



## Proste projekty i funkcje w języku Python

- [Wprowadzenie](#)
- [Film samouczek](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Proste projekty i funkcje w języku Python

Źródło: Free-Photos, domena publiczna.

W tym e-materiale powtarzamy wiadomości ze szkoły podstawowej.

Z pojęciem funkcji spotkaliśmy się już na lekcjach matematyki. W materiale [Proste projekty i funkcje](#) poznaliśmy ich zastosowanie w informatyce. Funkcje w programach pozwalają podzielić kod na mniejsze części, dzięki czemu staje się on czytelniejszy, a także łatwiej znaleźć w nim błąd. Funkcje są powszechnie wykorzystywane przez programistów.

Więcej na ten temat znajdziesz w e-materiale [Proste projekty i funkcje](#). W tym e-materiale zapoznamy się z wykorzystaniem funkcji w prostym projekcie w języku Python.

Implementację projektów w pozostałych językach programowania znajdziesz w e-materiałach:

- [Proste projekty i funkcje w języku C++](#),
- [Proste projekty i funkcje w języku Java](#).

Więcej zadań? Przejdź do e-materiału [Proste projekty i funkcje – zadania maturalne](#).

### Twoje cele

- Przeanalizujesz informacje dotyczące tworzenia i wywoływania funkcji w języku Python.

- Zapiszesz algorytm rozwiązywania równania kwadratowego, wykorzystując język programowania Python.
- Porównasz metodę rozwiązania równania kwadratowego za pomocą algorytmu opartego o obliczanie delty z metodą algorytmu stabilnego, wykorzystującą wzory Viète'a.

# Film samouczek

---

## Polecenie 1

Dane są wartości  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , będące współczynnikami równania kwadratowego  $ax^2 + bx + c = 0$ . Napisz program, który wypisze rozwiązanie tego równania.

Zakładamy, że  $a \neq 0$ . Aby uniknąć błędów zaokrągleń, zastosuj algorytm stabilny.

### Specyfikacja problemu:

*Dane:*

- $a$ ,  $b$ ,  $c$  – współczynniki równania; liczby rzeczywiste

*Wynik:*


Program wypisuje rozwiązania równania kwadratowego.

Jeśli równanie nie ma rozwiązania, program powinien wypisać komunikat:  
brak rozwiązania.

## Polecenie 2

Porównaj swoje rozwiązanie z filmem.

Trwa wczytywanie danych ..

# Stabilny algorytm rozwiązywania równania kwadratowego

Implementacja w języku Python



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RFxsBV1CyM1sj>

Źródło: Contentplus.pl Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Nagranie filmowe dotyczące stabilnego algorytmu rozwiązywania równania kwadratowego.

---

**Polecenie 3**

# Przeczytaj

---

## Rozwiązywanie równania kwadratowego – implementacja w języku Python

### Przykład 1

Zapoznajmy się z programem obliczającym rozwiązanie równania kwadratowego.

```
1 def rownanie_kwadratowe_delta(a, b, c):
2     from math import sqrt
3
4     if a == 0:
5         print("Nie jest to równanie kwadratowe, tylko liniowe,
6     else:
7         delta = b ** 2 - (4 * a * c)
8         if delta > 0:
9             d = sqrt(delta)
10            x1 = (-b + d) / (2 * a)
11            x2 = (-b - d) / (2 * a)
12            print("Równanie ma dwa rozwiązania: x1 =", x1, " oraz
13        elif delta == 0:
14            x1 = -b / (2 * a)
15            x2 = x1
16            print("Równanie ma jedno rozwiązanie: x =", x1)
17        else:
18            print("Równanie nie ma rozwiązań")
19
20 # przykładowe wykonanie
21 rownanie_kwadratowe_delta(0.0000001, 1, -0.0000001)
```

Wynik działania programu:

```
1 Równanie ma dwa rozwiązania: x1 = 9.992007221626409e-08  oraz x
```

Jest to algorytm niestabilny.

W niektórych przypadkach skuteczność i dokładność takiego sposobu obliczania można zakwestionować. Jeżeli wartość iloczynu  $4ac$  jest mała w stosunku do wielkości  $b^2$ , to delta dąży do kwadratu z wartości  $b$ , a więc wyrażenie:

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

dąży do zera (w zależności od wartości  $b$ ).

Aby zapobiec błędom niedokładności obliczeń, stosuje się tak zwany **algorytm stabilny**, który opiera się na wzorach Viète'a.

## Przykład 2

Przygotujmy kod, który pozwoli zobaczyć różnicę rozwiązań dla algorytmu stabilnego i niestabilnego. Użyjemy konwencji **f-string**, aby podać wynik z dokładnością do 25 miejsc po przecinku, wówczas zobaczymy różnicę w wynikach obliczeń. Różnica między wynikami algorytmów pojawia się dopiero na **17. miejscu po przecinku**.

```
1 def rownanie_niestabilne_test(a, b, c):
2     from math import sqrt
3
4     if a == 0:
5         print("Nie jest to równanie kwadratowe, tylko liniowe,
6     else:
7         delta = b ** 2 - (4 * a * c)
8         if delta > 0:
9             d = sqrt(delta)
10            x1 = (-b - d) / (2 * a)
11            x2 = (-b + d) / (2 * a)
12
13            print(f"x1 = {x1:.25f}")
14            print(f"x2 = {x2:.25f}")
15
16
17            elif delta == 0:
18                x1 = -b / (2 * a)
19                x2 = x1
20                print(f"x = {x1:.25f}")
21            else:
22                print("Równanie nie ma rozwiązań")
```

```

23
24 def rownanie_kwadratowe_stabilne_test(a, b, c):
25     from math import sqrt
26     if a == 0:
27         print("Nie jest to równanie kwadratowe, tylko liniowe,
28     else:
29         delta = b ** 2 - (4 * a * c)
30         if delta > 0:
31             d = sqrt(delta)
32
33             if b < 0:
34                 x1 = (-b + d) / (2 * a)
35                 x2 = c / (a * x1)
36
37                 print(f"x1 = {x1:.25f}")
38                 print(f"x2 = {x2:.25f}")
39
40
41             else: #b >= 0:
42                 x2 = (-b - d) / (2 * a)
43                 x1 = c / (a * x2)
44                 print(f"x1 = {x1:.25f}")
45                 print(f"x2 = {x2:.25f}")
46
47         elif delta == 0:
48             x2 = -b / (2 * a)
49             x1 = x2
50             print(f"x = {x1:.25f}")
51         else:
52             print("Równanie nie ma rozwiązań")
53
54 # przykładowe wykonanie
55 print("Równanie niestabilne:")
56 rownanie_niestabilne_test(0.001, 7845369758436, 0.0001)
57
58 print("Równanie stabilne:")
59 rownanie_kwadratowe_stabilne_test(0.001, 7845369758436, 0.0001)

```

Już wiesz

- Niektóre algorytmy zachowują się niestabilnie przy pewnych zestawach danych wejściowych.
- Komputery nie są w stanie dokładnie przechowywać pewnych liczb w swojej pamięci, ponieważ w komputerze liczby wymierne przechowywane są w postaci binarnej, zgodnie z formatem [IEEE 754](#).

## Słownik

### **f-string**

sposób zapisu zmiennych w łańcuchu znaków przeznaczonym do wypisania funkcją `print()` – dokładnie opisany w dokumencie PEP 498 – *Literal String Interpolation*; zakłada format: `f"Napis, a w nim {zmienna} do wypisania"`

### **IEEE 754**




standard zapisu zmiennoprzecinkowego, opracowany przez Williama Kahenema, definiuje 32-bitowe oraz 64-bitowe liczby zmiennoprzecinkowe

### **wzory Viète'a**

wzory wiążące współczynniki wielomianów i ich pierwiastki; w 1591 r. Francois Viète jako pierwszy wprowadził oznaczenia literowe dla zmiennych – w trakcie wojny francusko-hiszpańskiej złamał szyfr używany przez Hiszpanów

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

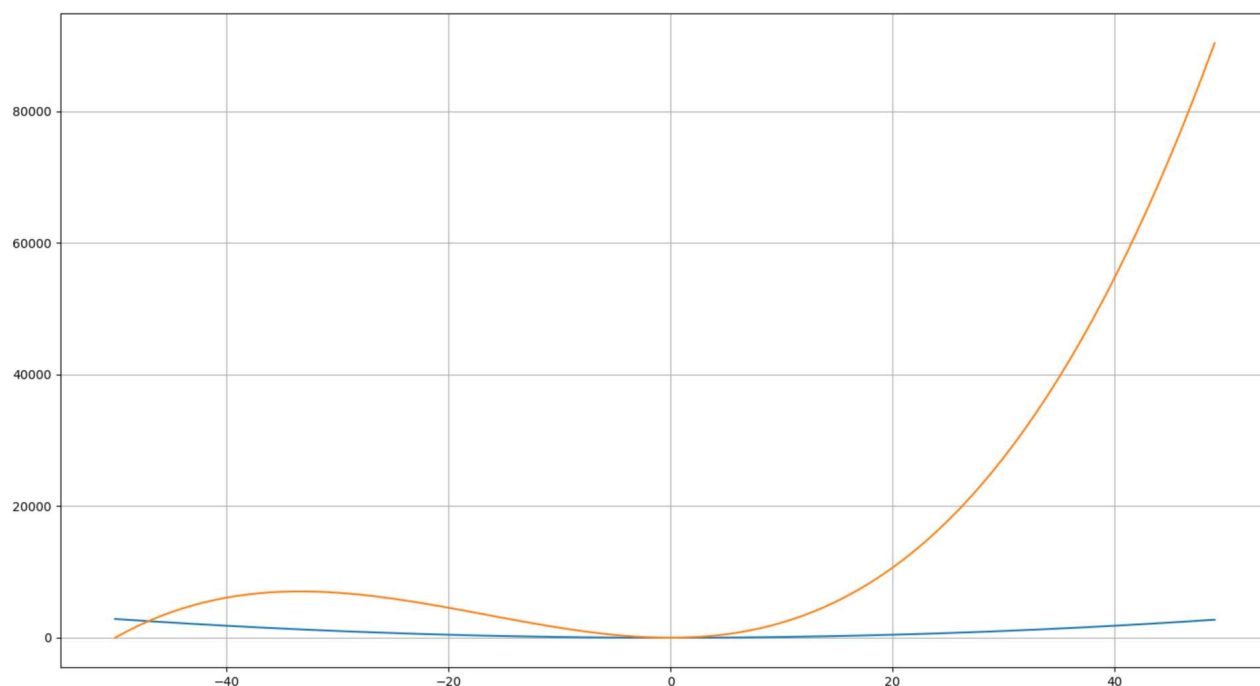
## Ćwiczenie 1



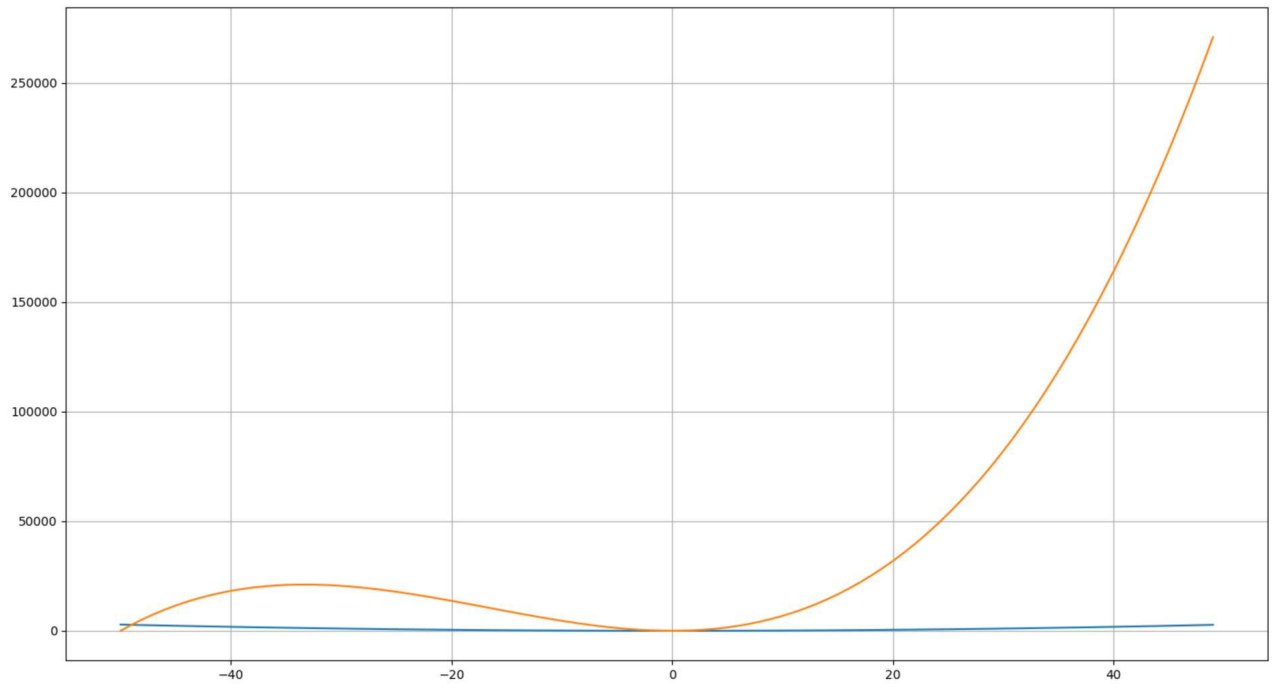
W dowolnym środowisku wykonaj kod i porównaj wynik z wykresami. Następnie odpowiedz na pytanie.

```
1 X = [x for x in range(-50, 50)]
2 A = [x * x * 1.14 for x in range(-50, 50)]
3 B = [i * j for i, j in enumerate(A)]
4
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 plt.plot(X, A)
7 plt.plot(X, B)
8 plt.grid(True)
9 plt.show()
```

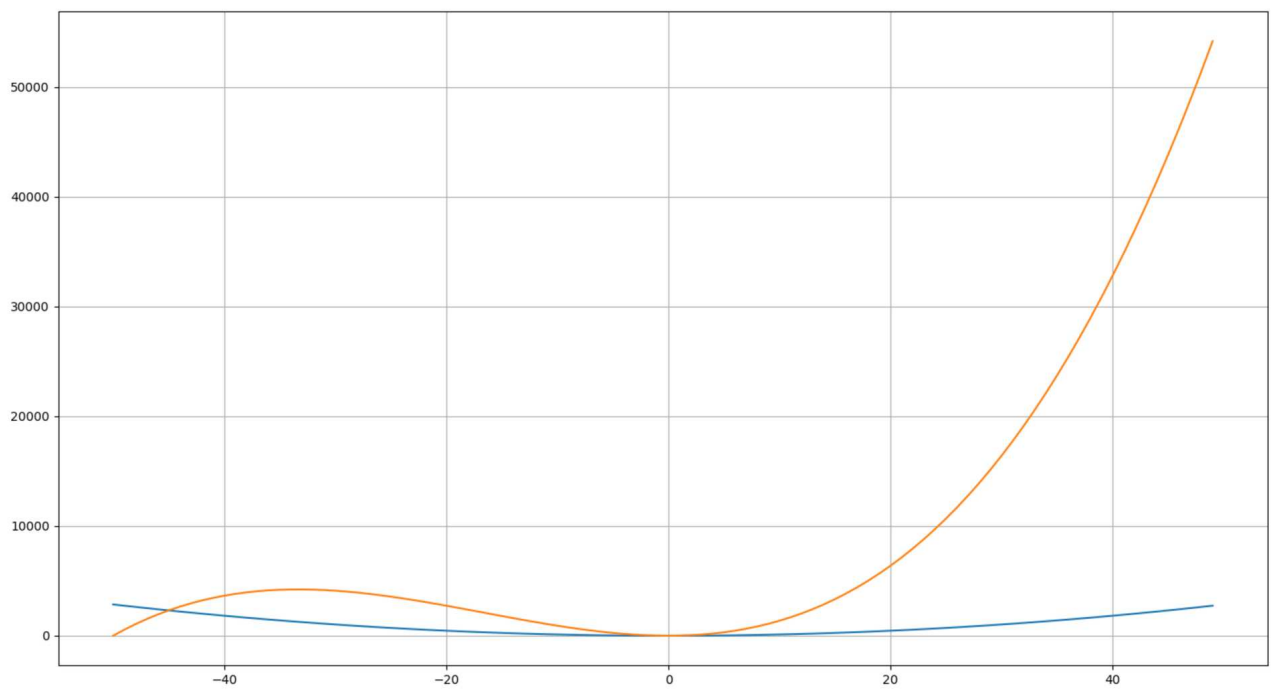
Wykres 1:



Wykres 2:



Wykres 3:



## Ćwiczenie 2



Napisz funkcję, która zwróci wartość logiczną: `True`, gdy z odcinków o danych długościach można utworzyć trójkąt, w przeciwnym wypadku – zwróci wartość `False`. Funkcja powinna przyjmować jako parametry długości boków trójkąta oznaczone jako `a`, `b`, `c`. Przetestuj działanie funkcji dla dwóch zestawów danych.

```
1 a = 9
```

```
2 b = 12
```

```
3 c = 10
```

```
1 a = 11
```

```
2 b = 1
```

```
3 c = 3
```

### Specyfikacja problemu:

#### *Dane:*

- $a, b, c$  – liczby rzeczywiste dodatnie

#### *Wynik:*

Program wyświetla wartość `True`, jeśli z danego zestawu odcinków można utworzyć trójkąt oraz wartość `False` w przeciwnym wypadku.

### Ćwiczenie 3



Program realizuje stabilny algorytm rozwiązywania równania kwadratowego.

Zmodyfikuj go tak, by został rozważony przypadek, gdy  $a = 0$ , czyli równanie jest liniowe. Wynik wypisz zgodnie ze specyfikacją.

Najważniejsze wiadomości na temat równania liniowego znajdziesz w e-materiale [Równanie liniowe](#).

Przetestuj jego działanie dla wartości:

```
1 a = 0
2 b = 2
3 c = -5
```

#### Specyfikacja problemu:

*Dane:*

- $a$ ,  $b$ ,  $c$  – współczynniki równania kwadratowego; zmienne typu float

*Wynik:*

Program, na wyjściu standardowym, wypisze rozwiązanie równania.

Jeśli równanie jest liniowe, program wypisze jego wynik wraz z odpowiednim komunikatem:

Ponieważ  $a = 0$ , nie jest to równanie kwadratowe tylko liniowe;  $rc$   
albo

Ponieważ  $a = 0$ , nie jest to równanie kwadratowe tylko liniowe;  $rc$   
albo

Ponieważ  $a = 0$ , nie jest to równanie kwadratowe tylko liniowe;  $rc$   
.

*Przykładowe wyjście:*

1 Ponieważ  $a = 0$ , nie jest to równanie kwadratowe tylko liniowe.

# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Adam Jurkiewicz

**Przedmiot:** Informatyka

**Temat: Proste projekty i funkcje w języku Python**

**Grupa docelowa:**

Liceum ogólnokształcące i technikum, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres podstawowy

**Podstawa programowa:**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera oraz innych urządzeń cyfrowych: układanie i programowanie algorytmów, organizowanie, wyszukiwanie i udostępnianie informacji, posługiwanie się aplikacjami komputerowymi.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

7) wyjaśnia, jakie może być źródło błędów pojawiających się w obliczeniach komputerowych: błąd zaokrąglenia, błąd przybliżenia;

II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera i innych urządzeń cyfrowych.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) projektuje i programuje rozwiązania problemów z różnych dziedzin, stosuje przy tym: instrukcje wejścia/wyjścia, wyrażenia arytmetyczne i logiczne, instrukcje warunkowe, instrukcje iteracyjne, funkcje z parametrami i bez parametrów, testuje poprawność programów dla różnych danych; w szczególności programuje algorytmy z punktu I.2);

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;

- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

### **Cele operacyjne (językiem ucznia):**

- Przeanalizujesz informacje dotyczące tworzenia i wywoływania funkcji w języku Python.
- Zapiszesz algorytm rozwiązywania równania kwadratowego, wykorzystując język programowania Python.
- Porównasz metodę rozwiązania równania kwadratowego za pomocą algorytmu opartego o obliczanie delty z metodą algorytmu stabilnego, wykorzystującą wzory Viète'a.

### **Strategie nauczania:**

- konstruktywizm;
- konektywizm.

### **Metody i techniki nauczania:**

- dyskusja;
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem multimediu i ćwiczeń interaktywnych;
- ćwiczenia praktyczne.

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiałach;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- oprogramowanie dla języka Python 3 (lub nowszej wersji), w tym PyCharm lub IDLE.

### **Przebieg lekcji**

#### **Przed lekcją:**

1. **Przygotowanie do zajęć.** Nauczyciel loguje się na platformie i udostępnia e-materiał: „Proste projekty i funkcje w języku Python”. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z multimediu w sekcji „Przeczytaj”.

### **Faza wstępna:**

1. Chętna lub wybrana osoba przedstawia najważniejsze informacje dotyczące funkcji w języku Python.
2. Nauczyciel wyświetla uczniom temat, wskazuje cele zajęć oraz ustala z uczestnikami zajęć kryteria sukcesu.
3. **Rozpoznanie wiedzy uczniów.** Nauczyciel prosi wybranego ucznia lub uczniów o przedstawienie sytuacji problemowej związanej z tematem lekcji.

### **Faza realizacyjna:**

1. **Praca z multimediami.** Nauczyciel czyta polecenie nr 1 z sekcji „Film samouczek”, uczniowie w parach wypracowują rozwiązania, a następnie porównują je z przedstawionym w filmie.
2. **Praca z tekstem.** W razie potrzeby uczniowie przechodzą do sekcji „Przeczytaj” i na jej podstawie wprowadzają poprawki do swoich programów. Nauczyciel wyjaśnia niezrozumiałe kwestie.
3. **Ćwiczenie umiejętności.** Uczniowie, pracując w parach, wykonują ćwiczenie nr 1 z sekcji „Sprawdź się”. Nauczyciel sprawdza poprawność pisanych kodów, porównuje je i omawia wraz z uczniami. Wskazuje najbardziej efektywne rozwiązanie.
4. Liga zadaniowa – uczniowie pracując w parach, wykonują ćwiczenie nr 2 z sekcji „Sprawdź się”, a następnie dzielą się swoimi wynikami przez porównywanie napisanego kodu z inną grupą, która również zakończyła zadanie.

### **Faza podsumowująca:**

1. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia z programowania w Pythonie, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

### **Praca domowa:**

1. Uczniowie proponują alternatywny sposób rozwiązania problemów postawionych w sekcji „Film samouczek”.
2. Uczniowie wykonują ćwiczenie 3 z sekcji „Sprawdź się”.

### **Materiały pomocnicze:**

- Oficjalna dokumentacja techniczna dla języka Python 3 (lub nowszej wersji).

### **Wskazówki metodyczne:**

- Uczniowie mogą wykorzystać treści w sekcjach: „Film samouczek”, „Przeczytaj”, „Sprawdź się” jako materiał do lekcji powtórkowej.