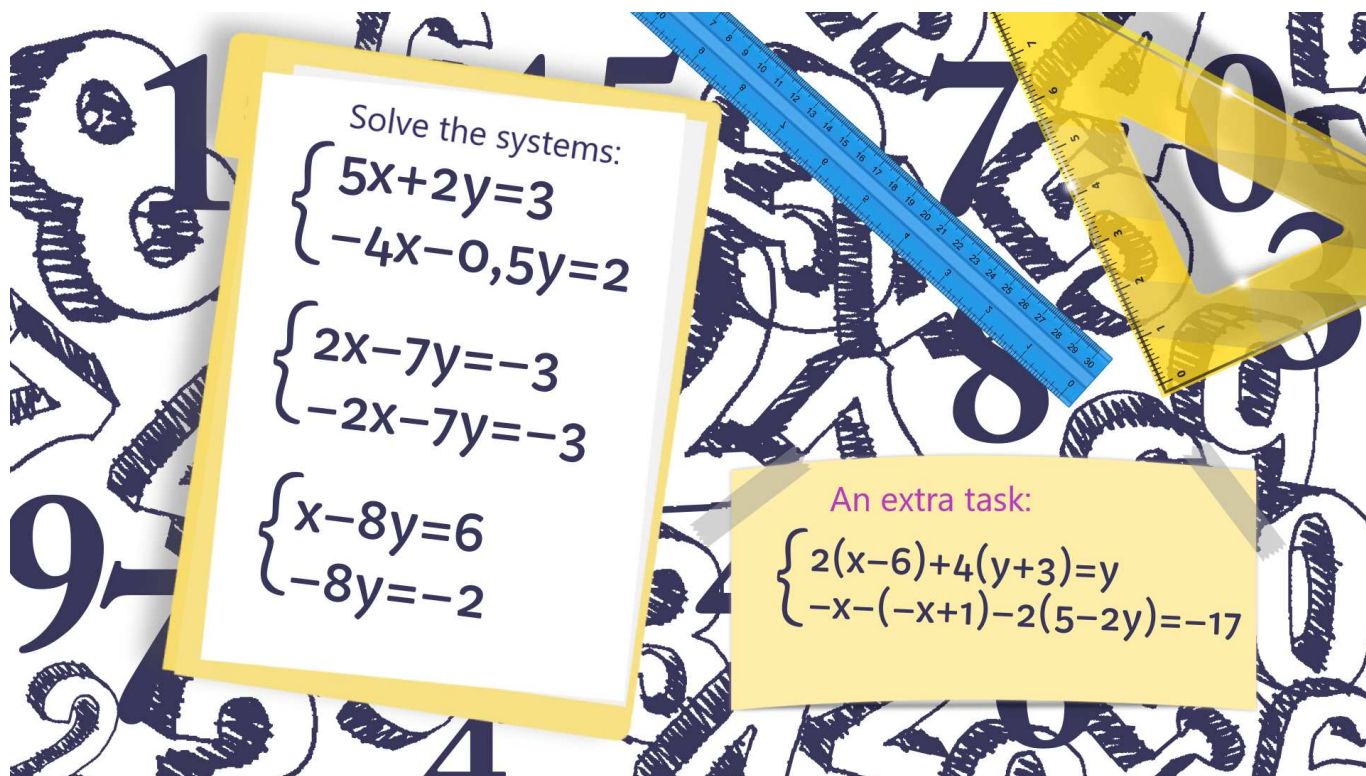
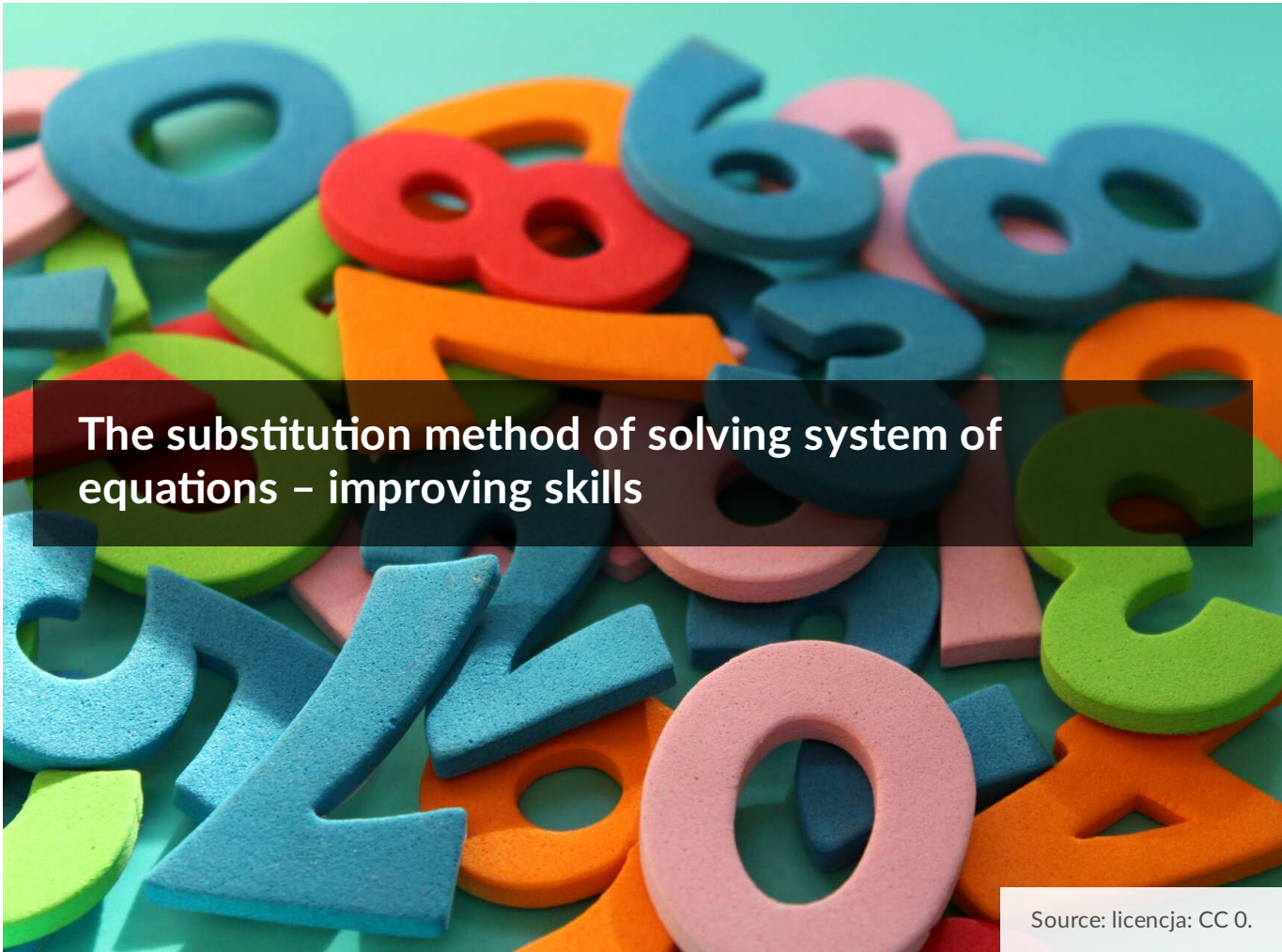




## The substitution method of solving system of equations – improving skills

- The substitution method of solving system of equations – improving skills
- Scenariusz
- Lesson plan



## The substitution method of solving system of equations – improving skills

Source: licencja: CC 0.

### Metoda podstawiania rozwiązywania układów równań – doskonalenie umiejętności

#### Learning objectives

- You will improve skills related to solving system of equations using the substitution method.
- You will learn to apply systems of equations to solve simple mathematical problems.

#### Learning effect

- You have skills related to solving system of equations using the substitution method.
- You apply systems of equations to solve simple mathematical problems.

Nagranie dostępne na portalu [epodreczniki.pl](http://epodreczniki.pl)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

Revise the learnt method of solving systems of equations – the **substitution** method.

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

Open the interactive illustration, that helps you revise the method of solving systems of equations you learnt during the previous lesson.

The substitution method

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

After having completed the exercise, write down conclusions and compare them with the following ones.

**While solving the system of equations using the [substitution](#) method, we follow these steps:**

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

1. We isolate  $x$  from the first equation.
2. We substitute the obtained expression for the  $x$  in the second equation.
3. After the [substitution](#), the second equation becomes an equation with one unknown  $y$  – we solve it. We rewrite the first equation in the same form.
4. After calculating the value of  $y$ , we substitute it to the first equation and by making proper operations, we calculate the value of  $x$ .
5. The pair of numbers that is the [solution of the system of equations](#).

## Task 1

Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

Do sets of equations using the [substitution method](#).

(Important: examples are arranged according to the difficulty level, starting from the easiest).

Level 1:

- $$\begin{cases} x = 3 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -y = 2 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Level 2:

- $$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 5x + 2y = 15 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Level 3:

- $$\begin{cases} 5(x - 2y) = 12y \\ 3x + 2(y - x) = 10 \end{cases}$$

Level 4:

$$\bullet \begin{cases} \frac{2x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{2x}{5} \\ \frac{x-2(y-x)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

## Task 2

An extra task:

For what m number this system of equations has no solutions?

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2m \\ 2x - 4my = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Remember.** While solving the system of equations using the **substitution** method, we follow these steps:

Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

nagranie abstraktu

---

1. We isolate x from the first equation.
2. We substitute the obtained expression for the x in the second equation.
3. After the substitution, the second equation becomes an equation with one unknown y – we solve it. We rewrite the first equation in the same form.
4. After calculating the value of y, we substitute it to the first equation and by making proper operations, we calculate the value of x.
5. The pair of numbers that is the **solution of the system of equations**.

## Exercises

## Exercise 1

After transforming the system of equations  $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 4x - y = 15 \end{cases}$  we can obtain the system:

☐  $\begin{cases} y = 4x - 15 \\ 2x + 12x - 45 = 10 \end{cases}$

☐  $\begin{cases} y = 4x - 15 \\ 2x + 45 - 12x = 10 \end{cases}$

☐  $\begin{cases} y = 15 - 4x \\ 2x + 45 - 12x = 10 \end{cases}$

☐  $\begin{cases} y = 15 - 4x \\ 2x + 12x - 45 = 15 \end{cases}$

zadanie

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

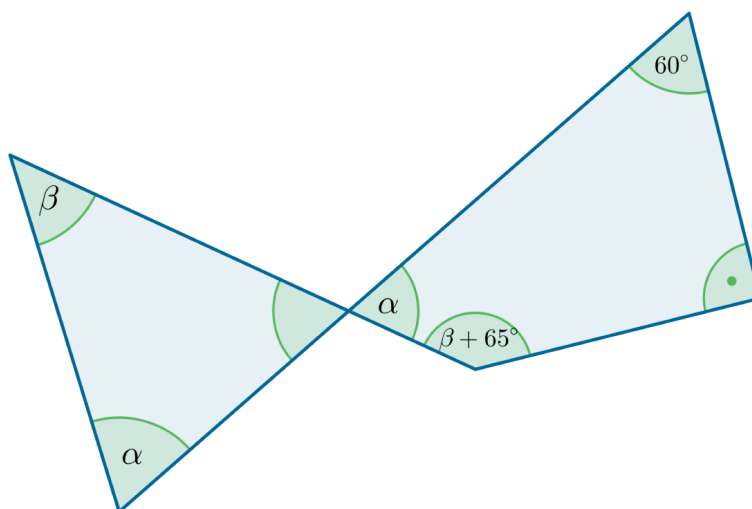
## Exercise 2

Draw the isosceles trapezoid. The legs and the shorter base mark as  $x$  and the longer base as  $y$ . The altitude of this trapezoid is equal to 8, the area to 128 and the perimeter to 52.

Write and solve the system of equations that allows you to calculate lengths of  $x$  and  $y$ .

### Exercise 3

Write a system of equations based on the drawing and solve it using the substitution method.



Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

In English write discovered properties of figures you used in this exercise.

### Exercise 4

Indicate which pairs of expressions or words are translated correctly.

- ☐ podstawianie - transforming the equation
- ☐ uporządkowana para liczb - ordered pair of numbers
- ☐ metoda podstawiania - substitution method
- ☐ rozwiązanie danego układu równań - solution of the system of equations
- ☐ układ równań pierwszego stopnia - first degree system of equations
- ☐ przekształcanie równania - isolating the variable

zadanie

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

Match Polish terms with their English equivalents.

- the first degree system of equations
- układ równań pierwszego stopnia
- solution of the system of equations
- metoda podstawiania
- the method of solving
- rozwiązanie danego układu równań
- przekształcanie równania
- isolating the variable
- transforming the equation
- wyznaczanie zmiennej

Source: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Glossary

### first degree system of equations

układ równań pierwszego stopnia

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: first degree system of equations

---

### isolating the variable

wyznaczanie zmiennej

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: isolating the variable

---

### ordered pair of numbers

uporządkowana para liczb

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: ordered pair of numbers

---

## **solution of the system of equations**

rozwiązanie danego układu równań

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: solution of the system of equations

---

## **substitution**

podstawianie

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: substitution

---

## **substitution method**

metoda podstawiania

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: substitution method

---

## **transforming the equation**

przekształcanie równania

[Nagranie dostępne na portalu epodreczniki.pl](#)

Source: GroMar, licencja: CC BY 3.0.

wymowa w języku angielskim: transforming the equation

---

## **Keywords**

[first degree system of equations](#)

[isolating the variable](#)

transforming the equation

# Scenariusz

---

## Temat

Metoda podstawiania rozwiązywania układów równań – doskonalenie umiejętności

## Etap edukacyjny

Trzeci

## Podstawa programowa

IV. Układy równań. Zakres podstawowy. Uczeń:

1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych.

## Czas

45 minut

## Cel ogólny

Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.

## Cele szczegółowe

1. Doskonalenie umiejętności rozwiązywania układów równań metodą podstawiania.
2. Wykorzystywanie układów równań do rozwiązywania prostych problemów matematycznych.
3. Porozumiewanie się w języku angielskim, rozwijanie matematycznych i podstawowych kompetencji naukowo-technicznych oraz informatycznych, kształtowanie umiejętności uczenia się.

## Efekty uczenia

Uczeń:

- doskonali umiejętność rozwiązywania układów metodą podstawiania,
- wykorzystuje układy równań do rozwiązywania prostych problemów matematycznych.

## Metody kształcenia

1. Analiza sytuacyjna.
2. Konkurs zadaniowy.

### **Formy pracy**

1. Praca indywidualna.
2. Praca grupowa.

### **Etapy lekcji**

#### **Wprowadzenie do lekcji**

Uczniowie przypominają poznaną metodę rozwiązywania układów równań – metodę podstawiania.

#### **Realizacja lekcji**

Uczniowie pracują indywidualnie, korzystając z komputerów. Ich zadaniem jest zapoznanie się z ILUSTRACJĄ INTERAKTYWNA, przypominającą poznaną na ostatniej lekcji metodę rozwiązywania układów równań.

[ILUSTRACJA INTERAKTYWNA]

Po wykonanym ćwiczeniu uczniowie zapisują wnioski.

Rozwiązując układ równań metodą podstawiania postępujemy następująco:

1. Wyznaczamy  $x$  z pierwszego równania.
2. Otrzymane wyrażenie podstawiamy w drugim układzie w miejsce  $x$ .
3. Po podstawieniu, drugie równanie stało się równaniem z jedną niewiadomą  $y$  – rozwiązujemy je. Pierwsze równanie przepisujemy bez zmian.
4. Po obliczeniu wartości  $y$ , podstawiamy ją do pierwszego równania i wykonując odpowiednie działania obliczamy wartość  $x$ .
5. Otrzymujemy rozwiązanie: parę liczb, która jest rozwiązaniem układu równań.

Nauczyciel rozdaje uczniom karty pracy z przygotowanymi układami równań (zadania na kartach pogrupowane są wg rosnącego poziomu trudności).

Uczniowie biorą udział w indywidualnym konkursie zadaniowym, rozwiązując zadania z czterech poziomów trudności.

Troje uczniów z najwyższą liczbą punktów otrzymuje oceny celujące, troje kolejnych – oceny bardzo dobre.

Polecenie 1

Rozwiąż układy równań metodą podstawiania.

Poziom 1 – każde poprawne rozwiązanie za 1 pkt.

$$\begin{aligned} & - \begin{cases} x = 3 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \\ & - \begin{cases} 3x - y = 5 \\ -y = 2 \end{cases} \\ & - \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Poziom 2 – każde poprawne rozwiązanie za 2 pkt.

$$\begin{aligned} & - \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 12 \end{cases} \\ & - \begin{cases} 5x + 2y = 15 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Poziom 3 – każde poprawne rozwiązanie za 3 pkt.

$$\begin{aligned} & - \begin{cases} 5(x - 2y) = 12y \\ 3x + 2(y - x) = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Poziom 4 – każde poprawne rozwiązanie za 4 pkt.

$$\begin{aligned} & - \begin{cases} \frac{2x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{2x}{5} \\ \frac{x-2(y-x)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Nauczyciel ocenia pracę uczniów, wyjaśnia wątpliwości.

Polecenie dla chętnych

Dla jakiej liczby  $m$  układ równań nie ma rozwiązań?

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2m \\ 2x - 4my = \frac{1}{2} \end{cases}$$

### Podsumowanie lekcji

Uczniowie wykonują ćwiczenia utrwalające.

Następnie wspólnie podsumowują zajęcia, formułując wiadomości do zapamiętania.

Rozwiązując układ równań metodą podstawiania postępujemy następująco:

1. Wyznaczamy  $x$  z pierwszego równania.
2. Otrzymane wyrażenie podstawiamy w drugim układzie w miejsce  $x$ .
3. Po podstawieniu, drugie równanie stało się równaniem z jedną niewiadomą  $y$  –

rozwiązujemy je. Pierwsze równanie przepisujemy bez zmian.

4. Po obliczeniu wartości  $y$ , podstawiamy ją do pierwszego równania i wykonując odpowiednie działania obliczamy wartość  $x$ .

5. Otrzymujemy rozwiązanie: parę liczb, która jest rozwiązaniem układu równań.

# Lesson plan

---

## Topic

The **substitution method** of solving system of equations – improving skills

## Level

Third

## Core curriculum

IV. Systems of equations. The student:

1) solves systems of linear equations with two unknowns, gives geometric interpretation of consistent dependent and independent systems as well as inconsistent systems.

## Timing

45 minutes

## General objective

Using mathematical objects, interpreting mathematical concepts.

## Specific objectives

1. Improving skills related to solving system of equations using the substitution method.
2. Applying systems of equations to solve simple mathematical problems.
3. Communicating in English, developing basic mathematical, computer and scientific competences, developing learning skills.

## Learning outcomes

The student:

- improves skills related to solving system of equations using the substitution method,
- applies systems of equations to solve simple mathematical problems.

## Methods

1. Situational analysis.
2. Task contest.

## Forms of work

1. Individual work.
2. Group work.

## Lesson stages

### Introduction

Students revise the learnt method of solving systems of equations – the [substitution](#) method.

### Procedure

Students work individually, using computers. Their task is to know the interactive illustration, that helps them revise the method of solving systems of equations they learnt during the previous lesson.

[Interactive graphics]

After having completed the exercise, they write down conclusions:

While solving the system of equations using the [substitution method](#), we follow these steps:

1. We isolate  $x$  from the first equation
2. We substitute the obtained expression for the  $x$  in the second equation.
3. After the substitution, the second equation becomes an equation with one unknown  $y$  – we solve it. We rewrite the first equation in the same form.
4. After calculating the value of  $y$ , we substitute it to the first equation and by making proper operations, we calculate the value of  $x$ .
5. The pair of numbers that is the solution of the system of equations.

The teacher gives out worksheets with systems of equations (the level of difficulty of tasks varies from easy to difficulty).

Students take part in the individual task contest by doing exercises from 4 levels of difficulty.

Three students with the highest number of points get the highest grades, three consecutive – second highest grades.

### Task 1

Solve systems of equations using the substitution method.

Level 1 – each correct answer is worth 1 point.

$$\begin{array}{l}
 - \begin{cases} x = 3 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \\
 - \begin{cases} 3x - y = 5 \\ -y = 2 \end{cases} \\
 - \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Level 2 – each correct answer is worth 2 points.

$$\begin{array}{l}
 - \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 12 \end{cases} \\
 - \begin{cases} 5x + 2y = 15 \\ 2x - y = 4 \end{cases}
 \end{array}$$

Level 3 – each correct answer is worth 3 points.

$$- \begin{cases} 5(x - 2y) = 12y \\ 3x + 2(y - x) = 10 \end{cases}$$

Level 4 – each correct answer is worth 4 points.

$$- \begin{cases} \frac{2x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{2x}{5} \\ \frac{x-2(y-x)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

The teacher evaluates students' work and clarifies doubts.

An extra task

For what m number this system of equations has no solutions?

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2m \\ 2x - 4my = \frac{1}{2} \end{cases}$$

## Lesson summary

Students do the revision exercises. Then together they sum-up the classes, by formulating the conclusions to memorise.

While solving the system of equations using the substitution method, we follow these steps:

1. We isolate x from the first equation
2. We substitute the obtained expression for the x in the second equation.
3. After the substitution, the second equation becomes an equation with one unknown y – we solve it. We rewrite the first equation in the same form.
4. After calculating the value of y, we substitute it to the first equation and by making proper operations, we calculate the value of x.
5. The pair of numbers that is the solution of the system of equations.

## **Selected words and expressions used in the lesson plan**

first degree system of equations

isolating the variable

ordered pair of numbers

solution of the system of equations

substitution

substitution method

transforming the equation