



Miejsce zerowe funkcji liniowej

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Schemat interaktywny
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Miejsce zerowe funkcji liniowej

Źródło: Kaitlin Muro, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

W życiu codziennym wiele czynności wykonujemy zgodnie z określonym schematem postępowania, czyli algorytmem. Podobnie jest z obliczaniem miejsc zerowych funkcji liniowej. Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji liniowej ma istotne znaczenie do odkrywania ciekawych własności tej funkcji. Mając dany wzór lub wykres funkcji liniowej, możemy wyznaczyć punkty przecięcia wykresu tej funkcji z osią X , o ile istnieją. Kolejne kroki w wyznaczaniu miejsca zerowego funkcji liniowej można przedstawić w formie schematu blokowego.

Twoje cele

- Wyznaczysz liczbę miejsc zerowych funkcji liniowej.
- Określisz miejsca zerowe funkcji liniowej na podstawie wykresu.
- Obliczysz miejsca zerowe funkcji liniowej na podstawie definicji miejsca zerowego lub wzoru.
- Zastosujesz poznaną wiedzę do rozwiązywania zadań.

Przeczytaj

Miejsce zerowe funkcji

Definicja: miejsce zerowe

Miejszem zerowym funkcji nazywamy taki argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0.

Już wiesz

Wykresem funkcji liniowej jest prosta. Przez każde dwa punkty przechodzi dokładnie jedna prosta.

Istnienie miejsca zerowego funkcji liniowej zależy od położenia prostej, będącej wykresem tej funkcji w układzie współrzędnych.

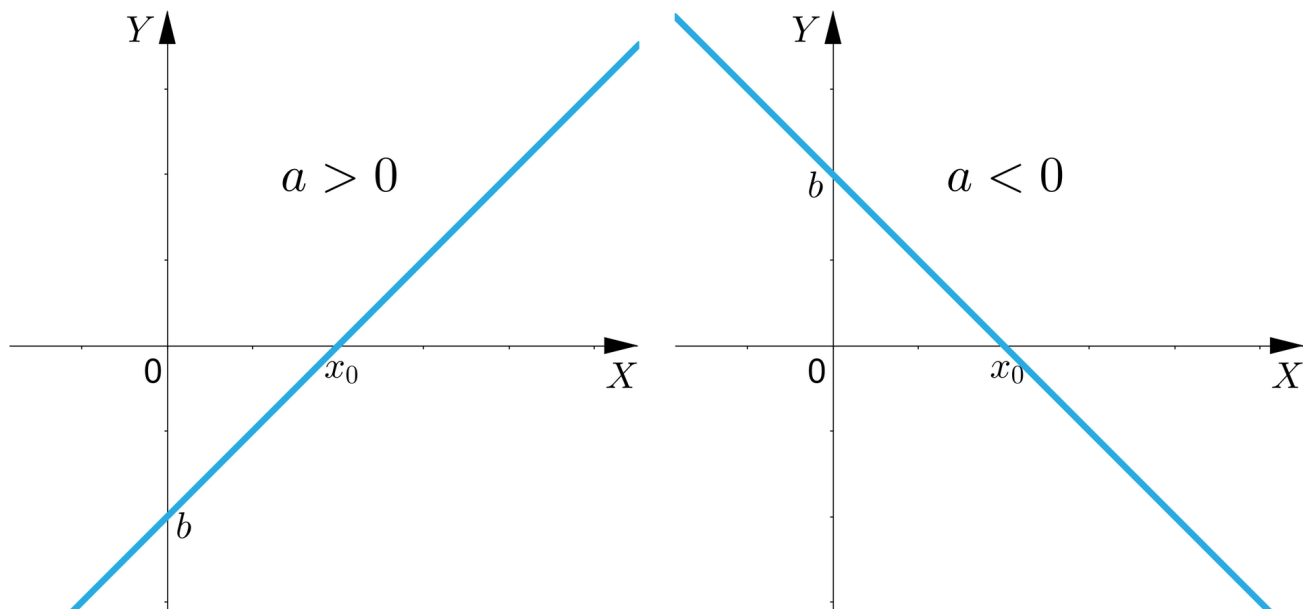
Graficznie, [miejsce zerowe funkcji](#) interpretujemy jako pierwszą współrzędną punktu przecięcia wykresu funkcji z poziomą osią X .

Liczba miejsc zerowych funkcji

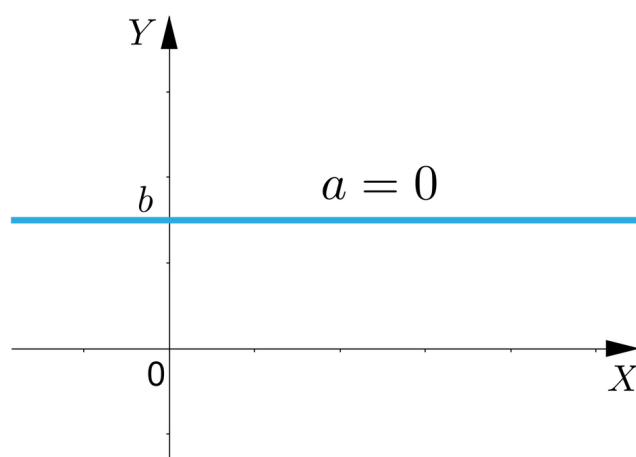
Własność: liczba miejsc zerowych funkcji liniowej

Jeżeli funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, to:

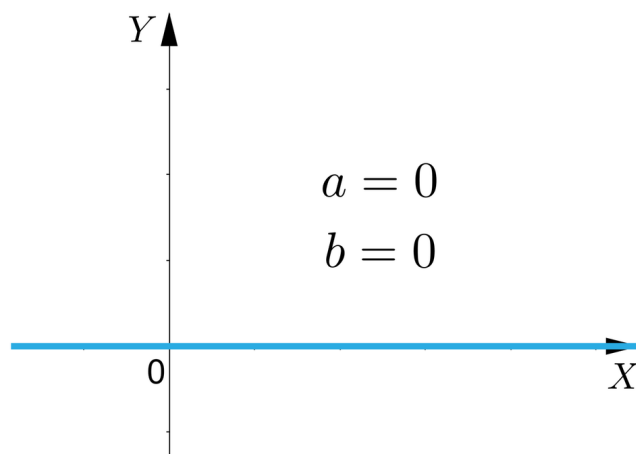
- funkcja ma jedno miejsce zerowe x_0 , gdy $a \neq 0$ i $b \in \mathbb{R}$,



- funkcja nie ma miejsc zerowych, gdy $a = 0$ i $b \neq 0$,



- funkcja ma nieskończenie wiele miejsc zerowych, gdy $a = 0$ i $b = 0$



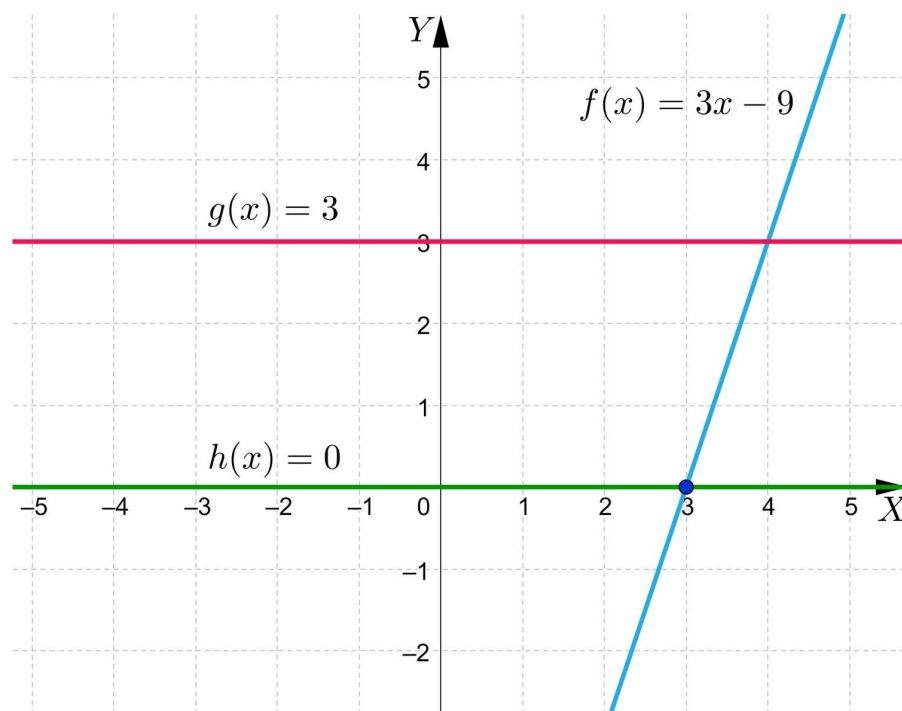
Mając dany wzór funkcji, możemy bez szkicowania wykresu określić liczbę miejsc zerowych tej funkcji.

Jeżeli funkcja liniowa jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie $a \neq 0$, to miejsce zerowe tej funkcji obliczamy na dwa sposoby:

1. Korzystamy z definicji miejsca zerowego funkcji, czyli wyznaczamy argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0. W tym celu rozwiązujemy równanie $f(x) = 0$.
2. Jeżeli $0 = ax + b$, to miejsce zerowe funkcji liniowej obliczamy ze wzoru $x_0 = \frac{-b}{a}$.

Przykład 1

Na rysunku przedstawiono wykresy funkcji f , g i h .



Odczytamy miejsca zerowe tych funkcji.

Rozwiązanie

- miejscem zerowym funkcji f jest liczba 3,
- funkcja g nie ma miejsc zerowych,

- funkcja h ma nieskończenie wiele miejsc zerowych.

Przykład 2

Obliczymy miejsca zerowe funkcji liniowych określonych wzorami:

$$\text{a) } f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{27}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{5}{3}x + 10$$

Rozwiązanie

a) Ponieważ $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ oraz $b = \sqrt{27}$, zatem

$$x_0 = \frac{-\sqrt{27}}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = 9$$

b) Ponieważ $a = \frac{5}{3}$ oraz $b = 10$, zatem

$$x_0 = \frac{-10}{\frac{5}{3}} = -6$$

Przykład 3

Wyznamy wartość parametru m , jeżeli wiemy, że miejscem zerowym funkcji określonej wzorem $f(x) = (-\frac{1}{2}m + 3)x + 2$ jest liczba 3.

Rozwiązanie

Ponieważ liczba 3 jest miejscem zerowym, zatem zachodzi warunek $f(3) = 0$.

Dlatego też do wyznaczenia wartości m należy rozwiązać równanie:

$$0 = (-\frac{1}{2}m + 3) \cdot 3 + 2$$

Zatem $m = \frac{22}{3}$ - zauważmy przy tym, że dla tej liczby współczynnik stojący przy x we wzorze funkcji, jest różny od zera.

Przykład 4

Określmy, dla jakiej wartości parametru m funkcja liniowa zadana wzorem $f(x) = \left(\frac{3}{4}m - 12\right)x + (m - 1)$ nie ma miejsc zerowych.

Rozwiązanie

Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = ax + b$ nie ma miejsc zerowych, gdy $a = 0$ i $b \neq 0$.

Ponieważ $a = \frac{3}{4}m - 12$ i $b = m - 1$, więc zachodzą warunki:

$$\frac{3}{4}m - 12 = 0 \text{ i } m - 1 \neq 0$$

Dlatego też funkcja nie ma miejsc zerowych, gdy $m = 16$ i $m \neq 1$.

Wobec tego szukana wartość parametru m wynosi 16.

Przykład 5

Wyznamy wzór funkcji liniowej $f(x) = ax - 4$, jeżeli wiadomo, że miejscem zerowym tej funkcji jest liczba (-3) .

Rozwiązanie

Ponieważ liczba (-3) jest miejscem zerowym funkcji f , zatem do wyznaczenia wartości a należy rozwiązać równanie:

$$0 = a \cdot (-3) - 4$$

Wobec tego $a = -\frac{4}{3}$.

Funkcja jest określona wzorem $f(x) = -\frac{4}{3}x - 4$.

Przykład 6

Określmy liczbę miejsc zerowych funkcji zadanej wzorem $f(x) = (2m + 3)x - 1$, w zależności od wartości parametru $m \in \mathbb{R}$.

Rozwiązanie

Ponieważ $a = 2m + 3$ oraz $b = -1$, to funkcja:

- ma jedno miejsce zerowe, gdy $a \neq 0$, zatem $2m + 3 \neq 0$, wobec tego $m \neq -\frac{3}{2}$,
- nie ma miejsc zerowych, gdy $a = 0$, zatem $2m + 3 = 0$, wobec tego $m = -\frac{3}{2}$.

Ponieważ $b \neq 0$, zatem funkcja nie może mieć nieskończenie wiele miejsc zerowych.

Słownik

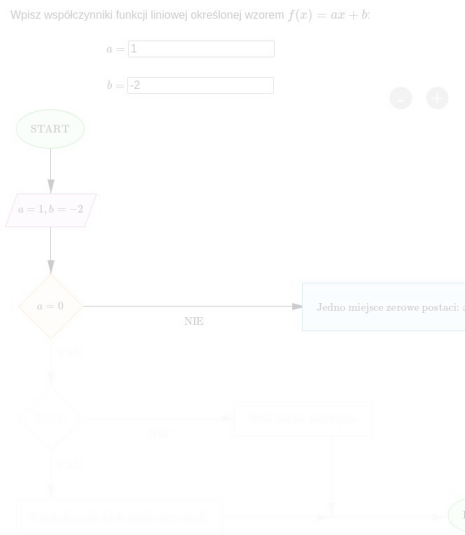
miejsce zerowe funkcji

argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0

Schemat interaktywny

Polecenie 1

Przeanalizuj schemat interaktywny, a następnie wykonaj poniższe polecenie.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DlikTFkte>

Polecenie 2

Oblicz miejsca zerowe funkcji liniowych określonych wzorami:

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

b) $f(x) = \frac{3}{5}x + 3$



c) $f(x) = -\sqrt{5}x - 2$

d) $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + 3$

Polecenie 3

W poniższym schemacie przygotuj algorytm określający liczbę miejsc zerowych funkcji liniowej postaci $f(x) = ax + b$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Określ liczbę miejsc zerowych funkcji o wzorze $f(x) = \left(\frac{2}{3}m - 1\right)x + \left(\frac{1}{2} - m\right)$, w zależności od wartości parametru m .

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Wójtowicz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Miejsce zerowe funkcji liniowej

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:

5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyznacza liczbę miejsc zerowych funkcji liniowej,
- określa miejsca zerowe funkcji liniowej na podstawie wykresu,
- oblicza miejsca zerowe funkcji liniowej na podstawie definicji miejsca zerowego lub wzoru,
- stosuje poznaną wiedzę do rozwiązywania zadań.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja;
- metoda kota i myszy;
- praca z ekspertem;
- liga zadaniowa.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel przedstawia uczniom temat – „Miejsce zerowe funkcji liniowej”, wskazuje cele zajęć oraz ustala z nimi kryteria sukcesu.
2. Nauczyciel prosi o przygotowanie w parach pytań związanych z tematem. Czego się uczniowie chcą dowiedzieć? Co ich interesuje w związku z tematem lekcji?

Faza realizacyjna:

1. Przed lekcją nauczyciel wyłania wśród uczniów ekspertów, którzy zapoznają się z materiałem zawartym w sekcji „Przeczytaj”. Na lekcji uczniowie pracują w grupach pod kierunkiem ekspertów. Ekspersi proponują grupom rozwiązywanie zadań, które przygotowali w domu (zadania oparte na przykładach z sekcji „Przeczytaj”). W razie problemów – służą pomocą, wyjaśniają niezrozumiałe elementy.
2. Uczniowie zapoznają się indywidualnie z treścią sekcji „Schemat interaktywny”. Zapisują ewentualne pytania dotyczące napotkanych trudności, po czym następuje dyskusja, w trakcie której nauczyciel wyjaśnia niezrozumiałe elementy materiału.
3. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia nr 1-2, a następnie wybrany uczeń omawia ich wykonanie na forum klasy, krok po kroku.
4. Uczniowie w 4-osobowych grupach rozwiązują zadania 3-5 na czas (od zadania łatwiejszego do trudniejszych). Grupa, która poprawnie rozwiąże zadania jako pierwsza, wygrywa, a nauczyciel może nagrodzić uczniów ocenami za aktywność. Rozwiązania są prezentowane na forum klasy i omawiane krok po kroku.
5. Uczniowie rozwiązują ćwiczenia numer 6, 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się” metodą kota i myszy. Mysz stara się jak najlepiej rozwiązać zadania, a kot sprawdza ich poprawność. Po 2 nieudanych próbach kot „łapie mysz”, która odpada z gry. Aby gra toczyła się dalej – role uczniów odwracają się i mysz staje się kotem – procedura się powtarza.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności, odnosząc się do wyświetlonych na tablicy interaktywnej celów z sekcji „Wprowadzenie”.

Praca domowa:

1. Uczniowie opracowują FAQ (minimum 3 pytania i odpowiedzi prezentujące przykład i rozwiązanie) do tematu lekcji („Miejsca zerowe funkcji liniowej”).

Materiały pomocnicze:

- [Miejsca zerowe funkcji.](#)

Wskazówki metodyczne:

- Materiał w sekcji „Schemat interaktywny” można wykorzystać jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy dotyczącej wyznaczania miejsca zerowego funkcji liniowej lub do rozwiązywania równań liniowych z jedną niewiadomą.