



Rozwiązywanie równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Rozwiązywanie równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

Równania kwadratowe najczęściej rozwiązujemy, korzystając z odpowiednich wzorów na pierwiastki równania.

Tym razem spróbujemy rozwiązać równanie kwadratowe metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.

Wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias to inaczej zamiana sumy algebraicznej na iloczyn czynników możliwie najniższego stopnia.

W tym materiale skoncentrujemy się na wykorzystaniu tej metody do rozwiązywania równań kwadratowych oraz obliczania współczynników równania kwadratowego o danym rozwiązaniu.

Twoje cele

- Rozwiążesz równanie kwadratowe z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.
- Obliczysz współczynniki trójmianu kwadratowego o danym rozwiązaniu, wykorzystując wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias.

Przeczytaj

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $3x^2 - 9x = 0$.

Wyłączymy $3x$ przed nawias.

$$3x(x - 3) = 0$$

Skorzystamy z twierdzenia.

Dla dowolnych liczb $a, b \in \mathbb{R}$:

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ lub } b = 0$$

$$3x = 0 \text{ lub } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = 3$$

Rozwiązanie równania to: $x = 0, x = 3$.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $x^2 - 5x + 6 = 0$ stosując [wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias](#).

Najpierw zapiszemy równanie w postaci równoważnej.

$$x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$$

$$x(x - 2) - 3 \cdot (x - 2) = 0$$

Wyrażenie $(x - 2)$ możemy wyłączyć przed nawias.

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

Otrzymaliśmy postać iloczynową równania.

$$(x - 2) = 0 \text{ lub } (x - 3) = 0$$

$$x = 2 \text{ lub } x = 3$$

Rozwiązanie równania: $x = 2, x = 3$.

Przykład 3

Rozwiążemy równanie $(x - 3) + (x - 3)(x + 1) = 0$.

Wyrażenie $(x - 3)$ wyłączymy przed nawias.

$$(x - 3) \cdot [1 + (x + 1)] = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

Otrzymaliśmy postać iloczynową równania.

$$(x - 3) = 0 \text{ lub } (x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ lub } x = -2$$

Rozwiązaniem równania są liczby $x = -2$, $x = 3$.

Przykład 4

Rozwiążemy równanie $2 \cdot (x + 2)^2 + (-6 - 3x)(x + 1) = 0$.

$$2 \cdot (x + 2)^2 - 3 \cdot (x + 2)(x + 1) = 0$$

Wyrażenie $(x + 2)$ wyłączymy przed nawias.

$$(x + 2) \cdot [2 \cdot (x + 2) - 3 \cdot (x + 1)] = 0$$

$$(x + 2)(-x + 1) = 0$$

Otrzymaliśmy **postać iloczynową równania**. Zatem zapiszemy alternatywę równań.

$$(x + 2) = 0 \text{ lub } (-x + 1) = 0$$

$$x = -2 \text{ lub } x = 1$$

Rozwiązaniem równania są liczby $x = -2$, $x = 1$.

Przykład 5

Wyznamy taką wartość parametru m , dla której rozwiązaniem równania

$$2x^2 + (m + 1)x + 4 = 0 \text{ są liczby } x = -\frac{1}{2}, x = -4.$$

$$2x^2 + (m + 1)x + 4 = 0$$

$$2x^2 + mx + x + 4 = 0$$

$$2x\left(x + \frac{m}{2}\right) + (x + 4) = 0$$

Aby jednym z pierwiastków równania była liczba minus cztery, musi zachodzić równość $\frac{m}{2} = 4$, czyli $m = 8$.

Wtedy

$$2x(x+4) + (x+4) = 0$$

$$(2x+1)(x+4) = 0$$

$$(2x+1) = 0 \text{ lub } (x+4) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ lub } x = -4$$

Zatem $m = 8$.

Przykład 6

Stosując metodę wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias, rozwiążemy równanie $|x^2 - 4| = 2 - x$.

Najpierw skorzystamy z definicji wartości bezwzględnej.

$$|x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \cup \langle 2, \infty) \\ -(x^2 - 4) & \text{dla } x \in (-2, 2) \end{cases}$$

$$1) x \in (-\infty, -2) \cup \langle 2, \infty)$$

$$x^2 - 4 = 2 - x$$

$$x^2 - 4 - (2 - x) = 0$$

$$(x-2)(x+2) + (x-2) = 0$$

$$(x-2) \cdot [(x+2) + 1] = 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0$$

$$(x-2) = 0 \text{ lub } (x+3) = 0$$

$$x = 2 \text{ lub } x = -3$$

$$2) x \in (-2, 2)$$

$$-(x^2 - 4) = 2 - x$$

$$-(x^2 - 4) - (2 - x) = 0$$

$$(x^2 - 4) + (2 - x) = 0$$

$$(x-2)(x+2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2) \cdot [(x+2) - 1] = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$(x - 2) = 0 \text{ lub } (x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ lub } x = -1$$

Rozwiązaniem równania są liczby $x = -3$, $x = -2$, $x = 1$.

Słownik

postać iloczynowa równania

zapisanie równania w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia

wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias

zamiana sumy algebraicznej na iloczyn

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją przedstawiającą sposób rozwiązywania równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/Dh3FvWOUa>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego rozwiązywania równań kwadratowych.

Polecenie 2

Korzystając ze sposobu wyłączania wspólnego czynnika przed nawias rozwiąż równanie $(x - 4)^2 - (2x + 3)(x - 4) = 0$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Połącz równanie z liczbami, które je spełniają.

$$-3x^2 + x = 0$$

$$x = 0, x = \sqrt{2}$$

$$-4\sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}x = 0$$

$$x = 0, x = \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$$

$$x = -4, x = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0, x = \frac{1}{4}$$

$$-x^2 + \sqrt{2}x = 0$$

$$x = 0, x = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot (x^2 + 1) = x + 2$$

$$x = -8, x = 0$$

Ćwiczenie 2



Wskaż wszystkie równania kwadratowe równoważne równaniu $x^2 - x - 12 = 0$.

☐ $(x + 4)(x - 3) = 0$

☐ $(-x + 4)(x + 3) = 0$

☐ $x^2 - 3x + 4x - 12 = 0$

☐ $-(x + 4)(x - 3) = 0$

☐ $(x - 4)(x + 3) = 0$

☐ $x^2 + 3x - 4x - 12 = 0$

☐ $-2 \cdot (x - 4)(x + 3) = 0$

Ćwiczenie 3



Stosując metodę wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias, rozwiąż równanie $x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ i wybierz liczby spełniające to równanie.

☐ $x = -1, x = \sqrt{2}$

☐ $x = 1, x = -\sqrt{2}$

☐ $x = -1, x = -\sqrt{2}$

☐ $x = 1, x = \sqrt{2}$

Ćwiczenie 4



Przeciągnij w wyznaczone miejsce taką liczbę, aby liczby $x = 0$, $x = \frac{1}{4}$ były rozwiązaniem równania:

$$2 \cdot (x^2 + 1) - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x + \boxed{}$$

Ćwiczenie 5



Podaj taką wartość parametru m , dla której rozwiązaniami równania $-3x^2 + (m - 3)x + 6 = 0$ są liczby $x = -1$, $x = 2$. Wpisz poprawną liczbę.

$m =$

Ćwiczenie 6



Wybierz wszystkie równania kwadratowe równoważne równaniu

$$3 \cdot (x - 1)^2 + 2 \cdot (1 - x)(x + 3) = 0.$$

☐ $(x - 1)(x + 9) = 0$

☐ $(x - 1)(2x - 18) = 0$

☐ $(x - 1)(x - 9) = 0$

☐ $3 \cdot (x - 1)^2 - 2 \cdot (x - 1)(x + 3) = 0$

☐ $(1 - x)(x - 9) = 0$

☐ $(2x - 2)(x + 9) = 0$

☐ $(x - 1) \cdot [3 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (x + 3)] = 0$

☐ $(x - 1) \cdot [3 \cdot (x - 1) + 2 \cdot (x + 3)] = 0$

Ćwiczenie 7



Ułóż etapy rozwiązania równania w odpowiedniej kolejności.

$$(x - 3)(\sqrt{2}x - 3\sqrt{2} + x + 2) = 0$$



$$\sqrt{2} \cdot (x - 3)^2 - \frac{1}{2} \cdot (3 - x)(2x + 4) = 0$$



$$x = 3 \text{ lub } x = \frac{(3\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$



$$(x - 3)\left[\sqrt{2} \cdot (x - 3) + \frac{1}{2} \cdot (2x + 4)\right] = 0$$



$$x = 3 \text{ lub } x = \frac{3\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+1}$$



$$(x - 3) = 0 \text{ lub } \left[(\sqrt{2} + 1)x + 2 - 3\sqrt{2}\right] = 0$$



$$x = 3 \text{ lub } (\sqrt{2} + 1)x = 3\sqrt{2} - 2$$



$$\sqrt{2} \cdot (x - 3)^2 + \frac{1}{2} \cdot (x - 3)(2x + 4) = 0$$



$$x = 3 \text{ lub } x = 6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2$$



$$(x - 3) \cdot \left[(\sqrt{2} + 1)x + 2 - 3\sqrt{2}\right] = 0$$



$$x = 3 \text{ lub } x = 8 - 5\sqrt{2}$$



Ćwiczenie 8



Stosując metodę wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias rozwiąż równanie $|x^2 - 1| = x - 1$ i wybierz rozwiązania równania.

☐ $x = -2, x = 1$

☐ $x = 1$

☐ $x = 0, x = 1$

☐ $x = -2, x = 0$

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązywanie równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje równanie kwadratowe z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
- oblicza współczynniki trójmianu kwadratowego o danym rozwiązaniu, wykorzystując wzory skróconego mnożenia
- analizuje podane warunki i buduje na ich podstawie rozwiązanie równania

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- stoliki zadaniowe
- burza mózgów

- dyskusja

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają podstawowe postacie równań kwadratowych.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi uczniów o samodzielne rozwiązanie trzech przykładów z sekcji „Przeczytaj”.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 4 – 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują rozwiązania.
3. Następnie wspólnie omawiają kolejne przykłady.
4. Uczniowie oglądają animację i analizują ją wraz z nauczycielem.
5. Uczniowie w parach rozwiązują zadania metodą stolików zadaniowych. Na każdym stoliku zadaniowym znajdują się 2 zadania interaktywne. Warunkiem przejścia do następnego stolika jest poprawne rozwiązanie danych zadań. Para, która najszybciej rozwiąże wszystkie zadania otrzymuje bardzo dobrą ocenę.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące rozwiązywania równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest rozwiązanie polecenia 2.

Materiały pomocnicze:

[Równanie kwadratowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania prezentacji pokazującej sposoby rozwiązywania równań kwadratowych z wykorzystaniem wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.