



Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

Zapewne pamiętasz, jak wyglądają równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Potrafisz je rozwiązywać i znasz odpowiednie twierdzenia i metody.

W matematyce są jednak równania wyższego stopnia i takie, w których jest więcej niewiadomych.

Znanym w matematycznym świecie jest równanie pojawiające się w wielkim twierdzeniu Fermata.

$$x^n + y^n = z^n$$

Mówi ono, że dla dowolnej liczby naturalnej n , $n > 2$, nie istnieją liczby naturalne x , y , z , które spełniałyby to równanie.

Informacja o tym, że Pierre de Fermat znalazł dowód tego twierdzenia opublikowana została 5 lat po jego śmierci, ale dowodu nie znaleziono. Różni matematycy przez lata próbowali udowodnić wielkie twierdzenie Fermata. Jednak udało się to dopiero w 1994



Pierre de Fermat
ur.: 17 sierpnia 1601, Beaumont-de-Lomagne

r., a dowód przeprowadził angielski matematyk Andrew John Wiles.

zm.: 12 stycznia 1665, Castres

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Znasz już twierdzenie Pitagorasa - równanie pojawiające się w tym twierdzeniu zawiera trzy niewiadome.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Wiesz też, że równania można zilustrować za pomocą wagi, która pozostaje w równowadze. Jeśli na szalkach umieszczone są różne przedmioty, to do opisanie takiej sytuacji musimy użyć kilku niewiadomych.

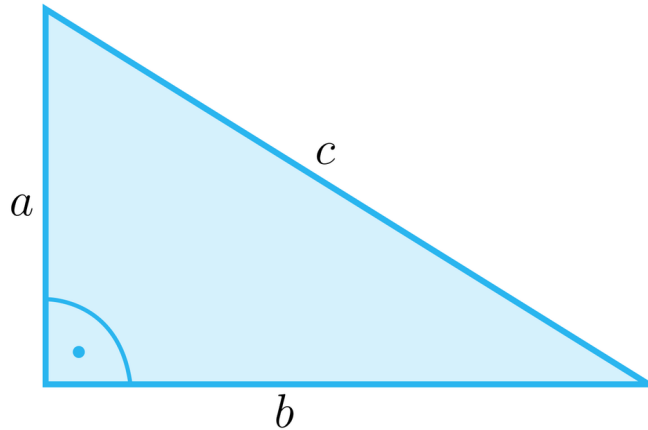
W tym materiale poznasz równania z dwiema i więcej niewiadomymi. Dowiesz się, jakie równania nazywamy równaniami pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Twoje cele

- Sformułujesz definicję równania z kilkoma niewiadomymi.
- Sformułujesz definicję równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Rozpoznasz równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
- Opiszysz sytuację przedstawioną w zadaniu za pomocą równania.

Przeczytaj

Przykład 1



Na podstawie twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta przedstawionego na powyższym rysunku, możemy zapisać równanie $a^2 + b^2 = c^2$.

W równaniu tym pojawiają się trzy niewiadome a , b i c .

Przykład 2

W matematyce możemy również spotkać się z równaniami, w których występują dwie niewiadome. Poniżej przykłady takich równań.

$$x + y = 4$$

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{y} = 5$$

$$x^2 + 3y^2 = 12$$

$$y = x^3 - 5x^2 + 5x - 1$$

Równanie, w którym występują dwie lub trzy niewiadome, nazywamy równaniem z dwiema lub trzema niewiadomymi.

Przykład 3

Wzory funkcji zapisujemy często w postaci [równania z dwiema niewiadomymi](#).

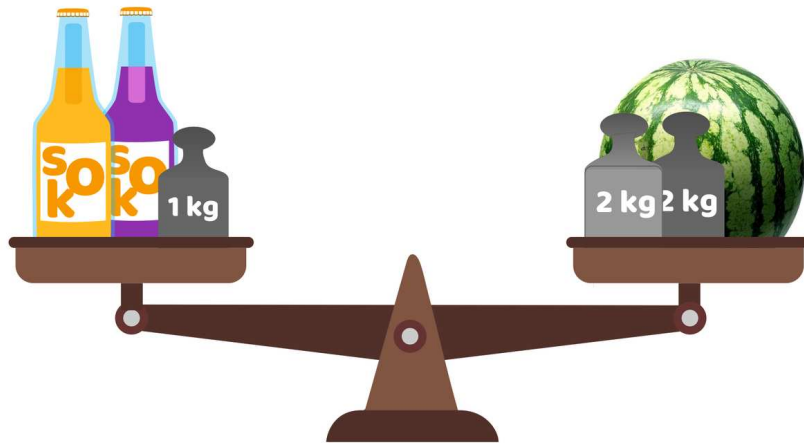
$$y = x$$

$$y = 2x + 5$$

$$y = |x| - 2$$

$$y = \sqrt{x}$$

Przykład 4



Przymnijmy, że x – to masa soku, a y – to masa arbuza.

Wtedy sytuację przedstawioną na rysunku możemy zapisać w postaci równania $2x + 1 = 4 + y$.

Takie równanie nazywamy **równaniem pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi**.

Definicja: Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Równanie, w którym występują dwie niewiadome i obie występują w pierwszej potęgze, nazywamy równaniem pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Równanie z niewiadomymi x i y przyjmuje postać

$$ax + by + c = 0$$

gdzie:

$$a, b, c \in \mathbb{R} \text{ i } a^2 + b^2 \neq 0.$$

Przykład 5

Za pomocą równania z dwiema niewiadomymi możemy opisywać sytuacje przedstawione w zadaniach tekstowych.

a) Motorówka płynie z prądem rzeki z prędkością $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zapisz odpowiednie równanie.

Wprowadzamy oznaczenia:

x – prędkość prądu rzeki,

y – prędkość własna motorówki.

Zapisujemy równanie.

$$x + y = 20$$

b) Tomek ma w skarbonce 71 zł w monetach 5 zł i 2 zł. Zapisz odpowiednie równanie.

Wprowadzamy oznaczenia:

x – liczba monet 2 zł,

y – liczba monet 5 zł.

Zapisujemy równanie.

$$2x + 5y = 71$$

c) Za 3 kg jabłek i 1,5 kg czereśni zapłacono 15 zł. Zapisz odpowiednie równanie.

Wprowadzamy oznaczenia:

x – cena 1 kg jabłek,

y – cena 1 kg czereśni.

Zapisujemy równanie.

$$3x + 1,5y = 15$$

Słownik

równanie z dwiema lub trzema niewiadomymi

równanie, w którym występują dwie lub trzy niewiadome

równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

równanie, w którym występują dwie niewiadome i obie występują w pierwszej potędze

Film samouczek

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładami przedstawionymi w filmie, a następnie rozwiąż polecenia poniżej.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D8FoLhYEO>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.



Polecenie 2

Podaj wszystkie rozwiązania równania $3 \cdot (x + 2y) = 9y + 3$, w których x jest liczbą naturalną mniejszą od 4.

Polecenie 3

Obwód trójkąta równoramiennego o podstawie a i ramieniu b jest równy 15. Podaj długości boków tego trójkąta, jeśli wiemy, że $a, b \in \mathbb{N}$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5

Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Wyznacz z równania niewiadomą x , a następnie y .

a) $5y + 3x = 12$

b) $\frac{1}{2}x + \frac{y}{12} = x - 12$

c) $\frac{y}{2} + \frac{y}{5} - x + 2y = x - y$

Ćwiczenie 8



Hania kupiła b bombek na choinkę i 10 łańcuchów i zapłaciła 270 zł. Bombka kosztuje 8 zł i jest o z zł tańsza od łańcucha. Ile bombek kupiła Hania?

Zapisz równanie opisujące sytuację przedstawianą w zadaniu.

Wyznacz z niego wskazaną niewiadomą.

Określ, czy otrzymane równanie jest równaniem pierwszego stopnia.

Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- formułuje definicję równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- rozpoznaje równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- rozpoznaje sytuacje, które można opisać za pomocą równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem filmu

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności związane z metodą rozwiązywania równań za pomocą równań równoważnych.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj” i filmie samouczku.
2. Nauczyciel kontroluje pracę par, wyjaśnia wątpliwości.
3. Uczniowie wspólnie z nauczycielem omawiają film samouczek i konsultują wykonanie umieszczonego pod nim polecenia.
4. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Układ równań z dwiema niewiadomymi – opisywanie związków między wielkościami za pomocą równań](#)

Wskazówki metodyczne:

Film samouczek może być wykorzystany przez uczniów do samodzielnego utrwalenia wiadomości na temat równań.