



Jak opisać ruch ciał na równi pochyłej?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



## Jak opisać ruch ciał na równi pochyłej?

### Czy to nie ciekawe?

Przykłady równi pochyłej to zbocze góry, na której zimą możesz zjechać na nartach lub skocznia, na której można bić rekordy w długości oddawanego skoku. To, jak udany będzie skok, zależy m.in. również od tego, z jaką szybkością skoczek wybije się ze skoczni, a zatem od tego, w jaki sposób poruszał się po skoczni. W tym e-materiale przedstawimy zatem, w jaki sposób poprawnie opisać ruch obiektu znajdującego się na równi pochyłej.



Rys. a. Przykład jakże atrakcyjnej równi pochyłej. [źr. pixabay.com]

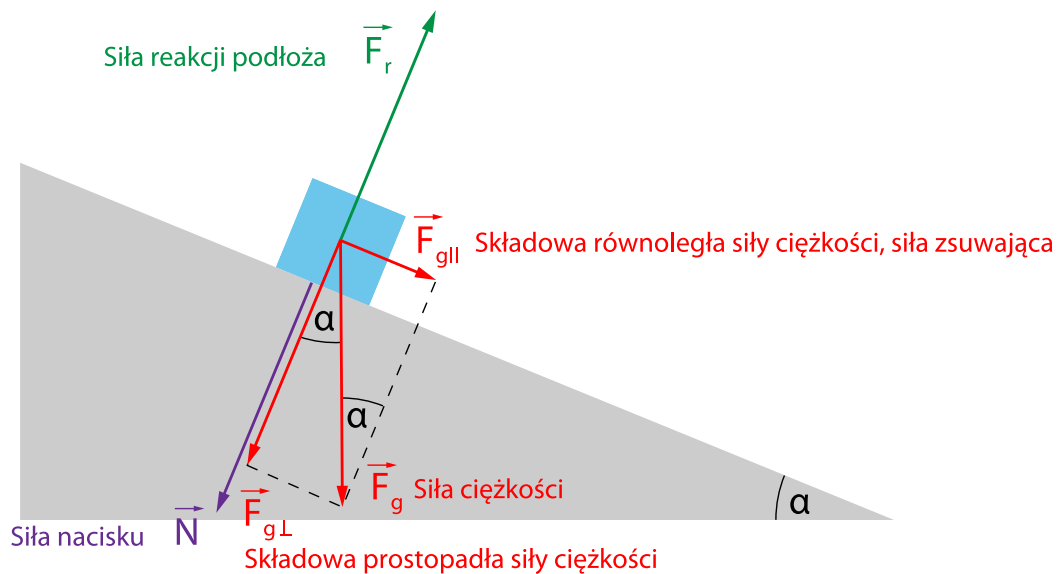
### **Twoje cele**

- dowiesz się, jak wyznaczyć przyspieszenie ciała znajdującego się na równi,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do opisu ruchu w prostych przypadkach,
- przeanalizujesz i zinterpretujesz sytuacje, w których ruch po równi zachodzi pod wpływem nie tylko siły ciężkości.

# Przeczytaj

## Warto przeczytać

Na ciało znajdujące się na równi pochyłej działa siła ciężkości oraz siła reakcji równi. Na poniższym rysunku widoczne są dodatkowo: składowe siły ciężkości oraz siła nacisku klocka na równię. Więcej informacji na temat tych sił oraz sposobu ich wyznaczania znajdziesz w e-materiale „Rozkład sił działających na ciało umieszczone na równi pochyłej”.



Rys. 1. Siły działające na ciało na równi pochyłej.

Zwróć uwagę, że jedyną siłą skierowaną wzdłuż równi jest siła zsuwająca  $\vec{F}_{g\parallel}$ . Będzie ona zatem powodować ruch ciała wzdłuż równi. Analizując trójkąt, którego bokami są siła ciężkości oraz jej składowe, widzimy, że:

$$\sin \alpha = \frac{F_{g\parallel}}{F_g} = \frac{F_{g\parallel}}{mg},$$

$$F_{g\parallel} = mg \sin \alpha.$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona, siła  $F$  działająca na ciało o masie  $m$ , wywołuje jego ruch z przyspieszeniem  $a$  wynoszącym  $a = \frac{F}{m}$ . W naszym przypadku oznacza to, że przyspieszenie ciała na równi wyniesie:

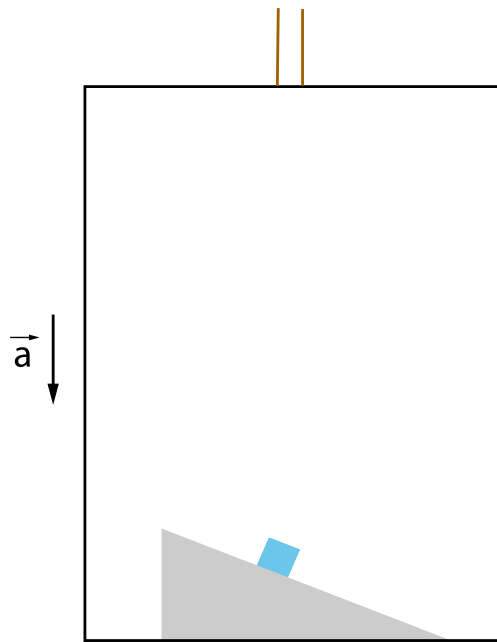
$$a = g \sin \alpha.$$

Zwykle kąt nachylenia równi nie ulega zmianie. Ciało będzie zatem poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym, a przyspieszenie to zależec będzie od kąta nachylenia równi. W przypadku, gdy na ciało działają inne siły skierowane wzdłuż równi, to przyspieszenie ulegnie zmianie. Taką inną siłą może być na przykład [siła tarcia](#). Zagadnienia związane z jej udziałem omówimy w e-materiale „Ruch ciała na równi pochyłej z uwzględnieniem tarcia”.

W kierunku prostopadłym do równi na ciało działają: prostopadła składowa siły ciężkości  $F_{g\perp}^{\vec{}}$  oraz reakcji równi  $\vec{F}_r$ . Skąd bierze się siła reakcji? Rozważmy po kolei wszystkie siły działające prostopadle do wnętrza równi. Prostopadła składowa siły ciężkości  $F_{g\perp}^{\vec{}}$  działającej na ciało powoduje powstanie siły nacisku klocka na równię  $\vec{N}$ . Co do wartości, siła  $F_{g\perp}^{\vec{}}$  jest równa sile nacisku  $\vec{N}$ . Pojawienie się siły reakcji wynika z trzeciej zasady dynamiki Newtona – jeśli ciało naciska na równię siłą  $\vec{N}$ , to w odpowiedzi równia zaczyna działać na ciało siłą  $\vec{F}_r$  o tej samej wartości i przeciwnym zwrocie. Na ciało w kierunku prostopadłym do równi działają zatem dwie siły:  $F_{g\perp}^{\vec{}}$  oraz  $\vec{F}_r$ . Na podstawie powyższych rozważań wiemy, że siły te równoważą się. Zatem, w kierunku prostopadłym do równi ruch nie zachodzi. Jeśli na ciało działają inne siły skierowane prostopadle do równi, to wpływają one na wartość nacisku ciała na podłoże – dla sił skierowanych do równi nacisk będzie zwiększony, a dla skierowanych od równi – zmniejszony, w porównaniu z wartością, jaką by uzyskano, gdyby tych dodatkowych sił nie było. Siła reakcji będzie zmieniać się odpowiednio do siły nacisku.

### Przykład

Rozważmy teraz przykład, w którym oprócz siły ciężkości wystąpi inna siła działająca na ciało znajdujące się na równi. Wyobraźmy sobie, że równia o kącie nachylenia  $30^\circ$  znajduje się w windzie, która rusza do dołu z przyspieszeniem  $a = 2 \text{ m/s}^2$ . Spróbujmy określić, ile wyniesie przyspieszenie klocka na równi  $a_k$ .



**Dane i szukane:**

Dane:

przyspieszenie windy  $a = 2 \text{ m/s}^2$

kąt nachylenia równi:  $\alpha = 30^\circ$

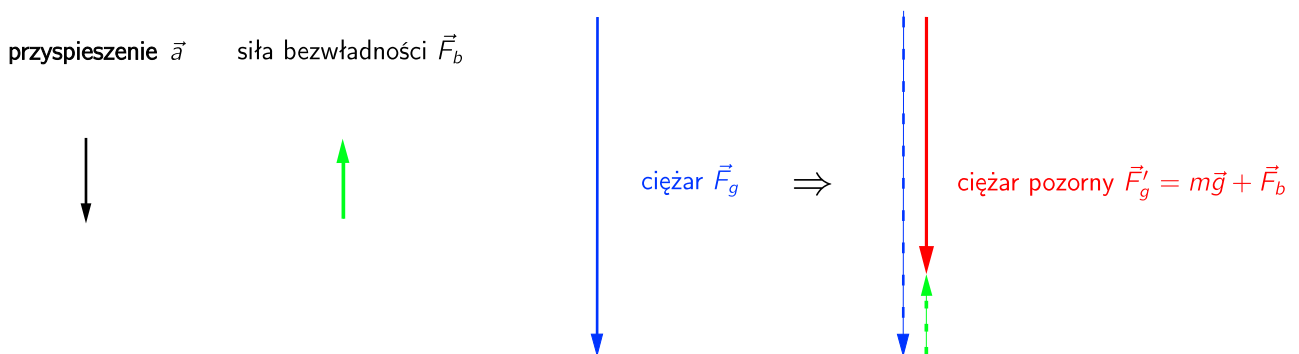
przyspieszenie ziemskie:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Szukane:

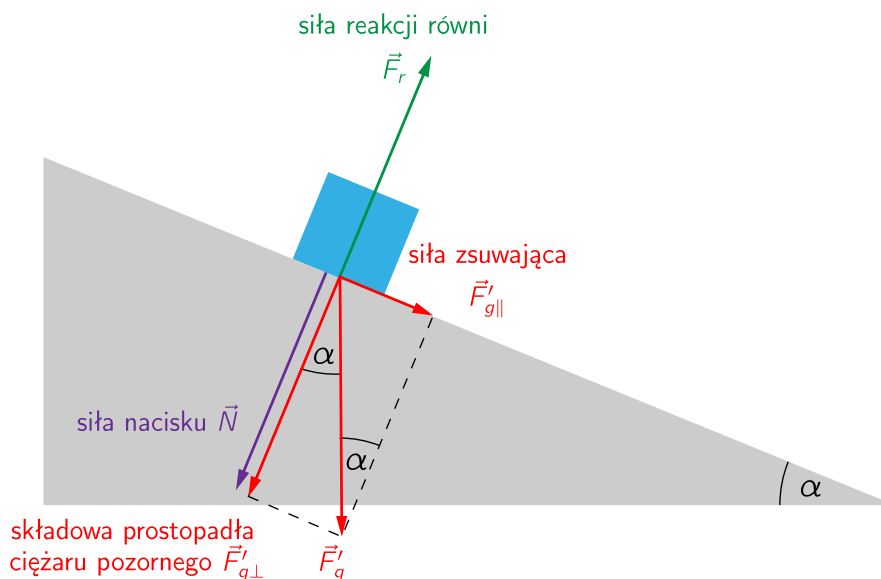
przyspieszenie klocka na równi  $a_k = ?$

**Analiza zadania:**

Najprostszym sposobem rozwiązania tego problemu jest zauważenie, że wszystkie ciała mają w tej sytuacji pomniejszony ciężar, zgodnie z Rys. 2a.



Rys. 2a. Ciężar pozorny ciała w układzie odniesienia poruszającym się z przyspieszeniem  $\vec{a}$ , o zwrocie zgodnym z przyspieszeniem ziemskim.



Rys. 2b. Siły działające na klocek na równi znajdującej się windzie, która porusza się z przyspieszeniem.

Wobec tego rozwiązanie jest dokładnie takie samo, jak dla typowej równi spoczywającej na powierzchni Ziemi, ale należy pamiętać o zastąpieniu ciężaru ciała na równi ciężarem pozornym,

$$\vec{F}'_g = m\vec{g} + \vec{F}_b = m(\vec{g} - \vec{a}) ,$$

skąd, używając znanych rozkładów sił i wzorów, dostajemy wartość przyspieszenia

$$a' = (g - a) \sin \alpha .$$

Po podstawieniu wartości liczbowych dostaniemy

$$a' = (9,81 - 2) \text{ m/s}^2 \cdot \sin 30^\circ \approx 3,9 \text{ m/s}^2 .$$

**Odpowiedź:**

Wartość przyspieszenia klocka na równi wynosi ok.  $3,9 \text{ m/s}^2$  i jest ono skierowane w dół równi.

## Słowniczek

**siła tarcia**

(ang. *friction*) - siła, która powstaje na styku powierzchni dwóch ciał i przeciwdziała ich względnemu ruchowi.

**siła bezwładności**

(ang. *inertia force*) - siła pozorna, działająca na ciało znajdujące się w nieinercyjnym układzie odniesienia, nie będąca wynikiem oddziaływań między ciałami.



# Film samouczek

---

## Ruch ciała na równi pochyłej

Film przedstawia rozwiązanie zadania polegającego na wyznaczeniu przyspieszenia ciała znajdującego się na równi pochyłej, w przypadku, gdy na ciało działa dodatkowa siła skierowana wzdłuż równi.

[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl](#)

Zapoznaj się z filmem samouczkiem.

---

### Polecenie 1

Na filmie nie przedstawiono wszystkich sił działających na klocek, a jedynie te, które powodują ruch wzdłuż równi. Wykonaj rysunek, na którym zaznaczysz wszystkie siły działające na klocek przedstawiony na filmie. Czy potrafisz nazwać każdą z nich?

### Polecenie 2

Przedstaw omówioną w filmie zależność w postaci wykresu zależności przyspieszenia od przyłożonej siły.

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



Jakie przyspieszenie uzyska klocek zsuwający się z równi o kącie nachylenia  $\alpha$ , pod wpływem jedynie siły ciężkości?

$$a = \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \alpha$$

sin

$m \cdot g$

tg

$g$

ctg

sin

cos

$m$

## Ćwiczenie 2



Na klocek znajdujący się na równi o kącie nachylenia  $\alpha$  działa siła ciężkości oraz siła wciągająca klocek wzdłuż równi o wartości  $F = 2mg \sin \alpha$ . W jakim kierunku porusza się klocek?

w dół równi

nie można tego sprawdzić, gdyż nieznana jest masa klocka

w górę równi

klocek pozostaje w spoczynku

### Ćwiczenie 3



Oblicz przyspieszenie, jakie uzyska klocek poruszający się pod wpływem jedynie siły ciężkości po równi o kącie nachylenia  $45^\circ$ . Przyjmij  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

$a = 4,9 \text{ m/s}^2$

nie można tego obliczyć, gdyż nieznana jest masa klocka

$a = 6,9 \text{ m/s}^2$

$a = 8,5 \text{ m/s}^2$

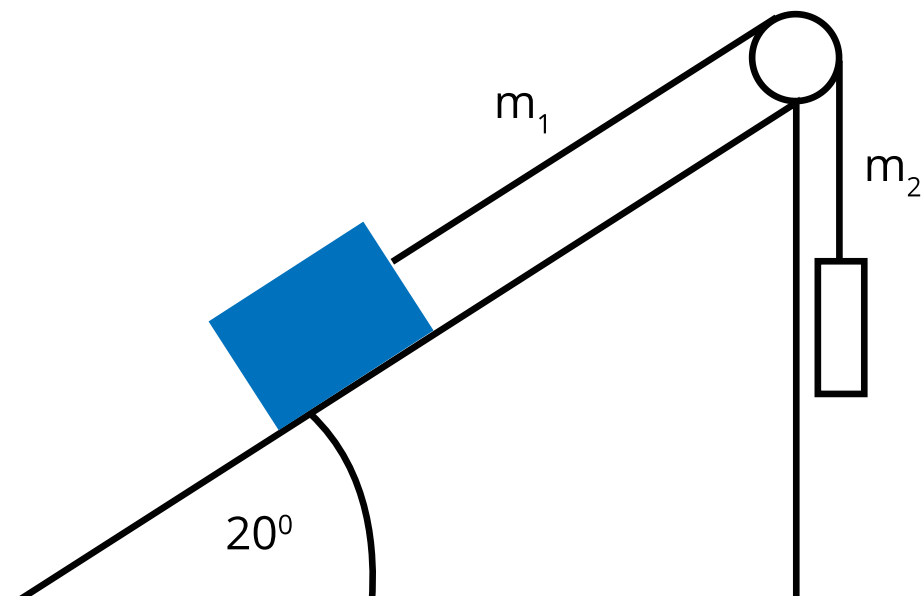
### Ćwiczenie 4



Wyznacz, jak długo będzie zsuwać się klocek z idealnie gładkiej równi pochyłej o kącie nachylenia  $15^\circ$  i wysokości  $h = 50 \text{ cm}$ . Klocek początkowo spoczywa na szczycie równi i porusza się jedynie pod wpływem składowej siły ciężkości. Przyjmij  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , a wynik podaj w sekundach z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Odpowiedź:  $t =$   s.

## Ćwiczenie 5



Znajdujący się na idealnie gładkiej równi pochyłej o kącie nachylenia  $20^\circ$  klocek o masie  $m_1 = 1 \text{ kg}$  jest połączony z drugim klockiem o masie  $m_2 = 0,4 \text{ kg}$  w sposób przedstawiony na rysunku. Wyznacz przyspieszenie klocka  $m_1$  z dokładnością do dwóch cyfr znaczących i określ jego kierunek. Przyjmij  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Odpowiedź:

$a =$    $\text{m/s}^2$ .

Kierunek przyspieszenia:

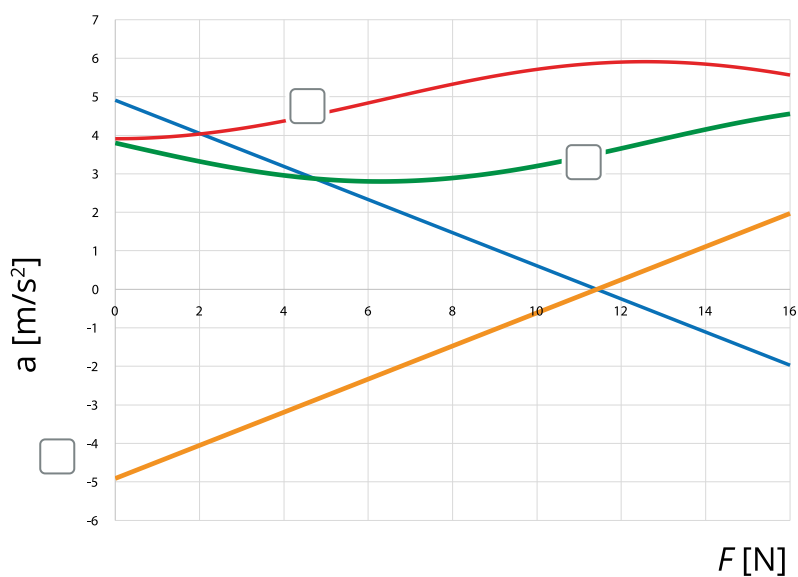
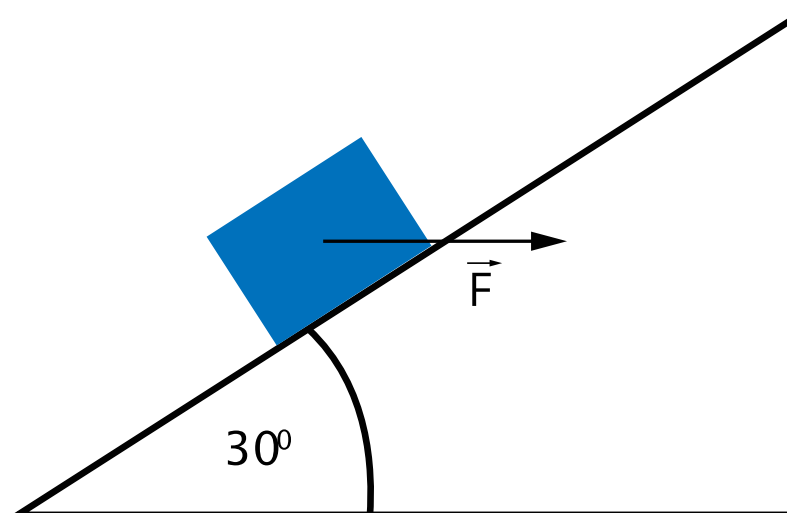
w dół równi

w górę równi

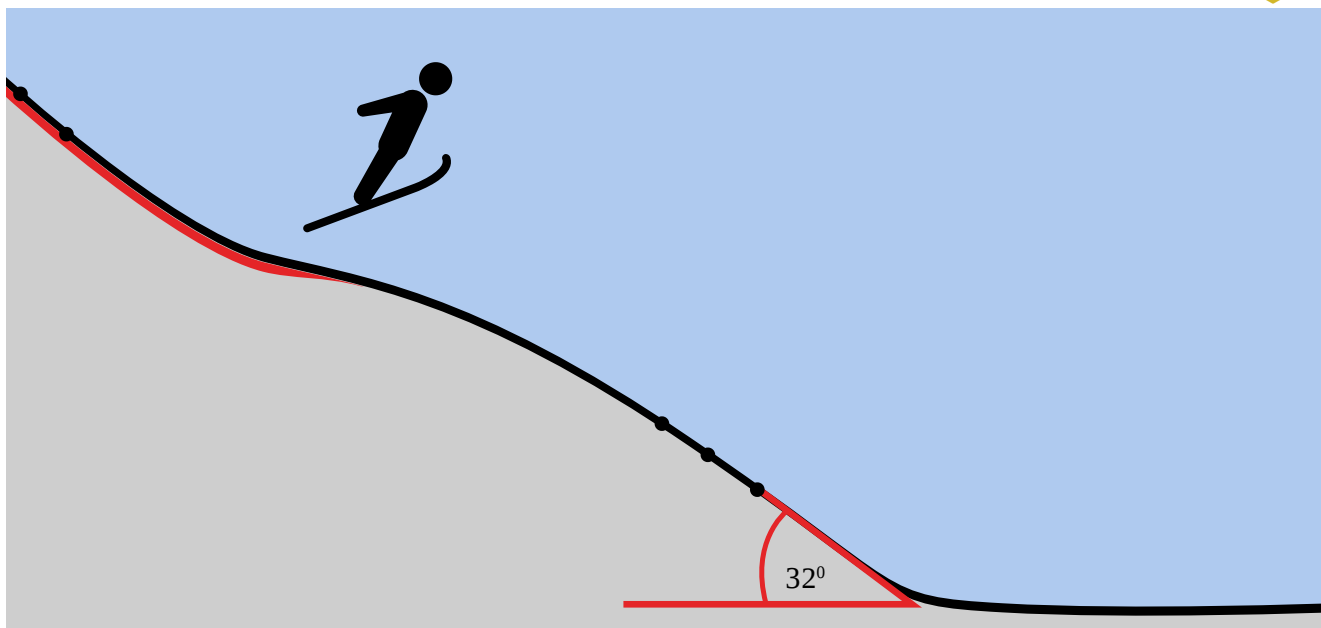
## Ćwiczenie 6



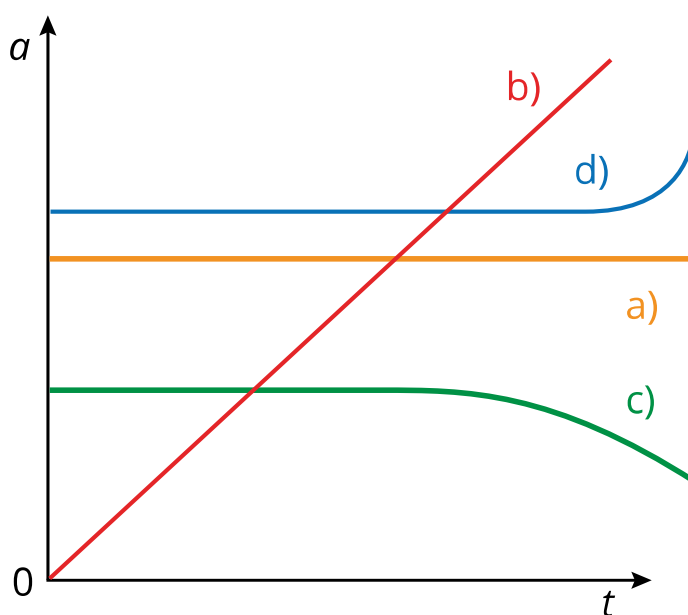
Na klocek o masie  $m = 2 \text{ kg}$  znajdujący się na równi o kącie nachylenia  $30^\circ$  działa dodatkowa siła  $\vec{F}$ , w sposób przedstawiony na rysunku. Wskaż poprawny wykres opisujący zależność przyspieszenia klocka w zależności od wartości siły  $F$ . Przyjmij, że dodatnie wartości przyspieszenia odpowiadają ruchowi klocka w dół, a ujemne – w górę równi.



## Ćwiczenie 7



Na rysunku przedstawiono profil skoczni narciarskiej. Wskaż, który z wykresów może przedstawiać zależność przyspieszenia skoczka zjeżdżającego na tej skoczni, od czasu. Przyjmij, że siła tarcia i oporu powietrza można zaniedbać.



c

a

d

**Ćwiczenie 8**

Do klocka o masie  $m = 2$  kg znajdującego się na równi pochyłej o wysokości  $h = 75$  cm i kącie nachylenia  $45^\circ$ , przyłożono siłę  $F = 5$  N skierowaną pionowo w dół. Wyznacz prędkość klocka w połowie wysokości równi. Przyjmij  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, a wynik zaokrąglaj do wartości całkowitych.

Odpowiedź:  $v =$   m/s.

# Dla nauczyciela

---

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Przemysław Michalski
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Wyznaczanie ruchu ciał na równi pochyłej</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
<b>Podstawa programowa:</b>	<p><b>Cele kształcenia - wymagania ogólne</b></p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania - wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;</p> <p>16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych;</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>23) opisuje ruch ciał na równi pochyłej</p>



<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<b>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li> <li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li> <li>• kompetencje cyfrowe,</li> <li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li> </ul>
<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. wyznacza przyspieszenie ciała znajdującego się na równi,</li> <li>2. stosuje zdobytą wiedzę do opisu ruchu (wyznaczania przyspieszenia/prędkości) w prostych przypadkach,</li> <li>3. analizuje i interpretuje wpływ dodatkowych sił na ruch ciała,</li> <li>4. wyznacza ruch ciała w obecności dodatkowych sił (poza siłą ciężkości).</li> </ol>
<b>Strategie nauczania:</b>	flipped classroom
<b>Metody nauczania:</b>	zadania rachunkowe
<b>Formy zajęć:</b>	praca indywidualna
<b>Środki dydaktyczne:</b>	tablica, komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
<b>Materiały pomocnicze:</b>	brak
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca:</b>	
<p>Na poprzedniej lekcji nauczyciel zadaje uczniom zapoznanie się z częścią „Przeczytaj” niniejszego e-materiału.</p> <p>Wprowadzenie tematyki zajęć – równia pochyła jako przybliżenie górskiego zbocza, stoku, skoczni narciarskiej, dzięki czemu można opisać ruch sanek, skoczka narciarskiego, narciarza, itd. Wspólne przypomnienie z uczniami opisu ruchu na równi bez tarcia.</p>	
<b>Faza realizacyjna:</b>	

Faza realizacyjna opiera się na rozwiązaniu zadań 3, 4, 5 i 8 z e-materiału. Zadania są ułożone wraz z rosnącym stopniem trudności. Nauczyciel prosi chętnego ucznia o rozwiązanie przy tablicy zadania 3. Prosi również osobę rozwiązującą, by tłumaczyła każdy wykonywany krok, nauczyciel pełni rolę doradcy. Zadanie to opiera się na prostym zastosowaniu wzoru pozwalającego wyznaczyć przyspieszenie ciała na równi. Wzór podany jest w e-materiale, więc uczniowie poznali go przed lekcją.

Następny uczeń rozwiązuje zadanie 4. Jest ono już nieco bardziej złożone, gdyż wymaga znajomości/przypomnienia sobie wzoru opisującego drogę w ruchu jednostajnie zmiennym. Uczeń wyznacza najpierw siły działające na klocek, potem przyspieszenie ciała na równi, następnie drogę, jaką ma przebyć klocek i na tej podstawie – czas ruchu.

W zadaniu 5 zadaniem ucznia jest wyznaczenie sił działających w układzie – zagadnienie to jest bardziej skomplikowane i wymaga rozwiązania układu równań. Następnie uczeń porównuje siły i określa wartość i kierunek przyspieszenia klocka.

Przed rozwiązaniem zadania 8 nauczyciel odtwarza film samouczek i prosi uczniów, by na jego podstawie spróbowali samodzielnie rozwiązać zadanie 8. Nauczyciel pełni rolę doradcy, obserwuje i kontroluje pracę uczniów.

#### **Faza podsumowująca:**

Lekcja ma charakter rachunkowy, podsumowanie następuje po rozwiązaniu każdego zadania.

#### **Praca domowa:**

Rozwiązanie zadań 1, 2, 6 i 7 dołączonych do e-materiału. Są to zadania na sprawdzenie wiedzy i jej zastosowanie, ale również analizę przedstawionych sytuacji i wybranie poprawnego opisu matematycznego zachodzących zjawisk.

**Wskazówki  
metodyczne  
opisujące różne  
zastosowania danego  
multimedium:**

Film samouczek może być wykorzystany przez uczniów w czasie powtarzania i utrwalania wiadomości po lekcji w domu.