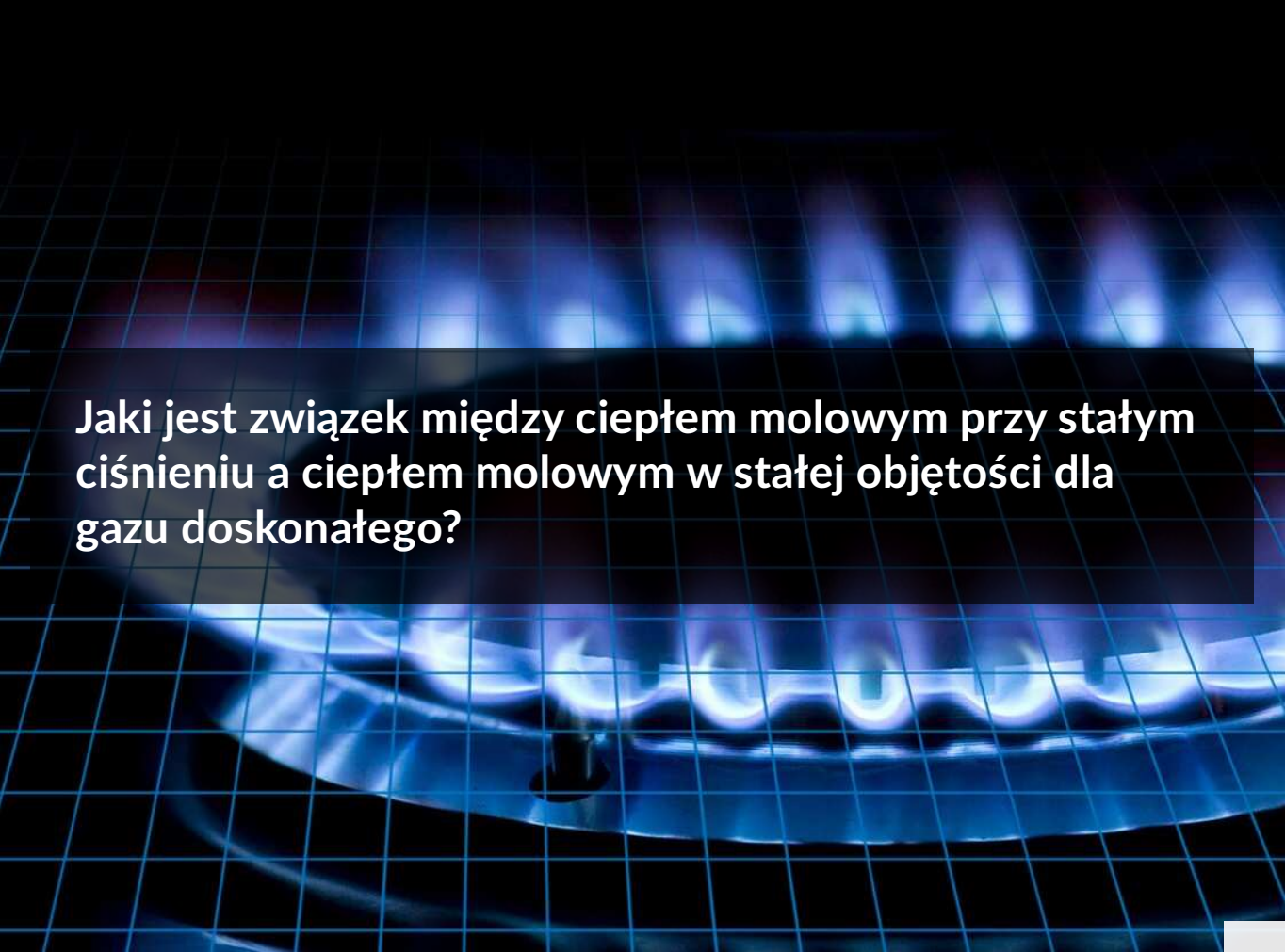




Jaki jest związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jaki jest związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego?

Czy to nie ciekawe?

Ciepło molowe to ciepło, jakie pobiera 1 mol danej substancji, gdy jej temperatura zwiększa się o 1°C (lub 1 K). Dla ciał stałych i cieczy można znaleźć w tablicach wartość ciepła molowego. Każda z tych substancji ma określoną, jedną wartość ciepła molowego. Inaczej jest z gazami. Gazy mogą pobierać ciepło w różnych procesach: w przemianie izobarycznej - przy stałym ciśnieniu, albo w przemianie izochorycznej - w stałej objętości. Czy ilość ciepła potrzebna do ogrzania 1 mola gazu o 1°C jest w tych procesach taka sama, czy się różni? Przeanalizujemy ten problem.

Twoje cele

- dowiesz się, czym jest ciepło molowe gazu przy stałej objętości,
- dowiesz się, czym jest ciepło molowe gazu przy stałym ciśnieniu,
- zrozumiesz, dlaczego ciepło molowe przy stałym ciśnieniu jest większe niż ciepło molowe przy stałej objętości,
- zastosujesz równanie przemiany izobarycznej do obliczenia różnicy między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu i ciepłem molowym przy stałej objętości,
- zrozumiesz, dlaczego różnica między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu i ciepłem molowym przy stałej objętości równa jest stałej gazowej.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Zgodnie z I zasadą termodynamiki zmiana energii wewnętrznej układu ΔU równa jest sumie ciepła przekazanego do układu Q i pracy W_z wykonanej nad układem przez siłę zewnętrzną.

$$Q + W_z = \Delta U$$

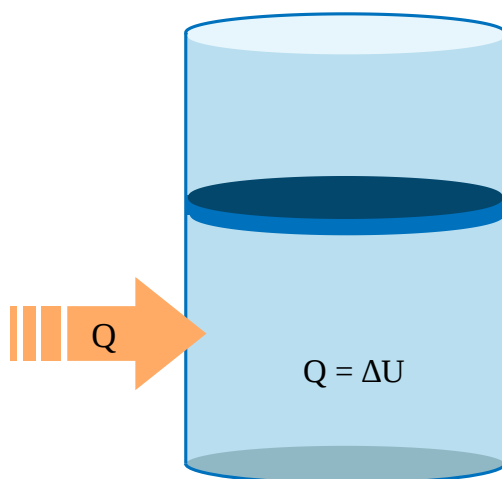
Rozważmy 1 mol gazu zamknięty w cylindrze z ruchomym tłokiem. W przemianie izochorycznej przy stałej objętości, $V = \text{const.}$, tłok nie zmienia swojego położenia, więc praca, będąca iloczynem siły i przesunięcia, równa jest zeru (Rys. 1.). Wynika z tego, że całe pobrane ciepło Q zamienia się na przyrost energii wewnętrznej ΔU .

$$\Delta U = Q \quad (1)$$

Gdy wzrasta energia wewnętrzna [gazu doskonałego](#), zwiększa się też jego temperatura. Zmiana energii wewnętrznej [gazu doskonałego](#) ΔU jest wprost proporcjonalna do zmiany temperatury ΔT i można wyrazić ją wzorem:

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T \quad (2)$$

gdzie n – to liczba moli gazu, R – stała gazowa ($R = 8,31 \text{ J/K}$).



Rys. 1. Izochoryczne ogrzewanie gazu doskonałego. Praca równa jest zeru. Całe pobrane ciepło Q zamienia się na przyrost energii wewnętrznej ΔU , a tym samym wzrost temperatury ΔT

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Przyrównując prawe strony równań (1) i (2) otrzymujemy związek pobranego ciepła Q ze zmianą temperatury ΔT :

$$Q = \frac{3}{2}nR\Delta T \quad (3)$$

Ciepło molowe to ciepło, jakie pobiera 1 mol gazu, gdy jego temperatura zwiększa się o 1 K. Wstawiając więc do równania (3) $n = 1$ mol oraz $\Delta T = 1$ K, otrzymujemy wzór na ciepło molowe **gazu doskonałego** przy stałej objętości C_V :

$$C_V = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2} \cdot 8,31 \frac{J}{mol \cdot K} = 12,47 \frac{J}{mol \cdot K}$$

Ciepło pobrane przez n moli **gazu doskonałego** przy stałej objętości możemy zapisać jako:

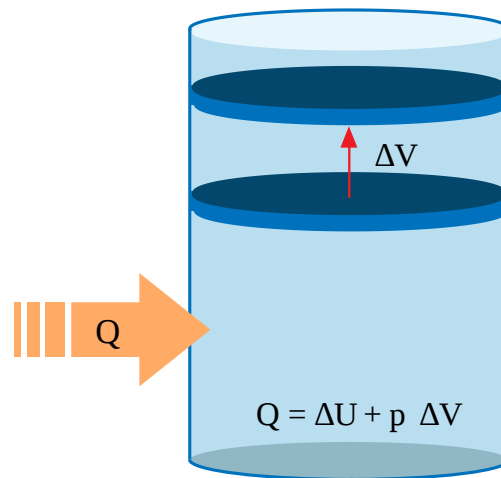
$$Q = nC_V(T_2 - T_1)$$

gdzie T_1 i T_2 to temperatury początkowa i końcowa.

Zauważ, że gdy temperatura końcowa jest mniejsza niż początkowa, $(T_2 - T_1) < 0$, to ciepło pobrane Q jest ujemne, co oznacza, że gaz oddał ciepło.

W przemianie izobarycznej, gdy gaz pobiera ciepło przy stałym ciśnieniu, zwiększa się temperatura i objętość gazu. Objętość jest wprost proporcjonalna do temperatury:

$$\frac{V}{T} = \text{const. (Rys. 2.)}$$



Rys. 2. Izobaryczne ogrzewanie gazu doskonałego. Pobrane ciepło Q zamienia się na przyrost energii wewnętrznej ΔU oraz na pracę wykonaną przez gaz równą $p\Delta V$

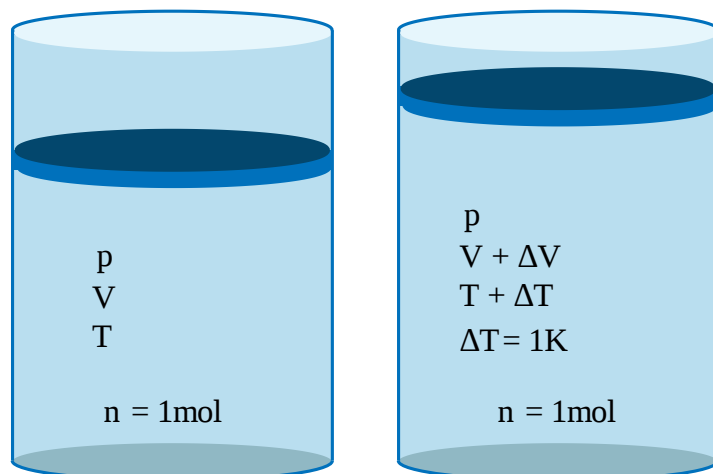
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Gdy zwiększa się objętość, siła parcia gazu przesuwa tłok, wykonując pracę $W = p\Delta V$, gdzie p to ciśnienie, przy którym zachodzi przemiana, ΔV – zmiana objętości gazu. (Wzór ten jest wyprowadzony w e-materiale pod tytułem „[Jak zinterpretować wykres przemian gazu doskonałego](#)”). W tej przemianie do zwiększenia temperatury o ΔT potrzeba większej ilości ciepła niż w przemianie izochorycznej. Pobrane ciepło jest zużywane na zwiększenie energii wewnętrznej, a tym samym temperatury, oraz na pracę wykonaną przez gaz podczas zwiększania objętości.

Gdy 1 mol gazu pobiera ciepło równe ciepłu molowemu przy stałym ciśnieniu C_p , jego temperatura zwiększa się o 1 K. Dostarczonego ciepła musi wystarczyć do zwiększenia energii wewnętrznej gazu, związanym ze wzrostem temperatury o 1 K, oraz do wykonania przez gaz pracy podczas przesuwania tłoka.

Różnica między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu C_p i ciepłem molowym przy stałej objętości C_V równa jest pracy wykonanej przez 1 mol [gazu doskonałego](#) podczas zwiększania temperatury o 1 K przy stałym ciśnieniu (Rys. 3.).

$$C_p - C_V = W$$



Rys. 3. Izobaryczne ogrzewanie 1 mola gazu doskonałego o 1K. Ciepło pobrane przez gaz to ciepło molowe przy stałym ciśnieniu C_p

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Aby obliczyć pracę W , skorzystamy z równania przemiany izobarycznej $\frac{V}{T} = \text{const.}$:

$$\frac{V}{T} = \frac{V + \Delta V}{T + \Delta T}$$

Skąd możemy wyznaczyć zmianę objętości:

$$\Delta V = \frac{V \cdot \Delta T}{T}$$

oraz pracę wykonaną w przemianie:

$$W = p \cdot \Delta V = \frac{p \cdot V \cdot \Delta T}{T}$$

Podstawiamy $\Delta T = 1 \text{ K}$ i otrzymujemy:

$$W = \frac{p \cdot V}{T} = R$$

Różnica między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu C_p i ciepłem molowym przy stałej objętości C_V równa jest stałej gazowej R .

$$C_p - C_V = R$$

Dla **gazu doskonałego** wartość ciepła molowego przy stałym ciśnieniu C_p wynosi:

$$C_p = C_V + R = 12,47 \frac{J}{mol \cdot K} + 8,31 \frac{J}{mol \cdot K} = 20,78 \frac{J}{mol \cdot K}$$

Ciepło pobrane przez n moli **gazu doskonałego** w przy stałym ciśnieniu zapisujemy jako:

$$Q = nC_p(T_2 - T_1)$$

gdzie T_1 i T_2 to temperatury początkowa i końcowa.

Zauważ, że nasze rozważania dotyczyły gazu doskonałego, którego cząsteczki traktujemy jako punkty materialne. Podane powyżej wartości ciepła molowego przy stałej objętości i przy stałym ciśnieniu dotyczą tylko **gazów o cząsteczkach jednoatomowych**, takich jak hel, neon i inne gazy szlachetne. Cząsteczki jednoatomowe mogą poruszać się tylko ruchem postępowym i możemy traktować je jako punkty materialne. Inaczej jest z gazami dwuatomowymi, na przykład N_2 , O_2 , CO . Takie cząsteczki oprócz ruchów postępowych mogą wykonywać też ruchy obrotowe. Dlatego ciepło molowe gazów dwuatomowych ma większą wartość.

Dla **gazów dwuatomowych** wartość ciepła molowego przy stałej objętości wynosi:

$$C_V = \frac{5}{2}R = 20,78 \frac{J}{mol \cdot K}$$

A ciepło molowe przy stałym ciśnieniu:

$$C_p = \frac{7}{2}R = 29,1 \frac{J}{mol \cdot K}$$

Stosunek ciepła molowego przy stałym ciśnieniu do ciepła molowego przy stałej objętości $\frac{C_p}{C_V} = \kappa$ odgrywa ważną rolę w termodynamice. Występuje jako parametr w równaniu opisującym **przemianę adiabatyczną**, nazywamy go wykładnikiem adiabaty. Wartość współczynnika κ zależy od budowy cząsteczki gazu. Dla gazu o cząsteczkach

jednoatomowych (np. He) $\kappa = 1,66$, dla gazów dwuatomowych (np. O₂, N₂) $\kappa = 1,4$, dla gazów o cząsteczkach 3 i więcej atomowych $\kappa = 1,33$.

Słowniczek

gaz doskonały

(*ang.: ideal gas*) fizyczny model gazu spełniający warunki:

1. Cząsteczki gazu o zaniedbywalnie małych rozmiarach poruszają się chaotycznie.
2. Zderzenia cząsteczek są idealnie sprężyste, a poza zderzeniami cząsteczki nie oddziałują ze sobą.

przemiana adiabatyczna

(*ang.: adiabatic process*) przemiana gazu doskonałego, w której nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem.

Film samouczek

Praca gazu w przemianie izobarycznej

Obejrzyj film samouczek, w którym przedstawiono, w jaki sposób obliczyć pracę wykonaną przez n moli gazu doskonałego w przemianie izobarycznej, w wyniku której nastąpił wzrost temperatury gazu.

$$W = p \Delta V = p \cdot (V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1$$

$$\frac{pV}{T} = nR \quad pV = nRT$$

$$W = nRT_2 - nRT_1 =$$

Film dostępny pod adresem [/preview/resource/R4Va747fGTRfU](https://preview/resource/R4Va747fGTRfU)

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Wysłuchaj alternatywnej ścieżki lektorskiej samouczka.

Polecenie 1

Oblicz pracę wykonaną przez gaz w przemianie izobarycznej mając dane: liczba moli $n = 1$, temperatura początkowa $T_1 = 290 \text{ K}$, temperatura końcowa $T_2 = 350 \text{ K}$. Stała gazowa $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Uzupełnij zdania:

1. Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu C_p jest / /
 ciepło molowe przy stałej objętości C_v .

2. Im większe jest ciepło molowe przy stałym ciśnieniu /
 jest ciepło molowe przy stałej objętości.

3. W przemianie izochorycznej pobrane ciepło zamienia się na
 /
 /
.

4. W przemianie izobarycznej pobrane ciepło zamienia się na
 /
 /
.

Ćwiczenie 2



Dwa naczynia zawierają taką samą ilość gazu doskonałego. Gaz w jednym naczyniu poddano przemianie izochorycznej, w drugim - przemianie izobarycznej. W obu przemianach ciepła pobrane przez gaz były jednakowe. Odpowiedz, w której przemianie wzrost temperatury był większy, w przemianie izochorycznej, czy w przemianie izobarycznej.

Wzrost temperatury w przemianie był większy niż w przemianie
.

Ćwiczenie 3



W tabeli zapisano wyniki doświadczenia, w którym 1 mol gazu doskonałego poddano przemianie izochorycznej: ciepło pobrane przez gaz Q , temperaturę początkową T_1 i końcową T_2 . Uzupełnij tabelę. Ciepło molowe przy stałej objętości $C_V = 12,5 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Q [J]	25	-100	125	-375
T_1 [K]	260	310		370
T_2 [K]			450	340

Ćwiczenie 4



W tabeli zapisano wyniki doświadczenia, w którym 1 mol gazu doskonałego poddano przemianie izobarycznej: ciepło pobrane przez gaz Q , temperaturę początkową T_1 i końcową T_2 . Uzupełnij tabelę. Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu $C_p = 20,8 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Q [J]	25	-100	125	-624
T_1 [K]	260	310		370
T_2 [K]			450	340

Ćwiczenie 5



W pokoju znajduje się 3000 moli powietrza. Na skutek awarii ogrzewania temperatura spadła z 20°C do 10°C . Zakładamy, że masa powietrza w pokoju nie zmieniła się, a powietrze traktujemy jako gaz doskonały o cieple molowym przy stałej objętości $C_V = 12,5 \frac{J}{mol \cdot K}$. Oblicz, jak zmieniła się energia wewnętrzna powietrza w pokoju?

$$\Delta U = \text{ J}$$

Energia wewnętrzna zmniejszyła się o J.

Ćwiczenie 6



W pojemniku znajduje się 10 moli gazu doskonałego. Gaz pobrał ciepło Q przy stałej objętości, w wyniku czego wzrosła jego temperatura o ΔT . Oblicz, ile moli gazu powinien zawierać pojemnik, aby przy takim samym poborze ciepła, przyrost temperatury był taki sam, jeśli stałe będzie ciśnienie. Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu $C_p = 20,8 \frac{J}{mol \cdot K}$, przy stałej objętości $C_V = 12,5 \frac{J}{mol \cdot K}$.

$$n_x = \text{ moli}$$

Ćwiczenie 7



Gaz doskonały pobrał ciepło $Q = 2500 \text{ J}$ przy stałym ciśnieniu $p = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ i jego objętość zwiększyła się o $\Delta V = 0,05 \text{ m}^3$. Oblicz zmianę energii wewnętrznej oraz zmianę temperatury tego gazu. Liczba moli gazu wynosiła $n = 2,5$. Ciepło molowe przy stałej objętości $C_V = 12,5 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

$$\Delta U = \text{[input box]} \text{ J}$$

$$\Delta T = \text{[input box]} \text{ K}$$

Ćwiczenie 8



Jeden mol gazu doskonałego poddano przemianie izobarycznej. Temperatura początkowa wynosiła $T_1 = 290 \text{ K}$, a końcowa $T_2 = 350 \text{ K}$. Stała gazowa wynosi $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$. Oblicz pracę wykonaną przez gaz, korzystając wyłącznie z podanych wartości.

$$W = \text{[input box]} \text{ J}$$

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Krystyna Wosińska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jaki jest związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa	Cele kształcenia - wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania - wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; VI. Termodynamika. Uczeń: 14) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu; interpretuje związek między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu a ciepłem molowym w stałej objętości dla gazu doskonałego.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśni, czym jest ciepło molowe gazu przy stałej objętości. 2. wyjaśni, czym jest ciepło molowe gazu przy stałym ciśnieniu. 3. wyjaśni, dlaczego ciepło molowe przy stałym ciśnieniu jest większe niż ciepło molowe przy stałej objętości. 4. zastosuje równanie przemiany izobarycznej do obliczenia różnicy między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu i ciepłem molowym przy stałej objętości. 5. wyjaśni, dlaczego różnica między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu i ciepłem molowym przy stałej objętości równa jest stałej gazowej.
Strategie nauczania:	strategia eksperymentalno-obserwacyjna (dostrzeganie i definiowanie problemów).
Metody nauczania:	wykład informacyjny, pokaz multimedialny, analiza pomysłów.
Formy zajęć:	- praca w grupach, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia.
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Jak definiujemy ciepło molowe”, „Czym jest przemiana izobaryczna”, „Czym jest przemiana izochoryczna”, „Jak zinterpretować wykres gazu doskonałego.”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
- Wprowadzenie zgodnie z treścią e-materiału. - Odwołanie do wiedzy uczniów o ciepło molowe.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel stawia problem porównania przemiany izochorycznej i izobarycznej w świetle I zasady termodynamiki. Wspólnie z uczniami ustala, że ciepło pobrane w obu przemianach przy jednakowym wzroście temperatury różni się o pracę w przemianie izobarycznej. Korzystając z zależności zmiany energii wewnętrznej od zmiany temperatury oraz definicji ciepła molowego, uczniowie z pomocą nauczyciela ustalają wzór na ciepło molowe przy stałej objętości. Następnie uczniowie w grupach obliczają pracę wykonaną przez 1 mol gazu podczas zwiększenia temperatury o 1 K, posługując się Rys. 3. z części „Przeczytaj”. Uczniowie oglądają film samouczek i wykonują podane tam obliczenia.	

Faza podsumowująca:

Nauczyciel podkreśla, że różnica między ciepłem molowym przy stałym ciśnieniu i ciepłem molowym przy stałej objętości równa jest stałej gazowej.
W celu sprawdzenia wiedzy uczniowie rozwiązują zadanie 7 z części „Sprawdź się”.
Nauczyciel i uczniowie oceniają stopień przyswojonej wiedzy.

Praca domowa:

W celu powtórzenia i utrwalenia materiału uczniowie rozwiązują zadania z części „Sprawdź się”, obowiązkowo zadanie 1 i 2, do wyboru – dwa z zadań 3 – 6.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Film samouczek można wykorzystać na lekcji i połączyć z wykonaniem zadania 8 oraz przedyskutowaniem wyników.
Może też być wykorzystany przez uczniów po lekcji do powtórzenia i utrwalenia materiału.