


Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie algebraiczne

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie algebraiczne

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

Termin **moduł** wprowadził w 1806 roku szwajcarski księgarz, amatorsko zajmujący się matematyką, Jean-Robert Argand.

Pojęcie to oznaczało w języku francuskim jednostkę miary.



Jean-Robert Argand

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Termin **wartość bezwzględna** jest używany od co najmniej 1806 roku.

Oznaczenie $|a|$ zostało wprowadzone przez niemieckiego matematyka Karla Weierstrassa w 1841 roku.

Innym oznaczeniem wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej a , stosowanym przede wszystkim w informatyce, jest $\text{abs}(a)$.



Karl Weierstrass

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Twoje cele

- Poznasz definicję algebraiczną wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej .
- Obliczysz wartość liczbową wyrażenia zawierającego wartość bezwzględną liczby rzeczywistej.
- Wyznaczysz liczby spełniające warunki, zapisane przy użyciu wartości bezwzględnej.
- Korzystając z definicji modułu, zapiszesz wartości wyrażeń bez użycia symbolu wartości bezwzględnej.

Przeczytaj

Wiesz już, że wartość bezwzględna liczby a jest odległością tej liczby od liczby zero na osi liczbowej. Jest zatem zawsze liczbą nieujemną.

Algebraicznie wartością bezwzględną liczby rzeczywistej a nazywamy:

- liczbę a , jeśli liczba a jest nieujemna;
- liczbę przeciwną do a , jeśli liczba a jest ujemna.

Wartość bezwzględną liczby rzeczywistej a oznaczamy $|a|$.

Powyższą definicję możemy zapisać za pomocą wzoru:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{dla } a \geq 0 \\ -a, & \text{dla } a < 0 \end{cases}$$

Przykład 1

Oblicz $|3|$.

W tym przypadku liczba $a = 3 > 0$, a więc $|a| = a$.

Zatem $|3| = 3$.

Przykład 2

Oblicz $|-12|$.

W tym przypadku liczba $a = -12 < 0$, a więc $|a| = -a$.

Zatem $|-12| = -(-12) = 12$.

Przykład 3

Oblicz $|7 - \sqrt{7}|$.

Podobnie jak w poprzednich przykładach, musimy zacząć od określenia znaku liczby zapisanej pod znakiem wartości bezwzględnej.

W tym przypadku liczba $a = 7 - \sqrt{7} = \sqrt{49} - \sqrt{7} > 0$.

Zatem $|a| = a$.

Stąd wynika, że:

$$|7 - \sqrt{7}| = 7 - \sqrt{7}$$

Przykład 4

Oblicz $|2 - \sqrt{5}|$.

Ponownie określamy znak liczby a .

W tym przykładzie liczba $a = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$.

Zatem $|a| = -a$.

Stąd wynika, że:

$$|2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = -2 + \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2$$

Ważne!

Pamiętaj, że przy obliczaniu wartości wyrażeń zawierających wartość bezwzględną liczby a , należy stosować zasady wynikające z kolejności wykonywania działań.

Przykład 5

Oblicz $|2 - (3 + \frac{2}{3})| - |\frac{1}{3} - 4|$.

Wykonujemy wskazane działania.

$$\begin{aligned} & |2 - (3 + \frac{2}{3})| - |\frac{1}{3} - 4| = \\ & = |2 - 3\frac{2}{3}| - |\frac{1}{3} - 4| = \end{aligned}$$

Wykonujemy działania zapisane pod znakiem wartości bezwzględnej.

$$= |-1\frac{2}{3}| - |-3\frac{2}{3}| =$$

Obliczamy wartości bezwzględne liczb, które występują w wyrażeniu.

$$= 1\frac{2}{3} - 3\frac{2}{3} =$$

Wykonujemy działanie.

$$= 1\frac{2}{3} - 3\frac{2}{3} = -2$$

Przykład 6

Oblicz $|2\sqrt{3} - 4| - |4 + 2\sqrt{3}|$.

Określamy znaki wyrażeń, których moduły chcemy obliczyć.

$$2\sqrt{3} - 4 = \sqrt{12} - \sqrt{16} < 0$$

więc $|2\sqrt{3} - 4| = 4 - 2\sqrt{3}$

$$4 + 2\sqrt{3} > 0$$

więc $|4 + 2\sqrt{3}| = 4 + 2\sqrt{3}$

Aby uniknąć pomyłek przy zapisywaniu znaków, zastępujemy moduły nawiasami.

$$\begin{aligned} & |2\sqrt{3} - 4| - |4 + 2\sqrt{3}| = \\ & = (4 - 2\sqrt{3}) - (4 + 2\sqrt{3}) = \end{aligned}$$

Opuszczamy nawiasy.

$$= 4 - 2\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} =$$

Wykonujemy działania.

$$= 4 - 2\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

Słownik

wartość bezwzględna liczby rzeczywistej a

- liczba a , jeśli liczba a jest nieujemna;
- liczba przeciwna do a , jeśli liczba a jest ujemna

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładami przedstawionymi w animacji, a następnie wykonaj polecenie poniżej.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1A2k04eF>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczący obliczania wartości wyrażeń z modułem.

Polecenie 2

Oblicz wartość każdego z wyrażeń, korzystając z definicji wartości bezwzględnej.

a. $|6 - 3\frac{1}{4}|$

b. $|2 - 4,3|$

c. $|5 - \sqrt{6}|$

d. $|3 - \sqrt{10}|$

e. $|4 - \sqrt{2}| - \sqrt{2}$

f. $\sqrt{7} - |3 + \sqrt{7}|$

g. $|3,5 - 2\sqrt{3}| - |5\frac{1}{2} - 4\sqrt{3}|$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej – pojęcie algebraiczne

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- formułuje definicję algebraiczną wartości bezwzględnej
- oblicza wartości wyrażeń zawierających moduł liczby
- wyznacza liczby spełniające warunki, zapisane przy użyciu wartości bezwzględnej liczby
- korzystając z definicji modułu, zapisuje wartości wyrażeń bez użycia symbolu wartości bezwzględnej

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem animacji
- konkurs zadaniowy

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca całego zespołu klasowego
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie wiadomości i umiejętności dotyczące graficznej definicji wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Uczniowie zapoznają się z animacją i, konsultując z nauczycielem, wykonują polecenie umieszczone pod nią.
3. Uczniowie pracują w parach metodą konkursu zadaniowego. Rozwiązują zadania zawarte w materiale multimedialnym. Rozwiązania zadań uczniowie zapisują w zeszytach, sprawdzając w materiale ich poprawność. Osoby, które rozwiążą test bezbłędnie, otrzymują oceny z aktywności.
Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 5.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń. Uczniowie wskazują nauczycielowi, na jakie trudności natknęli się rozwiązując zadania. Wspólnie znajdują rozwiązania problemów.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia, których nie zdążyli zrobić na lekcji.

Materiały pomocnicze:

- Wartość bezwzględna - definicja
- Tajemnice wartości bezwzględnej
- Własności wartości bezwzględnej
- Wartość bezwzględna liczby

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą zapoznać się z animacją jako praca własna przed lekcją lub po niej jako podsumowanie.