



Zastosowanie ciągów geometrycznych

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Zastosowanie ciągów geometrycznych

Źródło: Denise Jans, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Podstawą podziału całej skali muzycznej jest oktawa. Dźwięki odległe o jedną oktawę dają wrażenie dobrego współbrzmienia. Podstawowym dźwiękiem każdej oktawy jest dźwięk C . Każde C jest oddalone od poprzedniego o interwał oktawy, tzn. częstotliwości kolejnych dźwięków C są 2 razy większe – każda od poprzedniej, czyli są elementami ciągu geometrycznego o ilorazie 2, przy czym najniższemu C odpowiada w przybliżeniu dźwięk o częstotliwości 16 Hz.

Stąd prosty wniosek – matematyka jest przydatna nie tylko po to, aby świetnie zdać egzamin maturalny, ale również ma zastosowanie w dziedzinach wiedzy, pozornie nie mających nic wspólnego nawet z przedmiotami ścisłymi.

W tym materiale pokażemy właśnie kilka przykładów zastosowania ciągu geometrycznego w różnych sytuacjach, również z kontekstem realistycznym.



Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Twoje cele

- Powtórzysz i rozwiniesz umiejętności związane z zastosowaniem ciągów geometrycznych.
- Zastosujesz w obliczeniach poznane wzory związane z ciągiem geometrycznym.
- Zbudujesz model matematyczny problemu z kontekstem realistycznym, uwzględniając konieczne założenia i zastrzeżenia.
- Wykonasz obliczenia związane z procentem składanym.

Przeczytaj

Na początek kilka zastosowań wzorów związanych z ciągiem geometrycznym w zadaniach o liczbach.

Dla porządku – przypomnienie definicji ciągu geometrycznego.

Definicja: Ciąg geometryczny

Ciągiem geometrycznym nazywamy ciąg liczbowy co najmniej trzywyrazowy, w którym każdy wyraz, począwszy od drugiego, powstaje przez pomnożenie wyrazu poprzedniego przez liczbę q , zwaną ilorazem ciągu.

Już przed wiekami uczeni borykali się z problemami polegającymi na znajdowaniu liczb naturalnych spełniających określone warunki. W wielu wypadkach prowadziło to do rozwiązywania równań z wieloma niewiadomymi. Zatem poszukując takich liczb, warto było podać jak najwięcej zależności między tymi liczbami, aby doprowadzić do uzyskania układu równań zawierającego tyle równań, ile jest niewiadomych.

Przykład 1

Chcemy znaleźć trzy różne liczby naturalne, których suma jest równa 26, a suma ich kwadratów jest równa 364. Iloraz drugiej liczby przez pierwszą jest równy ilorazowi trzeciej liczby przez drugą.

Oznaczmy:

x, y, z – poszukiwane liczby.

Wiemy, że iloraz drugiej liczby przez pierwszą jest równy ilorazowi trzeciej liczby przez drugą.

Korzystamy z poniższej własności ciągu geometrycznego.

Własność: Własność ciągu geometrycznego

Jeśli w ciągu (a_n) co najmniej trzywyrazowym, o wyrazach różnych od 0, dla dowolnej liczby $n \in \mathbb{N}$ i $n \geq 1$, iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest stały, to ciąg jest geometryczny.

Wnioskujemy, że liczby x, y, z tworzą **ciąg geometryczny** o pewnym ilorazie $q \neq 1$ (bo liczby są różne).

Zatem:

x – pierwszy wyraz ciągu geometrycznego (z treści zadania wynika, że $x \neq 0$),

$y = xq$ – drugi wyraz ciągu geometrycznego (z treści zadania wynika, że $y \neq 0$),
 $z = xq^2$ – trzeci wyraz ciągu geometrycznego.

Zapisujemy układ równań wynikający z treści zadania.

$$\begin{cases} x + xq + xq^2 = 26 \\ x^2 + x^2q^2 + x^2q^4 = 364 \end{cases}$$

Wyłączamy x przed nawias po lewej stronie pierwszego równania, a x^2 po lewej stronie drugiego równania.

$$\begin{cases} x(1 + q + q^2) = 26 \\ x^2(1 + q^2 + q^4) = 364 \end{cases}$$

Dzielimy stronami drugie równanie przez pierwsze (lewa strona pierwszego równania przyjmuje wartości różne od zera) i tworzymy układ równań z pierwszym równaniem.

$$\begin{cases} x(1 + q + q^2) = 26 \\ x(1 - q + q^2) = 14 \end{cases}$$

Wyrażenie $1 + q + q^2$ przybiera wartości różne od zera dla każdej liczby q . Dzielimy więc obie strony pierwszego równania układu przez to wyrażenie i wyznaczone x wstawiamy do drugiego równia, które przekształcamy do postaci ogólnej.

$$26q^2 - 26q + 26 = 14 + 14q + 14q^2$$

$$12q^2 - 40q + 12 = 0 \quad | : 4$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0$$

Rozwiązujemy otrzymane równanie kwadratowe.

$$\Delta = 100 - 36 = 64 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 8$$

$$q_1 = \frac{10-8}{6} = \frac{1}{3}$$

$$q_2 = \frac{10+8}{6} = 3$$

Dla $q_1 = \frac{1}{3}$ otrzymujemy:

$$x_1 = \frac{14}{\frac{1}{9} + 1 - \frac{1}{3}} = 18, y_1 = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6, z_1 = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

Dla $q_2 = 3$ otrzymujemy:

$$x_2 = \frac{14}{9 + 1 - 3} = 2, y_2 = 3 \cdot 2 = 6, z_2 = 3 \cdot 6 = 18$$

Odpowiedź:

Szukane liczby to 2, 6, 18 (kolejność, w jakiej wypisujemy liczby nie ma dla nas znaczenia).

Podamy teraz przykłady zadań geometrycznych, związanych z wyznaczaniem ilorazu ciągu geometrycznego.

Przykład 2

Długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka tworzą ciąg geometryczny. Objętość prostopadłościanu jest równa 1000 cm^3 , a pole powierzchni 700 cm^2 . Obliczmy długości tych krawędzi.

Oznaczmy:

q – iloraz ciągu geometrycznego utworzonego przez długości krawędzi ($q > 0$),
 a, aq, aq^2 – długości krawędzi prostopadłościanu ($a > 0$).

Objętość prostopadłościanu jest równa 1000 cm^3 , zatem

$$a \cdot aq \cdot aq^2 = 1000$$

$$a^3 \cdot q^3 = 1000$$

$$aq = 10$$

Pole powierzchni prostopadłościanu jest równe 700 cm^2 , więc

$$2 \cdot (a^2q + a^2 \cdot q^2 + a^2q^3) = 700$$

Dzielimy obie strony równania przez 2.

$$a^2q + a^2 \cdot q^2 + a^2q^3 = 350$$

Do ostatniego z równań za aq wstawiamy wyznaczoną wcześniej liczbę 10.

$$10a + 100 + 100q = 350$$

$$a + 10q = 25$$

Otrzymujemy układ równań

$$\begin{cases} aq = 10 \\ a + 10q = 25 \end{cases}$$

którego rozwiązanie prowadzi do uzyskania równania

$$2q^2 - 5q + 2 = 0$$

Rozwiązaniami tego równania są liczby

$$q_1 = \frac{1}{2}, q_2 = 2$$

Pozostaje teraz wyznaczyć długości krawędzi prostopadłościanu:

$$q_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 20, aq = 10, aq^2 = 5$$

$$q_2 = 2 \Rightarrow a = 5, aq = 10, aq^2 = 20$$

W obu przypadkach otrzymaliśmy te same liczby określające długości krawędzi prostopadłościanu.

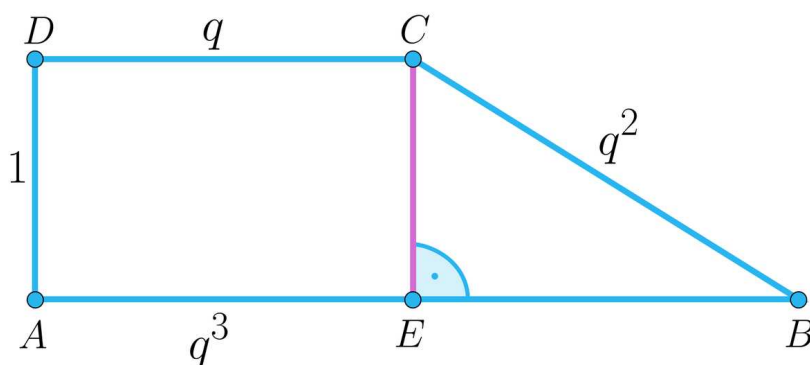
Istnieje więc jeden prostopadłościan o żądanych własnościach.

Odpowiedź:

Długości krawędzi prostopadłościanu są równe 5 cm, 10 cm, 20 cm.

Przykład 3

W trapezie prostokątnym wysokość ma długość 1. Długości kolejnych boków trapezu (boku prostopadłego do podstaw, podstawy górnej, ramienia, podstawy dolnej – w tej kolejności) tworzą ciąg geometryczny rosnący. Obliczmy długość krótszej podstawy trapezu.



Niech trapez $ABCD$ będzie rozważanym trapezem, CE niech będzie wysokością tego trapezu.

Oznaczmy:

$1, q, q^2, q^3$ – długości kolejnych boków trapezu ($q > 1$).

Aby wyznaczyć q , do trójkąta prostokątnego BCE stosujemy twierdzenie Pitagorasa.

$$1^2 + (q^3 - q)^2 = (q^2)^2$$

$$1 + q^6 - 2q^4 + q^2 = q^4$$

$$q^6 - 3q^4 + q^2 + 1 = 0$$

Mamy do rozwiązania równanie stopnia szóstego. Zauważmy, że liczby 1 i (-1) spełniają to równanie (są to dzielniki wyrazu wolnego 1). Pomoże nam to w rozkładzie lewej strony równania na czynniki.

$$q^6 - q^4 - 2q^4 + q^2 + 2 - 1 = 0$$

$$q^4(q^2 - 1) - 2 \cdot (q^4 - 1) + (q^2 - 1) = 0$$

$$(q^2 - 1)(q^4 - 2q^2 - 1) = 0$$

Równanie jest równoważne alternatywie.

$$q^2 - 1 = 0 \text{ lub } q^4 - 2q^2 - 1 = 0$$

Z pierwszego równania otrzymujemy:

$$q_1 = 1 - \text{nie spełnia warunków zadania, bo } q > 1$$

$$q_2 = -1 - \text{nie spełnia warunków zadania, bo } q > 1$$

Pozostaje do rozwiązania równanie dwukwadratowe $q^4 - 2q^2 - 1 = 0$.

Stosujemy podstawienie $q^2 = t$, gdzie $t > 0$.

$$t^2 - 2t - 1 = 0$$

Rozwiązujemy otrzymane równanie kwadratowe.

$$\Delta = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{2}$$

$$t_1 = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$$

$$t_2 = 1 + \sqrt{2}$$

Ponieważ $t_1 = 1 - \sqrt{2} < 0$, więc odrzucamy to rozwiązanie.

Dla

$$t_2 = 1 + \sqrt{2} \text{ mamy}$$

$$q^2 = 1 + \sqrt{2}$$

Zatem

$$q_3 = \sqrt{1 + \sqrt{2}} > 1 - \text{spełnia warunki zadania}$$

$$q_4 = -\sqrt{1 + \sqrt{2}} < 0 - \text{nie spełnia warunków zadania}$$

Odpowiedź:

Krótsza podstawa trapezu ma długość $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$.

Ciągi geometryczne spotkamy też w zadaniach z kontekstem realistycznym.

Przykład 4

W konkursie matematycznym rozdzielono pewną ilość nagród – w sumie za 20460 zł. Pierwsza nagroda była w wysokości 15360 zł, a każda następna stanowiła stały ułamek kwoty poprzedniej. Ostatnia nagroda wynosiła 60 zł. Obliczmy ile nagród przyznano.

Wysokości nagród tworzą **ciąg geometryczny**, w którym pierwszy wyraz jest równy 15360, ostatni 60, a suma wszystkich wyrazów ciągu jest równa 20460.

Oznaczmy:

n – liczba nagród, które przyznano.

Wstawiając do wzoru na n -ty wyraz ciągu geometrycznego odpowiednie liczby, otrzymujemy

$$15360q^{n-1} = 60 \quad | : 60$$

$$256q^{n-1} = 1$$

$$q^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$q^n = \frac{1}{256} q$$

Teraz skorzystamy ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, który przypominamy poniżej.

Twierdzenie: Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) o ilorazie q wyraża się wzorem:

- $S_n = n \cdot a_1$, gdy $q = 1$
- $S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$, gdy $q \neq 1$

W rozważanym przypadku:

$$15360 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 20460$$

Do wzoru wstawiamy wyznaczone q^n i przekształcamy otrzymane wyrażenie tak, aby wyznaczyć iloraz ciągu.

$$15360 \cdot \frac{1 - \frac{1}{256}q}{1 - q} = 20460 \quad | : 20$$

$$768 \cdot \left(\frac{256 - q}{256} \right) = 1023 \cdot (1 - q)$$

$$768 - 3q = 1023 - 1023q$$

$$q = \frac{1}{4}$$

Teraz już możemy wyznaczyć liczbę nagród.

$$q^n = \frac{1}{256}q$$

$$\left(\frac{1}{4} \right)^n = \frac{1}{256} \cdot \frac{1}{4}$$

$$n = 5$$

Odpowiedź:

W konkursie przyznano 5 nagród.

Jedno z najbardziej znanych zastosowań ciągu geometrycznego wiąże się ze wzrostem (lub spadkiem) pewnych wielkości o stałym tempie procentowym. Przykłady takiego wzrostu można zaobserwować w operacjach bankowych lub obliczeniach demograficznych.

Przypomnijmy: zwiększając jakąś wielkość o $p\%$, należy ją pomnożyć przez $1 + \frac{p}{100}$.

Przykład 5

W 2020 roku liczba ludności pewnego miasteczka wynosiła 3000 mieszkańców.

Prognozowany roczny przyrost naturalny na najbliższe lata to 50 promili. Obliczemy, ilu mieszkańców byłoby w tym miasteczku w 2030 roku, gdyby tempo przyrostu utrzymało się przez cały ten okres.

Rocznie liczba ludności wzrastałaby

$$\left(1 + \frac{50}{1000} \right) = 1,050 \text{ razy.}$$

Zatem po dziesięciu latach wynosiłaby

$$3000 \cdot (1,050)^{10} \approx 4887$$

Odpowiedź:

Po dziesięciu latach ludność miasteczka zwiększyłaby się o około 1887 osób i liczyła około 4887 mieszkańców.

Przykład 6

W pewnym miasteczku jest 2000 mieszkańców. Według burmistrza za pięć lat liczba mieszkańców podwoi się. Znajdziemy prognozowany przez burmistrza roczny przyrost procentowy ludności, przy założeniu że będzie w tym okresie stały.

Oznaczmy przez p roczny przyrost ludności wyrażony w procentach.

Liczba ludności co roku wzrasta $1 + \frac{p}{100}$ razy, więc po pięciu latach będzie równa

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5$$

Wiemy też, że ta liczba według burmistrza ma być równa $2 \cdot 2000 = 4000$.

Zapisujemy równanie, z którego wyznaczamy p .

$$2000 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 = 4000 \quad | : 2000$$

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 = 2$$

$$1 + \frac{p}{100} = \sqrt[5]{2}$$

$$\frac{p}{100} \approx 1,1487 - 1 = 0,1487$$

$$p \approx 14,87\%$$

Odpowiedź:

Aby ludność miasteczka podwoiła się, roczny przyrost naturalny musiałby wynosić około 14,87%.

Zakładając lokatę długoterminową (lub zaciągając pożyczkę) często mamy do czynienia z tzw. **procentem składanym**. Jest to system oprocentowania wkładu pieniężnego polegający na tym, że przy danej jednostce czasu odsetki oblicza się od aktualnie zgromadzonej kwoty (powiększonej od wcześniej dopisane odsetki).

Po n okresach oszczędzania kapitał K wpłacony do banku przy danym oprocentowaniu $p\%$ w każdym z okresów, gdy odsetki będą kapitalizowane po każdym z n okresów, wzrośnie do kwoty

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Kwoty, które gromadzą się na koncie po kolejnych jednostkach czasu tworzą ciąg geometryczny, którego pierwszym wyrazem jest $K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$, a ilorazem $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Przykład 7

Pan Włodek zaciągnął w banku pożyczkę w wysokości 5000 zł na okres dwóch lat, oprocentowaną w skali roku 20% z kapitalizacją roczną. Obliczmy, jaki będzie dług pana

Włodka na koniec dwuletniego okresu.

Podstawiamy odpowiednie dane do wzoru na procent składany.

$$K_2 = 5000 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)^2$$

$$K_2 = 5000 \cdot 1,44 = 7200$$

Odpowiedź:

Dług pana Włodka będzie wynosił 7200 zł.

Słownik

ciąg geometryczny

ciąg geometrycznym nazywamy ciąg liczbowy co najmniej trzywyrazowy, w którym każdy wyraz, począwszy od drugiego, powstaje przez pomnożenie wyrazu poprzedniego przez liczbę q , zwaną ilorazem ciągu

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją. Rozwiąż najpierw samodzielnie podany przykład, a następnie porównaj z prezentowanym rozwiązaniem.

Trwa wczytywanie danych...

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DPLZRIHPs>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej ciągów geometrycznych.

Polecenie 2

Zapisz liczbę 45 w postaci sumy czterech liczb naturalnych, będących kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. I takich, że suma drugiej i trzeciej z tych liczb jest równa 18.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Kopano studnię głębokości 20 m. Za pierwszy metr głębokości zapłacono 40 zł, a za każdy następny metr w głąb płacono $\frac{9}{8}$ razy tyle co za poprzedni. Ile zapłacono za wykopanie studni?

Zaznacz wszystkie stwierdzenia **nieprawdziwe**.

☐ Więcej niż 3000 zł.

☐ Więcej niż 5000 zł.

☐ Więcej niż 10000 zł.

☐ Więcej niż 1000 zł.

Ćwiczenie 2



Pani Adela już od roku nie płaci czynszu za mieszkanie. Czynsz miesięczny wynosi 400 zł, a odsetki karne w wysokości 2% (w skali miesięcznej) doliczane są co miesiąc i co miesiąc dopisywane do długu. Jakiej wysokość ma już dług pani Adela?

☐ $400 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{12}$

☐ $400 \cdot \left(1 + \frac{2}{100 \cdot 12}\right)^{12}$

☐ $400 + \left(1 + \frac{2}{100 \cdot 12}\right)^{12}$

☐ $400 + \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{12}$

Ćwiczenie 3



Aneta dowiedziała się, że w konkursie radiowym wygrała samochód. Natychmiast w ciągu godziny przekazała tę informację e-mailowo trzem koleżankom. Każda z tych koleżanek w podobny sposób w ciągu kolejnej godziny powiadomiła trzy inne osoby, które jeszcze tej informacji nie znały. Każda z powiadomionych osób znowu w ciągu następnej godziny przekazała informację trzem innym osobom, itd.

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ponad 7 tysięcy e-maili wysłano z tą informację w ciągu 15 godzin.

☐ Po 10 godzinach liczba osób, które dowiedziały się, że Aneta wygrała samochód przekroczy 500 tysięcy.

☐ Po upływie doby wszyscy mieszkańcy Polski mogliby znać tę informację.

Ćwiczenie 4



Zaznacz poprawną odpowiedź. W czworokąt $ABCD$ wpisano okrąg. Długości boków AB , BC , CD , AD tego trapezu, w tej kolejności, tworzą ciąg geometryczny. Wynika z tego, że ten czworokąt jest dowolnym

☐ równoległobokiem.

☐ rombem.

☐ prostokątem.

☐ trapezem.

Ćwiczenie 5



Długości boków trójkąta prostokątnego są trzema kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Uzupełnij obliczenia ilorazu tego ciągu, przeciągając odpowiednie wyrażenia.

Oznaczmy:

a, aq, aq^2 – długości boków trójkąta, gdzie $a > 0, q > 1$.

Na podstawie twierdzenia Pitagorasa dla tego trójkąta, możemy zapisać:

$$a^2 + (\text{ })^2 = (\text{ })^2$$

Po podzieleniu obu stron równania przez a^2 otrzymujemy:

$$q^4 - q^2 - \text{ } = 0$$

Podstawiamy: , dla $t > 0$.

Otrzymujemy równanie kwadratowe, które rozwiązujemy.

$$t^2 - \text{ } - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 = 5$$

$$t_1 = \text{ } < 0 \text{ – nie spełnia zakładanych warunków}$$

$$t_2 = \text{ } > 0$$

Wracamy do podstawienia.

$$q^2 = \text{ }$$

Zatem:

$$q_1 = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} < \text{ } \text{ – nie spełnia warunków zadania}$$

$$q_2 = \text{ } > 0$$

Odpowiedź:

Iloraz ciągu jest równy $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

aq

$q^2 = t$

0

aq^2

t

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

1

Ćwiczenie 6



Każdy pierwiastek radioaktywny rozpada się z właściwą sobie prędkością. Czas, w którym rozpada się połowa atomów, nazywa się okresem połowicznego rozpadu tego pierwiastka. Atomy pewnego pierwiastka mają okres połowicznego rozpadu wynoszący 20 minut. Próbką tego pierwiastka ma masę 400 g. Uzupełnij tabelkę, która przedstawia ilość tej próbki po upływie kolejnych okresów dwudziestominutowych.

Wpisz odpowiednie liczby naturalne.

Czas (w min)	Ilość próbki (w g)
0	400
40	
60	
	6, 25

Ćwiczenie 7



Cyfry setek, dziesiątek i jednostki pewnej liczby trzycyfrowej dodatniej, w tej kolejności, tworzą ciąg geometryczny. Suma cyfr jednostki i setek stanowi $3\frac{1}{3}$ cyfry dziesiątek. Jeśli od szukanej liczby odejmiemy liczbę o przestawionych cyfrach jednostki i setek, to otrzymamy 792. Znajdź tę liczbę.

Ćwiczenie 8



Objętość prostopadłościanu jest równa 64. Długości krawędzi tego prostopadłościanu, wychodzące z jednego wierzchołka, tworzą ciąg geometryczny, którego suma jest równa 21. Oblicz długości tych krawędzi.

Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zastosowanie ciągów geometrycznych

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, klasa II lub III, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

VI. Ciągi. Zakres podstawowy.

Uczeń:

- 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- powtarza i rozwija umiejętności związane z zastosowaniem ciągów geometrycznych
- stosuje w obliczeniach poznane wzory związane z ciągiem geometrycznym
- buduje model matematyczny problemu z kontekstem realistycznym, uwzględniając konieczne założenia i zastrzeżenia
- wykonuje obliczenia związane z procentem składanym

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza w szklance wody
- pytajnik

Formy pracy:

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń miał do dyspozycji komputer

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie metodą „pytajnika” powtarzają wiadomości na temat ciągu geometrycznego – uczniowie kolejno zadają pytania wybranym koleżankom bądź kolegom tak, aby uzyskać jak najwięcej wiadomości na temat ciągu.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć, uczniowie ustalają kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w małych grupach metodą „burza w szklance wody” – zaczątkiem burzy jest pytanie nauczyciela – w jakich sytuacjach, związanych z różnymi dziedzinami wiedzy i kontekstem realistycznym, można wykorzystać wiadomości na temat ciągów geometrycznych.
2. Uczniowie najpierw korzystając z już zdobytej wiedzy próbują odpowiedzieć na to pytanie. Następnie analizują przykłady podane w sekcji „Przeczytaj” i animacji.
3. Grupy dzielą się wnioskami i wspólnie tworzą listę zastosowań ciągu geometrycznego.
4. Następnie uczniowie w parach rozwiązują ćwiczenia interaktywne 1 – 3.

Faza podsumowująca:

1. Wskazany przez nauczyciela uczeń przedstawia krótko najważniejsze elementy zajęć, poznane wiadomości, ukształtowane umiejętności.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia prace grup i par.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest rozwiązanie ćwiczeń interaktywnych 4 – 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

Ciąg arytmetyczny i geometryczny zastosowanie

Wskazówki metodyczne:

Animację można wykorzystać omawiając zagadnienia związane z rozwiązywaniem równań kwadratowych.