



# Działania na potęgach o wykładniku naturalnym

Materiał zawiera ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Zadania na obliczanie wartości potęg, przekształcanie wyrażeń zawierających potęgi o wykładniku naturalnym.

# Działania na potęgach o wykładniku naturalnym

Pokaż ćwiczenia:   

Ta lekcja poświęcona jest zadaniom związanym z potęgami o wykładniku naturalnym. Jeżeli chcesz sobie przypomnieć podstawowe wiadomości na temat działań na potęgach, zajrzyj do lekcji [Pojęcia, definicje i twierdzenia związane z trójkątem, funkcją, potęgami, pierwiastkami, proporcjonalnością prostą i kątami przy dwóch prostych](#).

## Ćwiczenie 1



Połącz w pary wyrażenia o tych samych wartościach. Przyjmij, że  $a \neq 0$ .

$$a^2 \cdot a^1$$

$$a^3 \cdot a \cdot a$$

$$a^3 \cdot a^5$$

$$a \cdot a^7$$

$$a^3 : a^3$$

$$a^5 : a^2$$

$$a^8 : a^5 \cdot a^2$$

$$a^0 \cdot a^{10} : a^3$$

$$a^{12} : a^{11}$$

$$a^0$$

$$a^8 \cdot a : a^2$$

$$a^7 \cdot a^4 : a^{10}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 2



Która potęga jest równa wyrażeniu  $(4^3)^2$ ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$12^2$

$4^9$

$64^2$

$4^5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 3



Jaką wartość ma wyrażenie  $\frac{3^3 \cdot 3^4}{(3^3)^4}$ ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$3^0$

$3^{-1}$

$3^{-5}$

$3^5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 4

Oblicz, a następnie wpisz prawidłowy wynik w lukę.



•  $\frac{2^5 \cdot 2^3}{27 \cdot 2^3} =$

•  $\frac{5 \cdot 3^7}{38 \cdot 3^2} =$

•  $\frac{4^7 \cdot 4^5}{17 - 4^0} =$

•  $\frac{5^3 - 2 \cdot 5^2}{5} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie potęgi liczb lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2^3 \cdot 4 : 2^2 =$
- $27 :$    $\cdot 3^5 = 3^6$
- $4^4 :$    $\cdot 16 \cdot 64 = 4^8$
- $625 : 5^2 :$    $: 5^2 = 1$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6



Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Wartość wyrażenia  $3^3 - 2^3$  jest równa .
- Wartość wyrażenia  $(\frac{1}{3})^2$  jest równa .
- Wartość wyrażenia  $2^3 \cdot 3^2$  jest równa .
- Wartość wyrażenia  $5^3 - 5^2$  jest równa .

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 7



Połącz w pary wyrażenia o tych samych wartościach.

$$-243 \cdot 3^2 \cdot 1024 : 2 : (-2)^3$$

$$2^6 \cdot 3^7$$

$$(-2)^{13} : 64 \cdot 3^3 \cdot (-9)$$

$$2^9 \cdot 3^6$$

$$32 \cdot 9 \cdot 2^4 : 3^0 \cdot (-3)^4$$

$$2^7 \cdot 3^6$$

$$-4 \cdot 3^3 \cdot (-2)^5 \cdot 27$$

$$2^7 \cdot 3^5$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 8

Przedstaw wynik w postaci jednej potęgi. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \ 2^3 + 2^3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \ 4^4 + 4^4 + 4^4 + 4^4 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \ 2 \cdot (2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5) = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \ (3^3 + 3^3 + 3^3) : 3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$4^5$$

$$4^4$$

$$2^{20}$$

$$2^6$$

$$2^8$$

$$3^1$$

$$2^4$$

$$3^9$$

$$3^3$$

$$4^{16}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 9



Zapisz na dwa sposoby daną potęgę w postaci iloczynu potęg o takiej samej podstawie.

a.  $2^{15}$

b.  $(-5)^{23}$

c.  $3^{2x+5}$

d.  $10^{x+2y}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Zapisz na dwa sposoby daną potęgę w postaci ilorazu potęg o takiej samej podstawie.

a.  $2^{15}$

b.  $(-5)^{23}$

c.  $3^{2x-5}$

d.  $10^{x-2y}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Zakładając, że  $a \neq 0$ , zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi. Połącz w pary wyrażenie z poprawną odpowiedzią.

$$a^8 : [a^9 : (a^2 \cdot a^4)]$$

$$a$$

$$\frac{a^3 \cdot [(a^4 \cdot a^5) : (a^3 \cdot a^3)]}{a^8 : (a^2 \cdot a)}$$

$$a^5$$

$$\frac{a^3 \cdot a^2 \cdot a^2}{a^7 : a^6}$$

$$a^7$$

$$(a^8 \cdot a^4) : (a^4 \cdot a)$$

$$a^2$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Dla jakiej wartości  $x$  wyrażenie  $\frac{(x^{33})^2 : (x^4)^5}{x^{20} \cdot x^{23}}$  ma wartość 125? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$x = 25$

$x = \frac{1}{5}$

$x = -5$

$x = 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 13



Dane są liczby  $a = 2^7$ ,  $b = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ,  $c = 2^5$ ,  $d = \left(-\frac{1}{2}\right)^6$ . Który z podanych iloczynów jest najmniejszy? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$ab$

$bd$

$ac$

$bc$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 14



Dane jest wyrażenie  $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$ . Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą podzielną przez 8? Zaznacz poprawne zdanie.

Nie, wykładnik potęgi  $2^6$  nie jest podzielny przez 8.

Nie, każdy z wykładników jest liczbą nieparzystą.

Tak, wartość tego wyrażenia można zapisać w postaci  $8 \cdot 2^3$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



## Ćwiczenie 15



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $(2^3)^3 =$
- $4^4 =$
- $(3^2)^5 =$
- $9^3 =$
- $8^3 =$
- $(9^1)^2 =$
- $(2^3)^2 =$
- $(16^1)^2 =$
- $(4^2)^3 =$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 16



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej. Załóż, że wszystkie zmienne są niezerowe.

- $(2x)^2 \cdot x^2 =$
- $(y^3)^6 \cdot (y)^6 =$
- $(8z^4)^4 \cdot (\frac{1}{2}z)^4 =$
- $(\frac{1}{4}x^3y)^2 \cdot (2x^2y^2)^2 =$
- $(\frac{1}{2}p^3q^4)^5 \cdot (-\frac{4}{p}q^2)^5 =$
- $(9k)^3 \cdot (\frac{1}{3}k)^3 \cdot (\frac{1}{3k^2})^3 =$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 17



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej. Załóż, że wszystkie zmienne są niezerowe.

- $(2x)^3 : x^3 =$
- $(y^3)^6 : (y)^6 =$
- $(8z^4)^4 : (2z)^4 =$
- $(6x^3y^2)^2 : (2x^2y^2)^2 =$
- $(\frac{1}{2}p^3q^4)^5 : (-\frac{1}{4p}q^2)^5 =$
- $(9k)^3 : (\frac{1}{3}k)^3 \cdot (3k^2)^3 =$

$2^5$	$(3x)^4$	$(3x)^2$	$2^4$	$(3x)^3$	$(-2p^4q^2)^6$	$(81k^2)^4$	$(4z^3)^8$	$(y^2)^6$	$2^3$
$(y^2)^9$	$(-2p^4q^2)^8$	$(81k^2)^3$	$(4z^3)^4$	$(81k^2)^6$	$(-2p^4q^2)^5$	$(4z^3)^6$	$(y^2)^8$		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 18



Oblicz „sprytnie”. Połącz wyrażenie z odpowiednim rozwiązaniem.

$12^2 : 3^3$	$153,6$
$(\frac{2}{3})^4 \cdot (1,5)^3$	$9$
$(0,2)^4 \cdot 10^5$	$\frac{2}{3}$
$(2,5)^3 \cdot 2^4$	$160$
$(\frac{1}{3})^4 \cdot 3^6$	$250$
$(2,4)^3 : (0,3)^2$	$5\frac{1}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 19



Zapisz na dwa sposoby daną potęgę w postaci iloczynu potęg o takich samych wykładnikach.

a.  $2^{15}$

b.  $(-5)^{23}$

c.  $(4xy)^6$

d.  $(2x^3y^4)^9$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 20



Zapisz na dwa sposoby daną potęgę w postaci ilorazu potęg o takich samych wykładnikach.

a.  $2^{15}$

b.  $(-5)^{23}$

c.  $(4xy)^6$  zakładając, że  $x \neq 0$  i  $y \neq 0$

d.  $(2x^3y^4)^9$  zakładając, że  $x \neq 0$  i  $y \neq 0$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 21



Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość liczbową. Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

•  $(3a^2)^3 : (\frac{1}{2}a^2)^2$ , dla  $a = -1$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi .

•  $(6x^2y^3)^5 : (6x^2y)^4$ , dla  $x = -\frac{1}{2}$  i  $y = -1$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi .

•  $(\frac{3a^2}{2b})^3 \cdot (\frac{4b^2}{3a})^2$ , dla  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 4$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi .

•  $[(2x^3y)^6 \cdot (2x^2y^5)^2] : [(x^2y)^2 \cdot (4x^3y^5)^2]$ , dla  $x = -1$  i  $y = -\frac{1}{3}$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 22



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• Ostatnią cyfrą liczby  $2^{28}$  jest .

• Ostatnią cyfrą liczby  $3^{51}$  jest .

• Ostatnią cyfrą liczby  $5^{67}$  jest .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 23



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- Rozwiązaniem równania  $2^x = 128$  jest liczba  $x =$  .
- Rozwiązaniem równania  $5^{2x} = 1$  jest liczba  $x =$  .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 24



Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  liczba  $10^n + 2$  jest podzielna przez 3.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 25



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby.

- Rozwiązaniem równania  $3^{x+2} = 81$  jest liczba  $x =$  .
- Rozwiązaniem równania  $2^{x-4} = 2$  jest liczba  $x =$  .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 26



Uzasadnij, że liczba  $2^{16} + 2^{15} + 2^{14}$  jest podzielna przez 7.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.