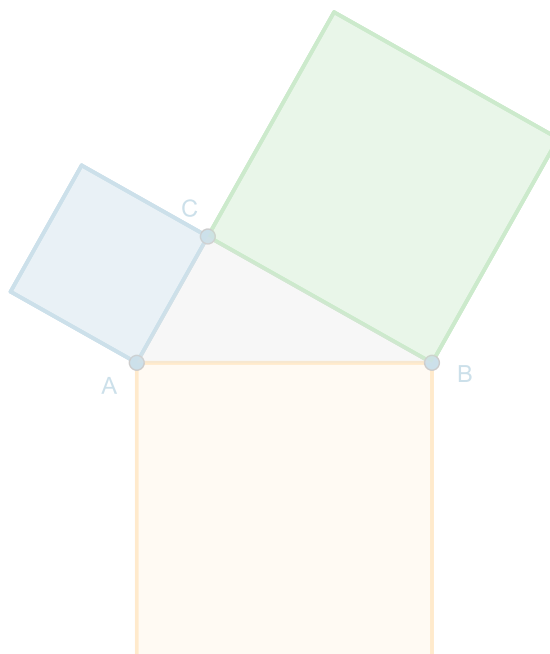
Twierdzenie Pitagorasa - 2
etap 1 z 8



Celem tej konstrukcji jest pokazanie, że suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ABC jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej tego trójkąta.

Przesuń suwak s do końca w prawo i przejdź do kolejnego etapu.

s 



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

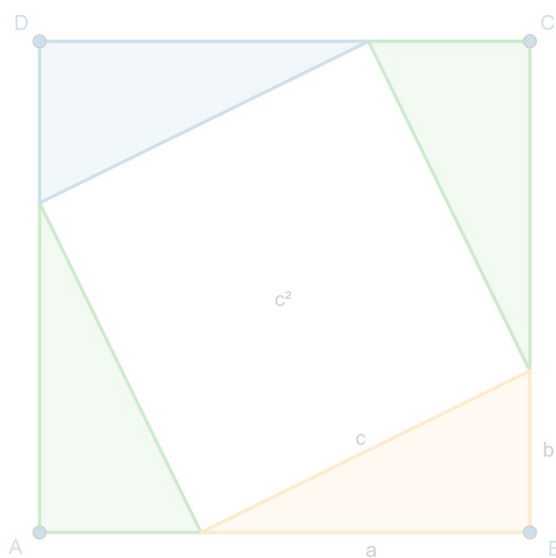
Zapoznaj się z poniższym apletem, w którym pokazany jest kolejny przykład dowodu twierdzenia Pitagorasa.

Twierdzenie Pitagorasa - 3
etap 1 z 7



W kwadracie o boku długości $a+b$ umieszczony jest pomarańczowy trójkąt prostokątny o bokach długości a , b i c .

Pole białego kwadratu o boku c , znajdującego się wewnątrz dużego kwadratu, jest równe c^2 .

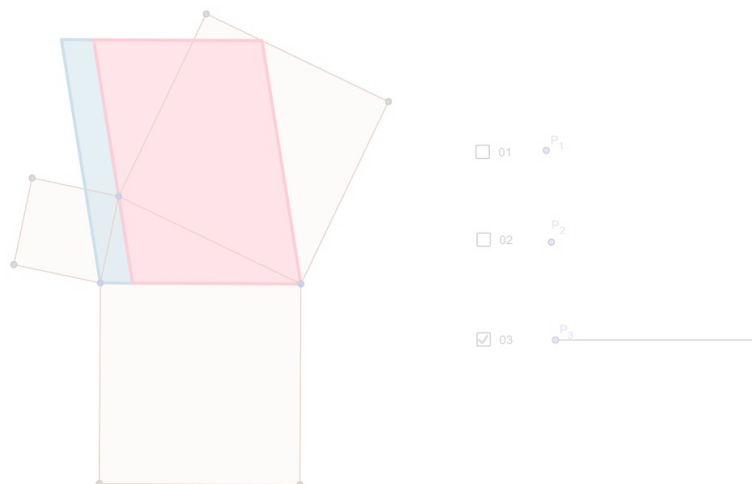


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 4

Sprawdź, czy dla trójkąta ostrokątnego zachodzi teza twierdzenia Pitagorasa. Sformułuj wniosek.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Elementy kwadratów zbudowanych na dwóch bokach trójkąta ostrokątnego nie mieszczą się w kwadracie zbudowanym na najdłuższym boku, więc nie zachodzi teza twierdzenia Pitagorasa.

Można udowodnić, że suma kwadratów długości dwóch boków trójkąta jest równa kwadratowi długości najdłuższego boku tylko w przypadku trójkątów prostokątnych. Dla trójkątów ostrokątnych oraz trójkątów rozwartokątnych równość ta nie zachodzi.

Przykład 1

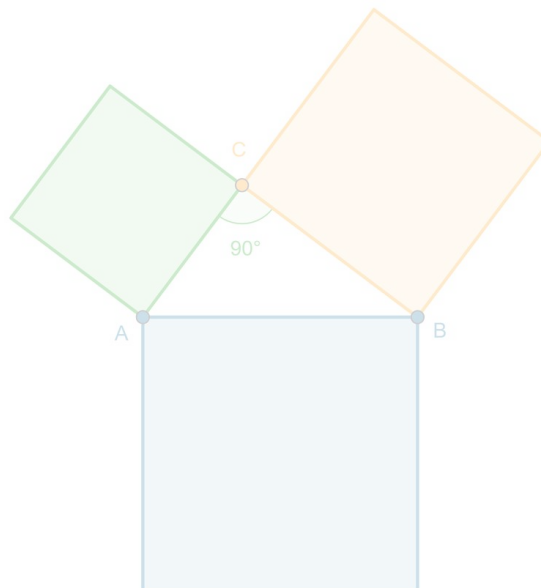
Twierdzenie Pitagorasa - 4

etap 1 z 10



Na bokach trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadraty.

Na podstawie twierdzenia Pitagorasa wiemy, że suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

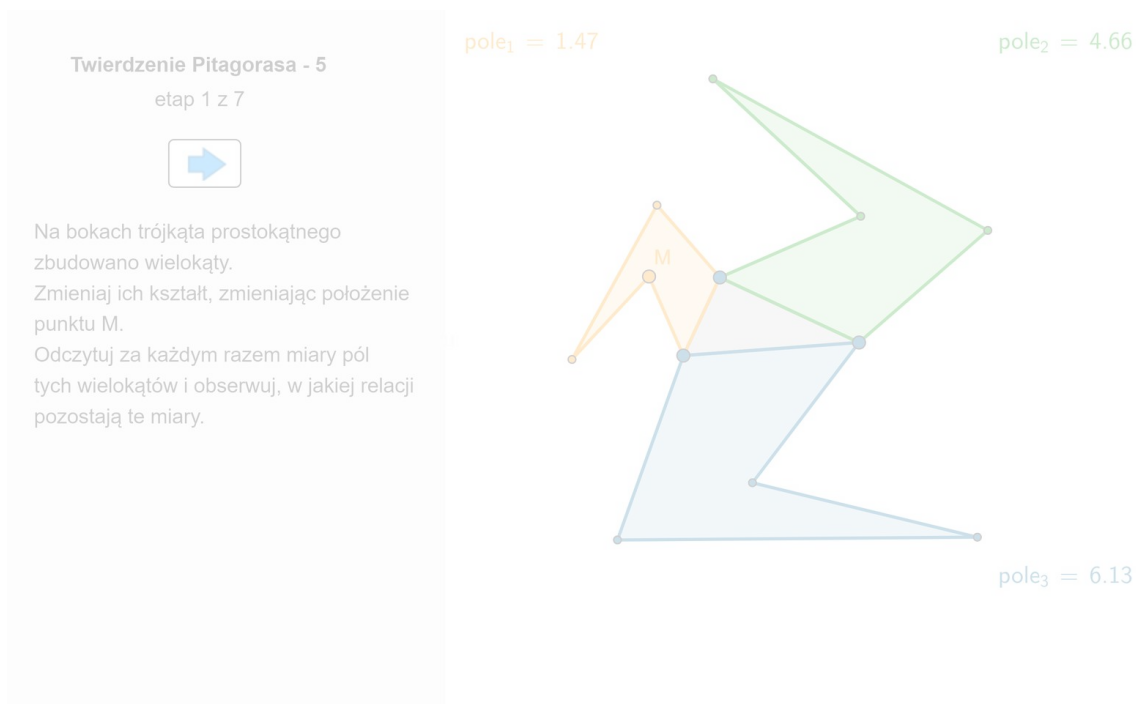
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapamiętaj!

Jeżeli na bokach trójkąta prostokątnego zbudujemy dowolne wielokąty podobne (czyli takie, że jeden z nich jest obrazem drugiego w pewnej skali), to suma pól tych wielokątów, które są zbudowane na przyprostokątnych, jest równa polu tego wielokąta, który jest zbudowany na przeciwprostokątnej.

Polecenie 5

Zmieniaj odpowiednio kształt i wielkość wielokątów zbudowanych na bokach trójkąta prostokątnego. Sprawdź, czy dla pól tych wielokątów spełniony jest związek między polami wielokątów, wynikający z twierdzenia Pitagorasa.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PSo4oT86C>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.