



Pojęcie funkcji. Zależności funkcyjne.

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Zawartość tekstowa - określenie funkcji i pojęć z nią związanych. Przykłady funkcji.

Ćwiczenia - rozpoznawanie funkcji, określenie dziedziny i zbioru wartości funkcji, przykłady funkcji.

Pojęcie funkcji. Zależności funkcyjne.

W tym materiale zapoznasz się z definicją funkcji oraz podstawowymi pojęciami dotyczącymi funkcji. Nauczysz się tworzyć różne przyporządkowania oraz wyznaczać dziedzinę i zbiór wartości funkcji. Nim przystąpisz do pracy możesz przypomnieć sobie zależności pomiędzy wielkościami w materiale [Proste modelowanie matematyczne - przykłady zależności między wielkościami](#).

Definicja: Funkcja

- Funkcją f ze zbioru X w zbiór Y nazywamy przyporządkowanie, w którym każdemu elementowi zbioru X przyporządkowany jest dokładnie jeden element zbioru Y .

Definicja: Dziedzina funkcji

Zbiór X nazywamy dziedziną funkcji, a jego elementy argumentami funkcji.

Definicja: Przeciwdziedzina funkcji

Zbiór Y nazywamy przeciwdziedziną funkcji, a każdy element y tego zbioru, który został przyporządkowany co najmniej jednemu argumentowi x , nazywamy wartością funkcji f dla argumentu x , co zapisujemy symbolicznie $y = f(x)$.

Symbolicznie funkcję f określoną w zbiorze X o wartościach w zbiorze Y zapisujemy w postaci

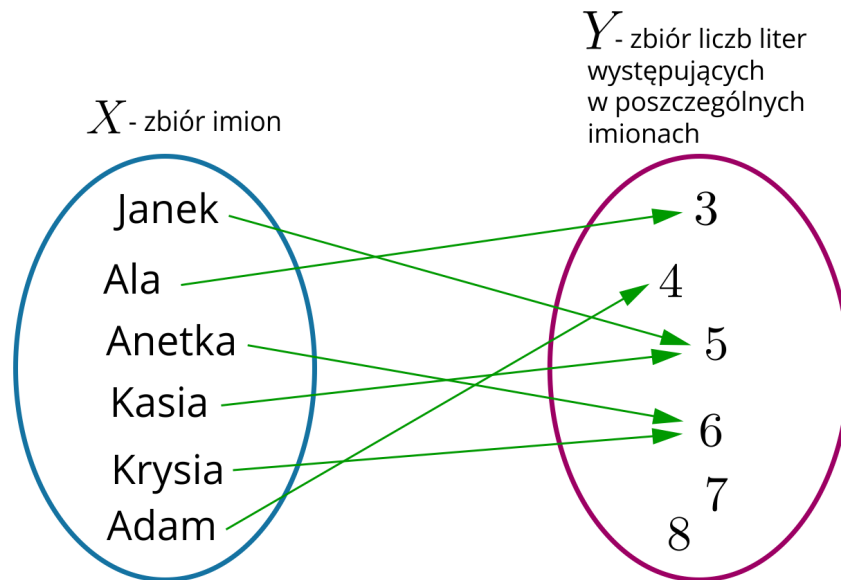
$$f : X \rightarrow Y.$$

Definicja: Zbiór wartości funkcji

Zbiór złożony ze wszystkich elementów, które są wartościami funkcji f dla wszystkich argumentów dziedziny, nazywamy zbiorem wartości funkcji f i oznaczamy ZW .

Przykład 1

Wyznamy dziedzinę i zbiór wartości funkcji $f : X \rightarrow Y$ przedstawionej za pomocą poniższego grafu.



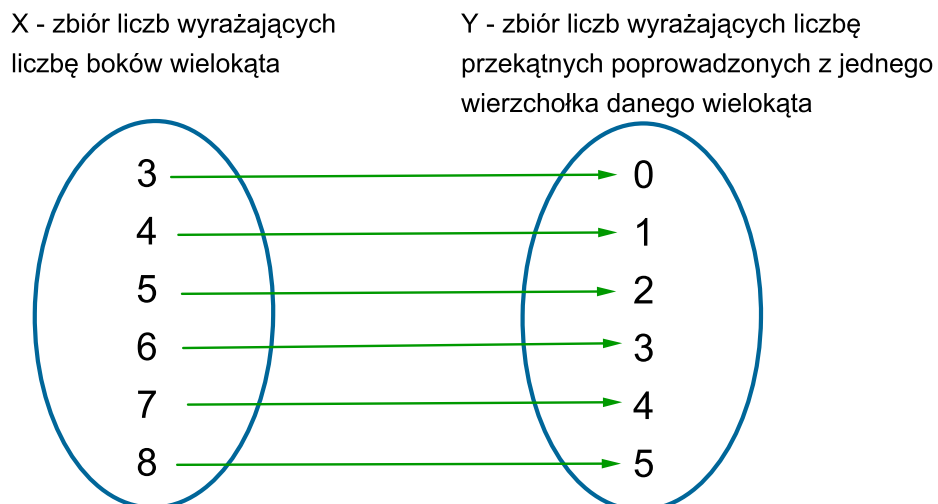
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy przez X zbiór imion dzieci oraz przez Y zbiór liczb liter występujących w poszczególnych imionach.

Dziedziną funkcji f jest zbiór $X = \{\text{Janek, Ala, Anetka, Kasia, Krysia, Adam}\}$. Jest to zbiór 6-elementowy. Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór $ZW = \{3, 4, 5, 6\}$. Jest to zbiór 4-elementowy.

Przykład 2

Wyznamy dziedzinę i zbiór wartości funkcji $f : X \rightarrow Y$ przedstawionej za pomocą poniższego grafu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy przez X - zbiór liczb wyrażających liczbę boków wielokąta oraz przez Y - zbiór liczb wyrażających liczbę przekątnych poprowadzonych z jednego wierzchołka danego wielokąta.

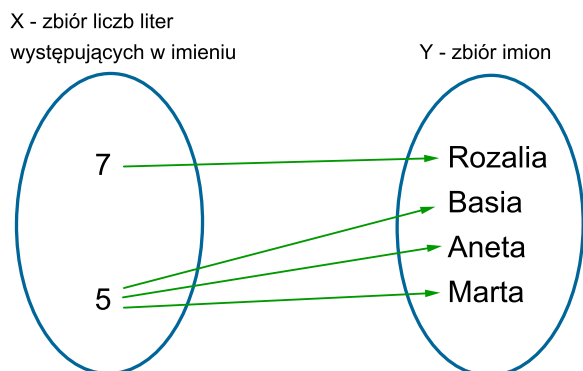
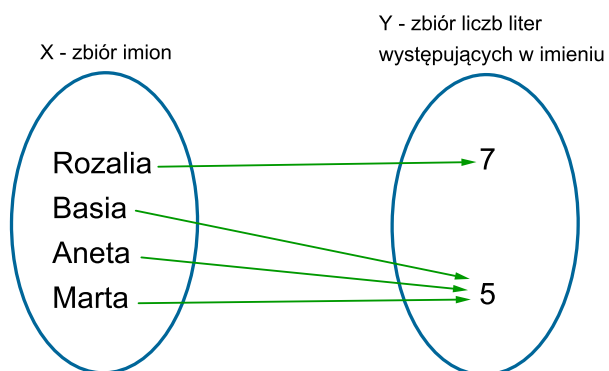
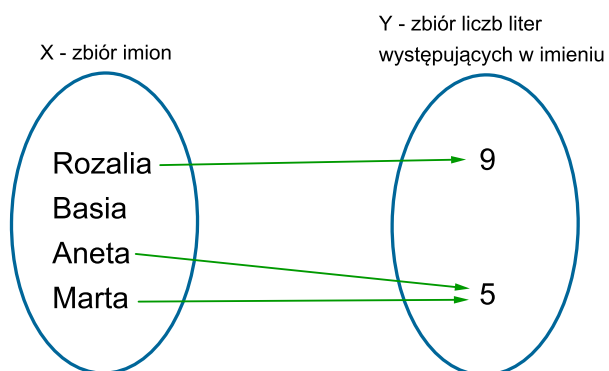
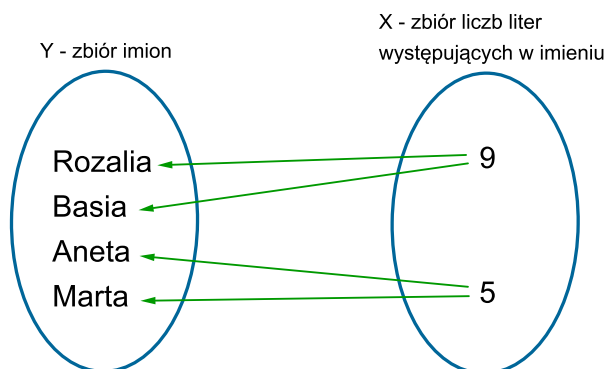
Dziedziną funkcji f jest zbiór 6-elementowy $X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Jest to zbiór 6-elementowy.

Ćwiczenie 1



Który z poniższych grafów przedstawia funkcję $f : X \rightarrow Y$? Zaznacz poprawną odpowiedź.



Ćwiczenie 2



Rozstrzygnij, czy opisane przyporządkowanie jest funkcją, czy nie. Zaznacz odpowiedzi zawierające opis funkcji.

Każdemu imieniu przyporządkowujemy ucznia mojej klasy.

Każdemu człowiekowi jest przyporządkowana grupa krwi.

Każdej klasie jest przyporządkowany nauczyciel, pełniący funkcję głównego wychowawcy.

Każdemu dziecku jest przyporządkowane rodzeństwo.

Każdemu mieszkańcowi Polski jest przyporządkowany numer PESEL.

Każdemu nauczycielowi przyporządkowujemy klasy, w których uczy.

Każdemu samochodowi jest przyporządkowany numer podwozia.

Ćwiczenie 3



Rozstrzygnij, czy opisane przyporządkowanie jest funkcją, czy nie. Zaznacz odpowiedzi zawierające opis funkcji.

Każdej mamie jest przyporządkowane dokładnie jedno dziecko.

Każdej z ocen przyporządkujemy osoby, które otrzymały daną ocenę z ostatniego sprawdzianu.

Każdej osobie jest przyporządkowana masa jej ciała.

Każdej roślinie jest przyporządkowana nazwa rodziny, do której należy.

Każdej osobie jest przyporządkowany numer telefonu.

Każdemu z miast Wilnu, Rzymowi, Pradze, Helsinkom jest przyporządkowana nazwa państwa, którego to miasto jest stolicą.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 1

Podaj przykład przyporządkowania, będącego funkcją, które można utworzyć, wykorzystując dane zawarte w:

1. dowodzie osobistym,
2. paszporcie.

Ćwiczenie 4



Wybierz zbiór Y tak, aby przyporządkowanie $f : X \rightarrow Y$ określało funkcję. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź w każdym przypadku.

1. X = zbiór książek

$Y =$

2. X = zbiór miast

$Y =$

3. X = zbiór zwierząt

$Y =$

4. X = zbiór mieszkańców Polski

$Y =$

5. X = zbiór imion

$Y =$

zbiór nazw gatunków

zbiór numerów PESEL

zbiór liczb liter występujących w imieniu

zbiór liczb wyrażających liczbę stron

zbiór liczb wyrażających pole powierzchni

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 2

Podaj przykład takich dwóch przyporządkowań, które są funkcjami. Określ w każdym przypadku dziedzinę i zbiór wartości funkcji.

Polecenie 3

Podaj przykład takich dwóch przyporządkowań, które nie są funkcjami.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij poniższe zdania tak, aby opisywały one funkcje. Zaznacz poprawne dokończenie zdania, klikając we właściwą odpowiedź.

1. Każdemu trójkątowi przyporządkowujemy jego obwód.

miarę jego kąta rozwartego.

2. Każdemu czworokątowi przyporządkowujemy miary jego kątów ostrych.

liczbę jego boków.

3. Każdemu wielokątowi przyporządkowujemy jego przekątną.

sumę miar jego kątów wewnętrznych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

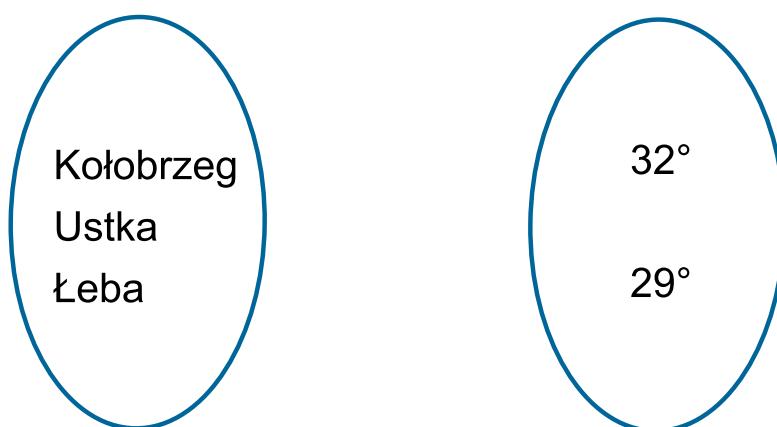
Ćwiczenie 6



W okresie wakacyjnym dokonano pomiarów temperatur powietrza w wybranych miejscowościach nadmorskich. W wyniku utworzonego zestawienia okazało się, że w miastach takich jak: Kołobrzeg, Ustka i Łeba temperatura powietrza osiągnęła tylko jedną z dwóch następujących wartości: 32°C albo 29°C .

Ile można utworzyć różnych przyporządkowań $f : X \rightarrow Y$ będących funkcjami. Czy ich liczba ulegnie zmianie, jeśli rozważymy przyporządkowania $g : Y \rightarrow X$?

Odpowiedź uzasadnij.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.