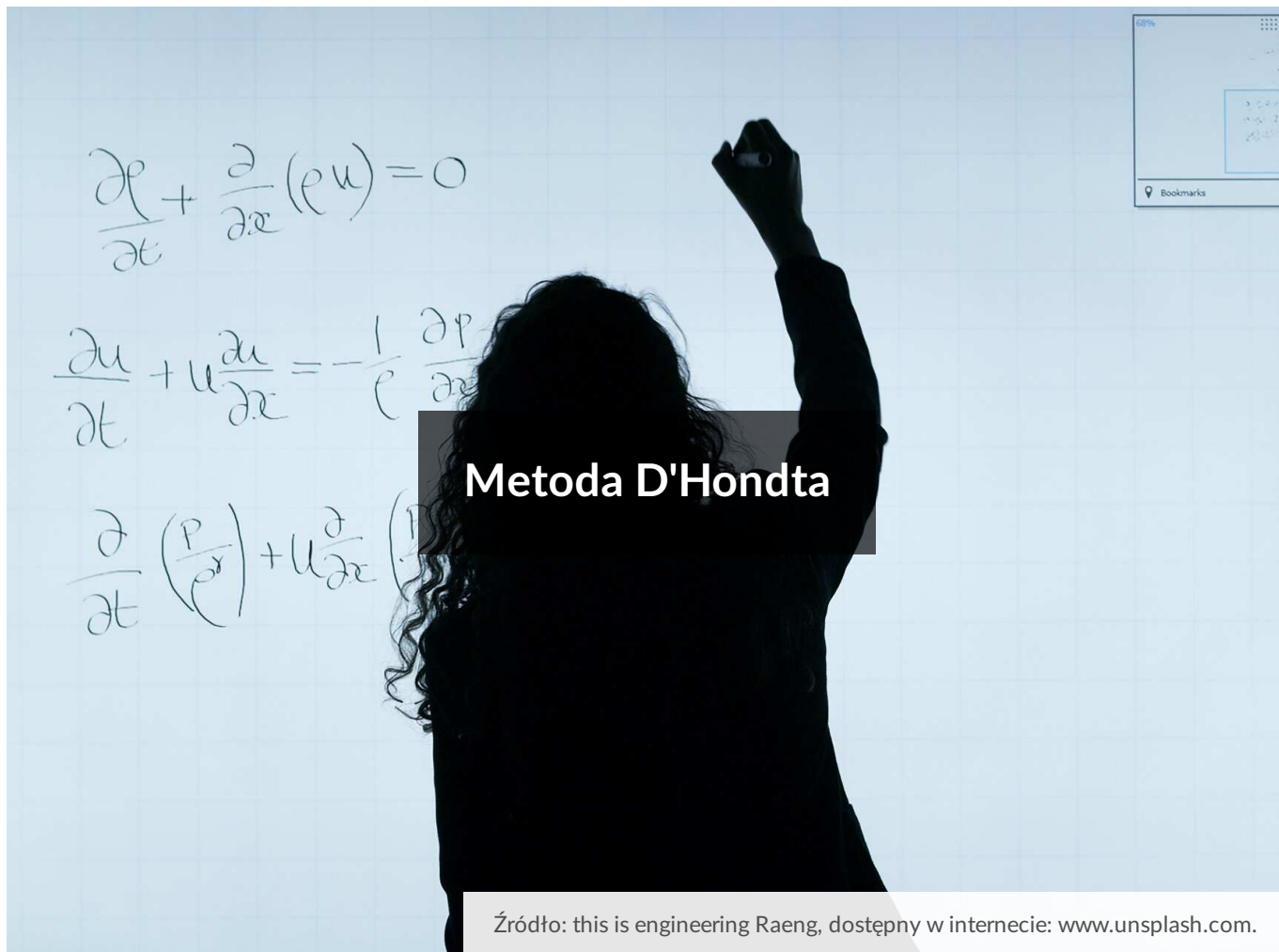




Metoda D'Hondta

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Infografika
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Wyborom parlamentarnym zawsze towarzyszą ogromne emocje, ponieważ każdy ze startujących komitetów wyborczych chce uzyskać jak najwięcej mandatów poselskich i senatorskich. Czy zastanawialiście się kiedykolwiek nad tym, jak takie mandaty są przyznawane i do których komitetów wyborczych trafiają mandaty „ułamkowe”?

Jest wiele metod pozwalających rozwiązać tego typu problem, ale my skupimy się dzisiaj na metodzie D'Hondta. Nietrudno się domyślić, że nazwa metody pochodzi od nazwiska jej twórcy – belgijskiego profesora prawa cywilnego i matematyki Victora D'Hondta (czyt. Donta) (1841 – 1901).

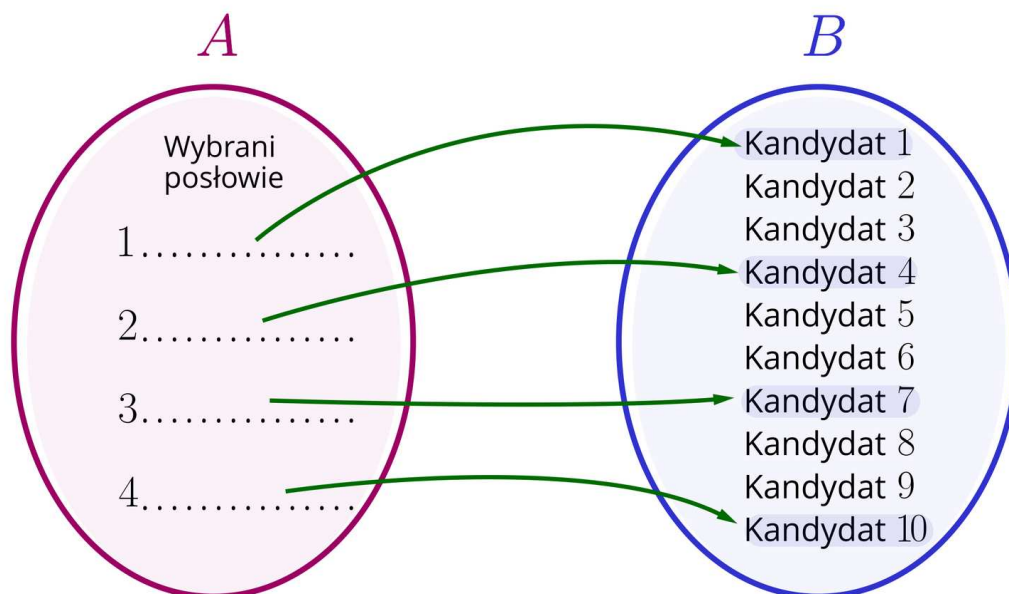


Twoje cele

- Podasz schemat działania metody D'Hondta.
- Wyznaczysz liczbę mandatów poselskich, korzystając z metody D'Hondta.

Przeczytaj

Na wybory parlamentarne czy samorządowe można patrzeć także przez pryzmat pojęcia funkcji. Jeśli na przykład z danego okręgu wyborczego mamy wyłonić czterech posłów, to po przeprowadzeniu wyborów, przeliczeniu głosów i wypisaniu w porządku alfabetycznym nazwisk czterech wybranych kandydatów, określamy funkcję f ze zbioru $A = \{1, 2, 3, 4\}$ o wartościach w zbiorze kandydatów B .



Oczywiście o tym, jak funkcja f zostanie zdefiniowana, decydują wyborcy. Ze względu jednak na fakt, że kandydaci reprezentują przede wszystkim różne partie polityczne, a nie tylko samych siebie, nie jest na ogół tak, że miejsca: 1, 2, 3 i 4 otrzymują kolejno czterech kandydaci z największą liczbą głosów. Proces przyznawania miejsc jest w związku z tym nieco bardziej skomplikowany. W Polsce przy rozdziale mandatów do Sejmu i sejmików wojewódzkich wielokrotnie stosowana była tzw. metoda D'Hondta.

W metodzie D'Hondta rozważamy liczbę ważnych głosów oddanych łącznie na listy kandydatów każdego z komitetów wyborczych, które przekroczyły próg wyborczy (w Polsce jest to 5% – zwyczajny lub 8% – dla koalicji). Następnie dzielimy je przez kolejne liczby naturalne tworząc malejący ciąg ilorazów wyborczych danego komitetu. Następnie ilorazy te porównywane są z wynikami wszystkich komitetów biorących udział w wyborach i ustawiane w kolejności od największej do najmniejszej. Mandaty przydziela się według ustalonej w ten sposób kolejności, poczynając od najwyższego wyniku do najniższego, aż do momentu, gdy liczba dostępnych miejsc zostanie wyczerpana.

Przeanalizujemy poniższy przykład, aby przyjrzeć się w praktyce działaniu opisaney wyżej metody.

Przykład 1

Przyjmijmy, że w wyborach do rady powiatu startowały cztery komitety wyborcze: K_1 (przyporządkujmy mu kolor niebieski), K_2 (czerwony), K_3 (zielony) i K_4 (pomarańczowy), które uzyskały odpowiednio 960, 600, 540 i 420 głosów. Każdy z komitetów osiągnął minimalny procent poparcia. Załóżmy też, że są 4 mandaty do podziału. Aby rozstrzygnąć, które komitety otrzymają miejsca w radzie powiatu, tworzymy tabelę, w której liczba ponumerowanych wierszy jest równa – w tym przypadku – liczbie mandatów do podziału. W wierszu oznaczonym numerem 1 wypisujemy najpierw liczby głosów przyznane komitetom.

Dzielnik	K_1	K_2	K_3	K_4
1	960	600	540	420
2				
3				
4				

Następnie wypełniamy drugi wiersz w ten sposób, że każdą liczbę z pierwszego wiersza dzielimy przez 2 i wynik dzielenia zapisujemy w wierszu drugim pod dzieloną liczbą. Uzyskujemy wtedy odpowiednio liczby: 480, 300, 270, 210.

W trzecim kroku dzielimy liczby z pierwszego wiersza przez 3 i wyniki wypisujemy w wierszu trzecim: 320, 200, 180, 140.

Wreszcie dzielimy liczby z pierwszego wiersza przez 4 i wypisujemy wyniki w wierszu czwartym. Otrzymujemy w ten sposób wyniki wyborów ujęte w zaprezentowanym zestawieniu. Wypisujemy teraz ilorazy z tej tabeli w kolejności od największej do najmniejszej, zachowując kolory.

Dzielnik	K_1	K_2	K_3	K_4
1	960	600	540	420
2	480	300	270	210
3	320	200	180	140
4	240	150	135	105

Utworzony ciąg największych ilorazów długości cztery składa się kolejno z liczb : 960, 600, 540, 480.

Ponieważ wśród czterech wypisanych liczb są dwie koloru niebieskiego, więc 2 mandaty otrzymuje „niebieski” komitet K_1 , po jednym „czerwony” komitet K_2 i „zielony” komitet K_3 . Bez mandatu pozostaje „pomarańczowy” komitet K_4 .

Rozważany wyżej przykład można uogólnić, że jeśli jest n mandatów, to każdy komitet dostaje ich tyle, ile liczb w przypisanym mu kolorze znajduje się wśród n największych liczb z tabeli o n ponumerowanych wierszach (w n -tym wierszu są wypisane liczby z pierwszego wiersza podzielone przez n). Zauważ, że nie zawsze warto tworzyć tabele rozmiarów $n \times n$ z kolejnymi ilorazami, co pokaże kolejny przykład.

Przykład 2

Jaki byłby podział mandatów dla komitetów K_1 , K_2 , K_3 i K_4 , które uzyskały odpowiednio 540, 300, 240 i 420 głosów, gdyby do podziału było:

- a. 6 mandatów,
- b. 9 mandatów,

wiedząc, że każdy z komitetów osiągnął minimalny próg poparcia?

Rozwiązanie

Do rozwiązania obu podpunktów wykorzystamy tabelę stworzoną dzięki metodzie D'Hondta. Składa się ona z wyników dzielenia liczby otrzymanych głosów przez każdy komitet przez odpowiednie liczby 1,2,3,4.

Dzielnik	K_1	K_2	K_3	K_4
1	540	300	240	420
2	270	150	120	210
3	180	100	80	140
4	135	75	60	105

a) Stwórzmy **nierosnący ciąg** składający się z sześciu największych ilorazów zawartych w powyższej tabeli. Wówczas dostajemy: 540, 420, 300, 270, 240, 210. Wynika stąd, że wśród sześciu wypisanych liczb są dwie koloru niebieskiego i pomarańczowego, więc po 2 mandaty otrzymuje „niebieski” komitet K_1 oraz „pomarańczowy” komitet K_4 . Po jednym mandacie otrzyma „czerwony” komitet K_2 i „zielony” komitet K_3 .

b) Stwórzmy ciąg składający się z dziewięciu największych ilorazów zawartych w powyższej tabeli. Wówczas dostajemy: 540, 420, 300, 270, 240, 210, 180, 150, 140. Wynika stąd, że wśród dziewięciu wypisanych liczb są po trzy koloru niebieskiego i pomarańczowego, więc po 3 mandaty otrzymuje „niebieski” komitet K_1 oraz „pomarańczowy” komitet K_4 . Dwa mandaty otrzymuje „czerwony” komitet K_2 , a jeden mandat otrzymuje „zielony” komitet K_3 .

Słownik

ciąg nierosnący

ciąg (a_n) taki, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n prawdziwa jest nierówność

$$a_{n+1} \leq a_n$$

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z poniższymi infografikami, na których przeprowadzono analizę wyborczą oraz rozdzielono mandaty między komitety, które osiągnęły odpowiedni próg wyborczy (5% zwyczajny, 8% dla koalicji), metodą D'Hondta.

Uwaga! W przypadku, gdy ilorazy wyborcze nie są liczbami całkowitymi, to weźmiemy pod uwagę ich części całkowite.

Polecenie 2

W wyborach samorządowych na siedem komitetów wyborczych oddano odpowiednio: 800, 600, 400, 180, 120, 240, 360 głosów. Sprawdź, czy każdy z komitetów osiągnął wystarczający próg wyborczy, wiedząc, że trzeci i czwarty komitet wyborczy reprezentują koalicje. Przydziel 6 mandatów pomiędzy odpowiednie partie.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Zapoznaj się z poniższą tabelą.

Dzielnik	K_1	K_2	K_3	K_4
1	960	672	420	300
2	480	336	210	150
3	320	224	140	100
4	240	168	105	75

Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



W wyborach samorządowych na sześć komitetów wyborczych oddano odpowiednio: 216, 384, 400, 504, 360, 936 głosów. Sprawdź, czy każdy z komitetów osiągnął wystarczający próg wyborczy, wiedząc, że pierwszy i szósty komitet wyborczy reprezentuje koalicję. Przydziel 7 mandatów pomiędzy odpowiednie partie.

Dla nauczyciela

Autor: Paweł Kwiatkowski, Witold Sadowski

Przedmiot: Matematyka

Temat: Metoda D'Hondta

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

VI. Ciągi. Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się,

Cele operacyjne:

Uczeń:

- opisuje schemat działania metody D'Hondta,
- wyznacza liczbę mandatów poselskich, korzystając z metody D'Hondta.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów;
- praca z tekstem.

Formy pracy:

- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu.

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do internetu;
- projektor multimedialny.

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają wiadomości związane z ciągami – podają odpowiednie wzory i przykłady.
2. Nauczyciel przedstawia uczniom temat lekcji, przybliży wykorzystanie metody D'Hondta.
3. Nauczyciel wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie w grupach zapoznają się z tekstem zapisanym w sekcji „Przeczytaj” i oglądają Infografikę.
2. Pracują w ten sposób, że starają się samodzielnie rozwiązać zadania zapisane w Przykładach i Infografice, a następnie porównać z zapisami.
3. Lider grupy odpowiedzialny jest za to, aby każdy z członków grupy zrozumiał rozwiązanie i potrafił samodzielnie rozwiązać podobny przykład.
4. Zakończeniem tego elementu pracy jest ułożenie zadania i przekazanie go do rozwiązania innej grupie. Grupy prezentują też rozwiązania zadań, które otrzymały, omawiają sposoby ich rozwiązania.
5. Uczniowie w parach rozwiązują 5 wybranych ćwiczeń interaktywnych.

Faza podsumowująca:

1. Wskazany przez nauczyciela uczeń przedstawia krótko najważniejsze elementy zajęć, poznane wiadomości, ukształtowane umiejętności.
2. Liderzy grup dzielą się refleksją na temat pracy w grupach – przedstawiają dobre pomysły i trudności.
3. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, ocenia pracę grup i pracę par.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie rozwiązali w czasie zajęć.

Materiały pomocnicze:

- Typy systemów wyborczych
- System partyjny a system wyborczy – Polska i inne kraje

Wskazówki metodyczne:

Infografika może zostać wykorzystana na lekcji o zastosowaniu ciągów.