



Szacowanie obliczeń

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Na co dzień bardzo często szacujemy. Szacujemy koszt zakupów lub remontu. Szacujemy, ile czasu zajmie nam dojazd do sklepu, a ile czasu zakupy. Przedsiębiorcy szacują wartości zamówień i planowane zyski oraz straty. Firmy ubezpieczeniowe – szacują ryzyko, a budowlane – powierzchnie domów czy działek.

Szacowanie to w dużym stopniu zastosowanie matematyki w życiu codziennym. Przy rozwiązywaniu zadań, pozwala zauważyć błąd w obliczeniach – błędna liczba zer po przecinku, czy źle postawiony przecinek. Szacując, możemy też zweryfikować sensowność odpowiedzi, gdy w wyniku obliczeń otrzymamy np. informację, że Zuzia ma – 5 lat, a na obozie było $251\frac{1}{2}$ harcerzy.

Szacowanie ułatwia nam też określanie przybliżonych wartości liczb niewymiernych.

Twoje cele

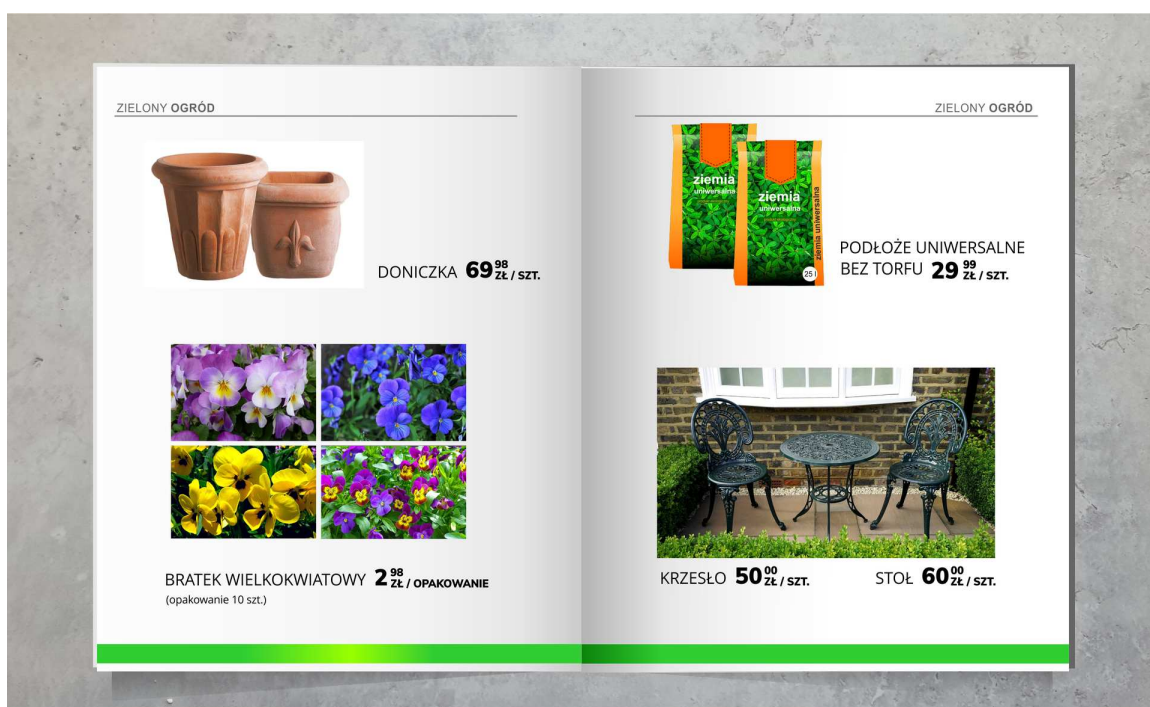
- Poznasz metody szacowania wyrażeń, które możemy wykorzystać w życiu codziennym.
- Nauczysz się szacować wartości pierwiastków.
- Nauczysz się szacować wartości wyrażeń zawierających pierwiastki.

Przeczytaj

Szacowanie to podanie przybliżonej wartości danej wielkości.

Przykład 1

Pani Karolina postanowiła urządzić balkon. Chce kupić 4 nowe doniczki i zasadzić w nich kwiaty oraz urządzić kącik, w którym będzie mogła poczytać książkę. Planuje zatem zakup zestawu składającego się ze stolika i dwóch foteli. Zaznaczyła w przeglądanej gazecie reklamowej, co chciałaby kupić. Określmy, jaki jest szacunkowy koszt tych zmian.



Oszacujmy zakupy pani Karoliny:

- cztery doniczki – prawie 70 zł/ szt., a więc ok. 280 zł,
- cztery zestawy kwiatów – prawie 3 zł/ szt., a więc trochę ponad 10 zł,
- zestaw składający się z dwóch krzeseł i stolika – 160 zł,
- ziemia

Najpierw musimy oszacować, ile ziemi potrzebuje pani Karolina pojemność doniczki:
 $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 8000 \text{ cm}^3 = 8 \text{ dm}^3$. Pojemność czterech doniczek:
 $32 \text{ dm}^3 = 32 \text{ l}$.

Jeden worek ma pojemność 25 l – potrzebujemy 2 worki, każdy kosztuje prawie 30 zł.

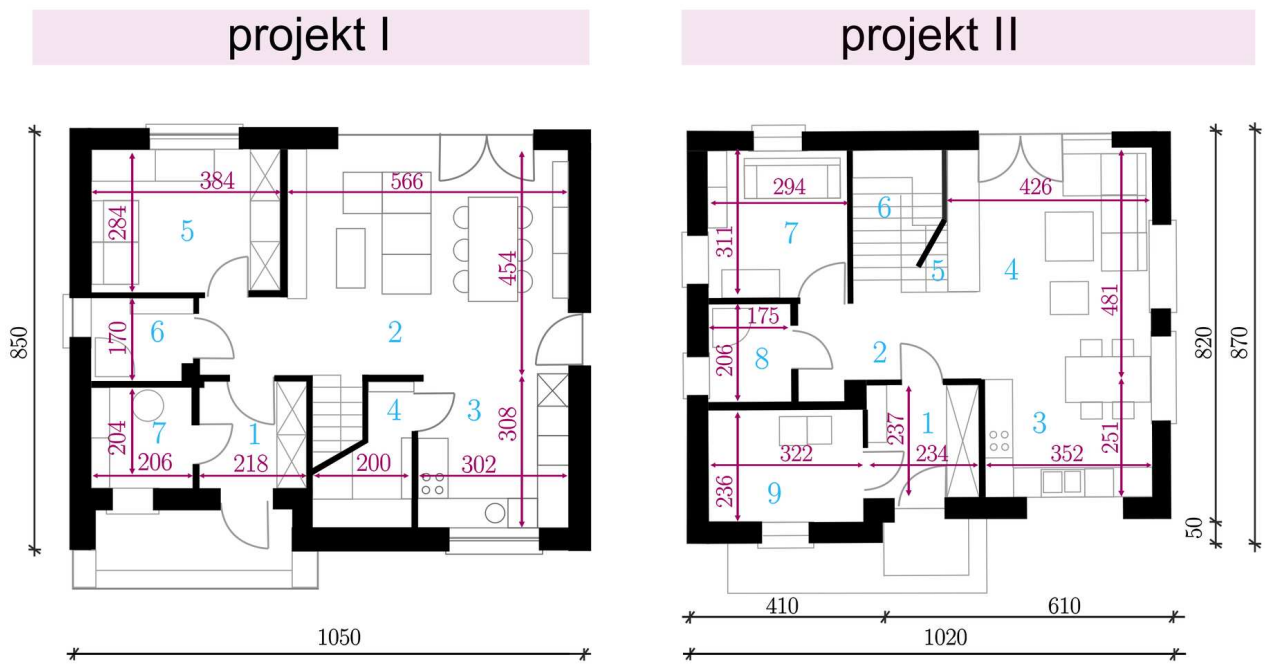
Za ziemię zapłacimy ok 60 zł.

Szacunkowy koszt urządzenia balkonu to $(280 + 10 + 160 + 60)$ zł, a więc trochę ponad 500 zł.

Przykład 2

Państwo Nowakowie planują wybudować dom. Otrzymali dwa przykładowe projekty. Chcą wybrać ten, na którym powierzchnia salonu jest większa.

Oszacujmy tę powierzchnię i podajmy, na który projekt powinni się zdecydować.



Z pierwszego projektu możemy odczytać wymiary salonu: $566 \text{ cm} \times 454 \text{ cm}$.

Szacując: prawie 6 m $\times$ ponad 4 m, otrzymamy powierzchnię ok 24 m^2 .

Salon na drugim projekcie ma wymiary: $426 \text{ cm} \times 481 \text{ cm}$.

Szacując: ponad 4 m $\times$ prawie 5 m, otrzymamy powierzchnię ok 20 m^2 .

Państwo Nowakowie powinni zatem wybrać pierwszy projekt.

Sprawdzimy, wykonując dokładne obliczenia, czy dobrze wybrali i jaki błąd względny popełnili podczas wykonywania przybliżeń.

	projekt I	projekt II
Wartość dokładna	25, 6964	20, 4906
Wartość przybliżona	24	20
Błąd bezwzględny	1, 6964	0, 4906
Błąd względny	0, 066	0, 024

	projekt I	projekt II
Błąd procentowy	6,6%	2,4%

Na lekcjach matematyki bardzo często szacujemy wartości pierwiastków.

Rozwiązując równania lub nierówności otrzymujemy wyniki postaci $a + b\sqrt{c}$.

Musimy je zaznaczać na osi lub porównywać.

Wykorzystujemy do tego pierwiastki, których wartości są liczbami całkowitymi.

$$\sqrt{1} = 1$$

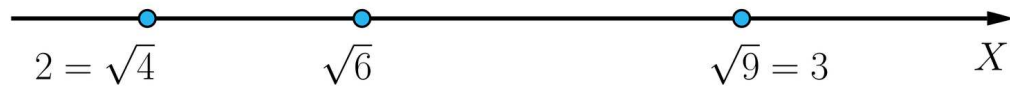
$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4 \text{ itd.}$$

Przykład 3

Oszacujemy wartość liczby $\sqrt{6}$. Szukamy dwóch pierwiastków, których wartości są liczbami całkowitymi, a które znajdują się na osi liczbowej najbliżej liczby $\sqrt{6}$.



Możemy więc zapisać

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$$

A zatem

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

Przybliżając do jedności $\sqrt{6} \approx 2$. Jest to przybliżenie z niedomiarem.

Przykład 4

Oszacujemy wartości wyrażeń:

a) $5\sqrt{14}$

Szukamy dwóch pierwiastków, których wartości są liczbami całkowitymi, a które znajdują się na osi liczbowej najbliżej liczby $\sqrt{14}$.

$$\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$$

A więc

$$3 < \sqrt{14} < 4 \quad | \cdot 5$$

$$15 < 5\sqrt{14} < 20$$

Stąd

$$5\sqrt{14} \in (15, 20)$$

$$\text{b) } \sqrt{17} - 2$$

Szukamy dwóch pierwiastków, których wartości są liczbami całkowitymi, a które znajdują się na osi liczbowej najbliżej liczby $\sqrt{17}$.

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

A więc

$$4 < \sqrt{17} < 5 \quad | -2$$

$$2 < \sqrt{17} - 2 < 3$$

Stąd

$$\sqrt{17} - 2 \in (2, 3)$$

Przykład 5

Porównajmy liczby $\frac{\sqrt{15}-1}{8}$ oraz 0, 42.

W poznany w powyższych przykładach sposób, szacujemy liczbę $\sqrt{15}$.

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

A następnie przekształcamy nierówność, tak aby otrzymać **szacowne** wyrażenie.

$$3 < \sqrt{15} < 4 \quad | -1$$

$$2 < \sqrt{15} - 1 < 3 \quad | : 8$$

$$\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{15}-1}{8} < \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{\sqrt{15}-1}{8} < 0,375 < 0,42$$

A zatem

$$\frac{\sqrt{15}-1}{8} < 0,42$$

Słownik

szacowanie

podanie przybliżonej wartości danej wielkości

Film samouczek

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładami przedstawionymi w filmie samouczku, a następnie wykonaj polecenie pod filmem.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DOHiUCjZD>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego szacowania obliczeń.

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Oszacuj i połącz w pary wyrażenia określające zbliżony przedział czasu.

tysiąc godzin

32 lata

miliard sekund

12 dni

tysiąc minut

17 godzin

milion sekund

42 dni

Ćwiczenie 2



Przeciętna kropla wody ma pojemność 50 mm^3 . Ile kropli wody mieści się w beczce na deszczówkę o pojemności 200 l.

☐ 2000000

☐ 4000000

☐ 400000000

☐ 200000000

Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Wskaż liczbę całkowitą, najbliższą której, znajduje się liczba $-2\sqrt{17} + 1$.

☐ -4

☐ -7

☐ -6

☐ -5

Ćwiczenie 5



Uporządkuj liczby od najmniejszej do największej, przeciągając liczby z dolnej sekcji do górnej.
(Nie korzystaj z kalkulatora).

< < < <

7

5

$2\sqrt{7}$

$\sqrt{5} + 5$

6

Ćwiczenie 6



Zaznacz poprawną odpowiedź. Liczba $\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$ należy do przedziału:

☐ $(1, 1\frac{1}{2})$

☐ $(2\frac{1}{2}, 3)$

☐ $(2, 2\frac{1}{2})$

☐ $(1\frac{1}{2}, 2)$

Ćwiczenie 7



Nie korzystając z kalkulatora, porównaj liczby. Wskaż wszystkie zdania prawdziwe.

☐ $\frac{10-2\sqrt{3}}{4} < 2,1$

☐ $\frac{3\sqrt{5}+7}{3} > 4,3$

☐ $\frac{10-2\sqrt{3}}{4} > 2,1$

☐ $\frac{3\sqrt{5}+7}{3} < 4,3$

Ćwiczenie 8



Udowodnij, że zachodzi nierówność $\frac{3\sqrt[3]{120}-10}{4} < 1,3$.

Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Szacowanie obliczeń

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- szacuje obliczenia wykonywanych na liczbach wymiernych
- szacuje wartości pierwiastków
- szacuje wartości wyrażeń zawierających pierwiastki

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- stoliki zadaniowe

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca całego zespołu klasowego
- praca w grupach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie, pracując w parach, informacje na temat przybliżeń i zaokrągleń.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują indywidualnie metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”. Wspólnie z nauczycielem omawiają wątpliwości.
2. Uczniowie wspólnie z nauczycielem omawiają film samouczek, a następnie indywidualnie wykonują umieszczone pod nim polecenie.
3. Nauczyciel dzieli uczniów na grupy, które pracują metodą stolików zadaniowych. Na każdej stacji zadaniowej znajdują się po dwa ćwiczenia interaktywne.
4. Nauczyciel określa czas pracy i monitoruje pracę grup, wyjaśnia wątpliwości uczniów.
5. Grupy, które wykonają wszystkie ćwiczenia poprawnie w wyznaczonym przez nauczyciela czasie, otrzymują oceny z aktywności.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Szacowanie wartości wyrażeń arytmetycznych](#)

Wskazówki metodyczne:

Film samouczek może być wykorzystany przez chętnych uczniów do utrwalenia metod szacowania.