



Wektor swobodny

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

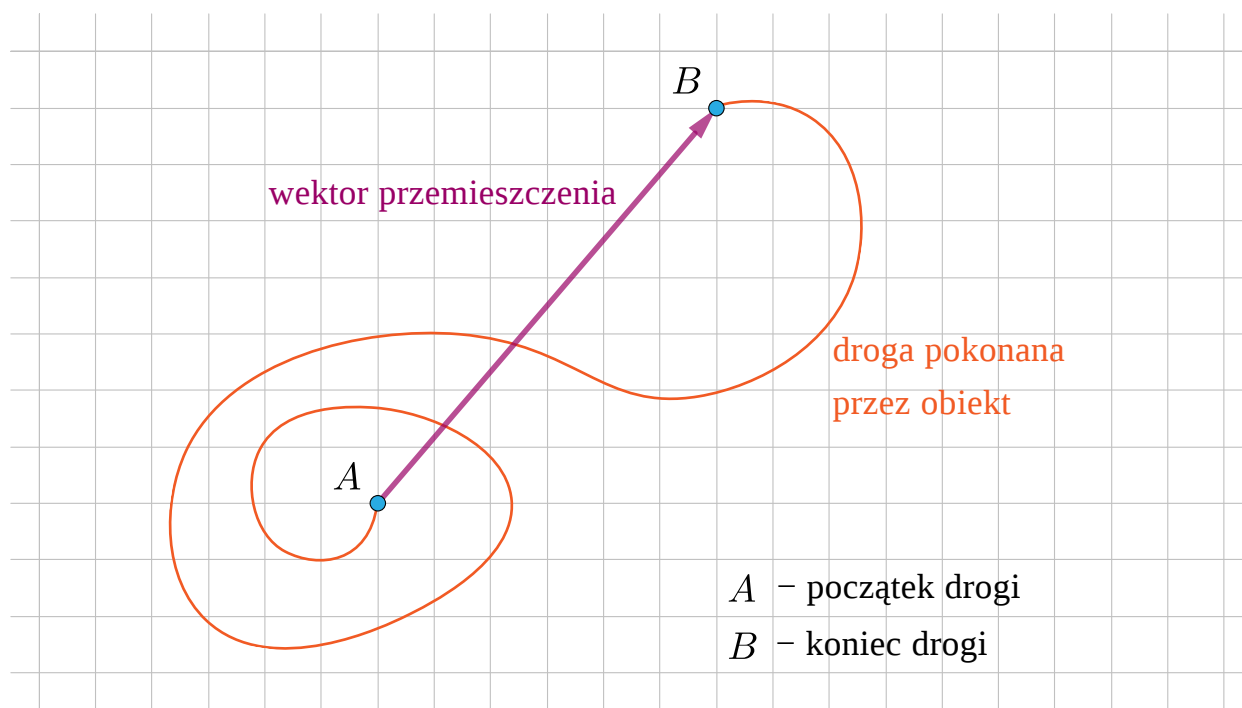
W tym rozdziale spojrzymy na wektor dwojako. Z jednej bowiem strony obiektami niezbędnymi do skonstruowania wektora są dwa punkty – początek i koniec wektora, z drugiej zaś – często możemy się “oderwać” od konkretnych punktów i skupić na cechach, czyli kierunku, zwrocie i długości wektora ...

Twoje cele

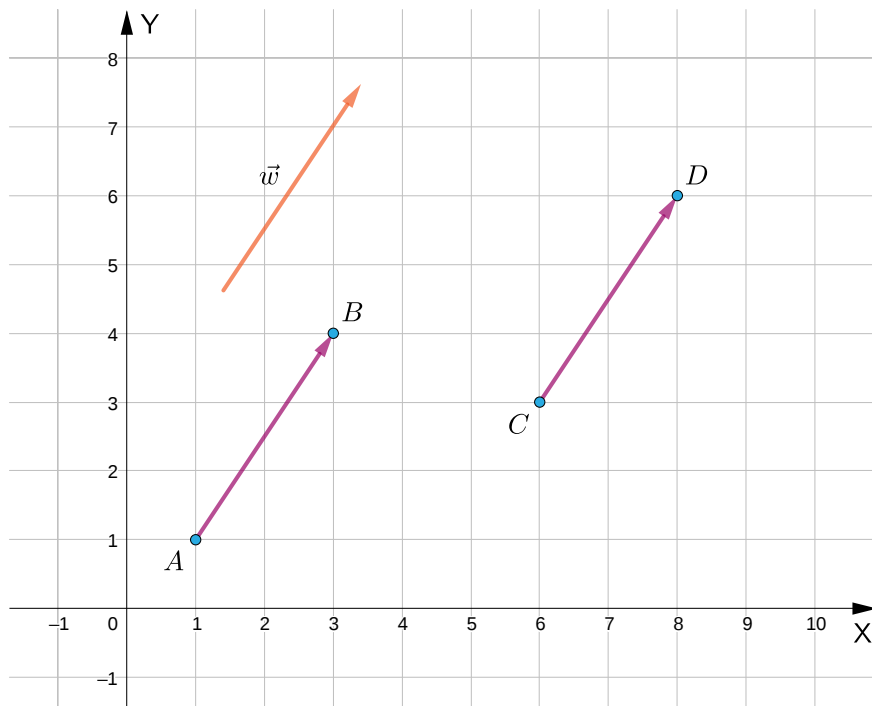
- Wskażesz cechy wektora swobodnego.
- Odróżnisz wektor swobodny od wektora związanego.

Przeczytaj

Zwróćmy uwagę, że słowo “wektor” pochodzi od łacińskiego “*vector*”, co oznacza “niosący; nośnik; ten, który niesie” (“*vehere*” oznacza “nieść”, zaś używane dziś często “*via*” to droga).

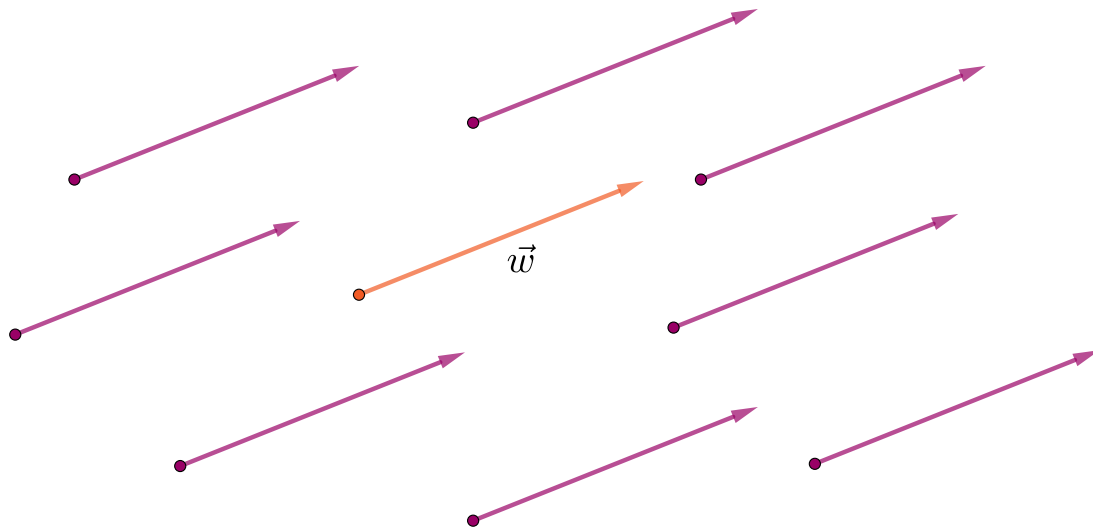


Spójrz na poniższy rysunek. Jeśli punkt *A* pokona “drogę” wyznaczoną przez wektor swobodny $\vec{w}$, to znajdzie się w punkcie *B*; jeśli punkt *C* pokona “drogę” wyznaczoną przez wektor swobodny $\vec{w}$, to znajdzie się w punkcie *D*. W tym sensie wektor “przenosi” punkty. Z punktu widzenia fizyki wektory opisują **przemieszczenie**, czyli początek i koniec drogi, którą pokonuje obiekt.



Formalnie wektor swobodny możemy zdefiniować jak poniżej:

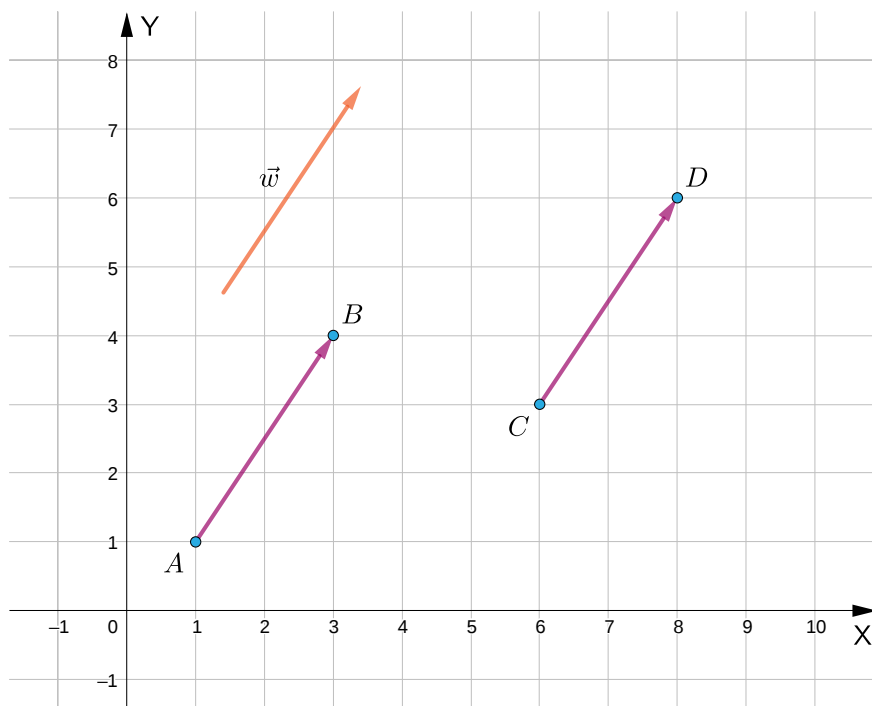
Wektor swobodny to zbiór wszystkich wektorów o danej długości, ustalonym kierunku i zwrocie (a więc wektorów równych).



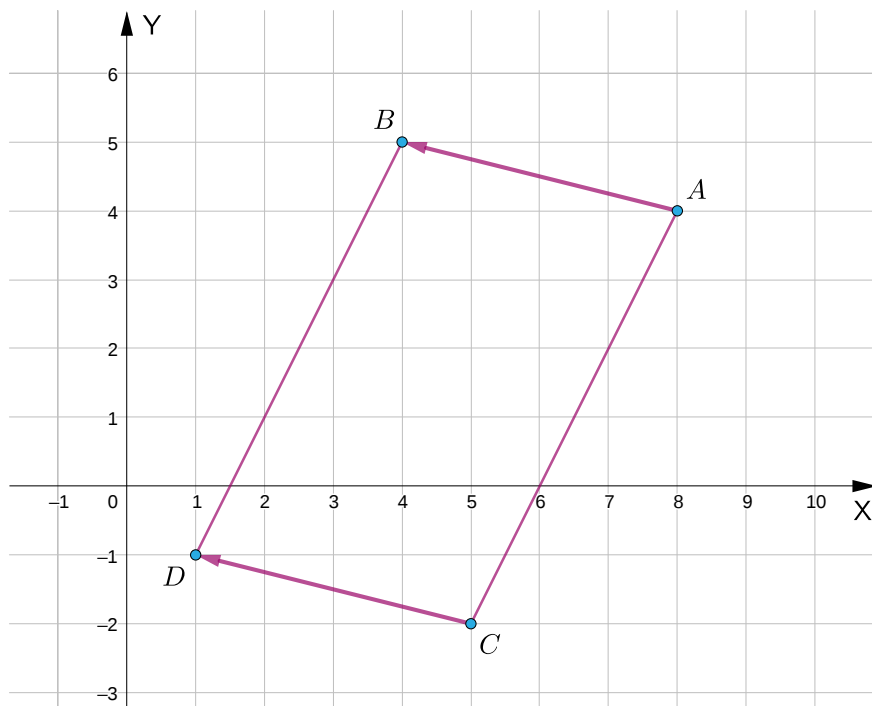
W świetle powyższej definicji pojęcia początku i końca wektora schodzą na drugi plan dlatego też wektory swobodne zwykle oznaczamy małymi literami alfabetu łacińskiego ze strzałką nad nimi, np. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, ...

Możemy powiedzieć, że jeśli wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ mają te same kierunki, długości i zwroty, to **mają ten sam wektor swobodny** albo że **są reprezentowane przez ten sam wektor swobodny**. Jeśli wektor swobodny $\vec{w}$ umieścimy tak, aby jego początek (punkt przyłożenia)

znajdował się w punkcie A , otrzymamy wektor $\overrightarrow{AB}$, jeśli zaś wektor swobodny $\vec{w}$ umieścimy tak, aby jego początek znajdował się w punkcie C , to otrzymamy wektor $\overrightarrow{CD}$.

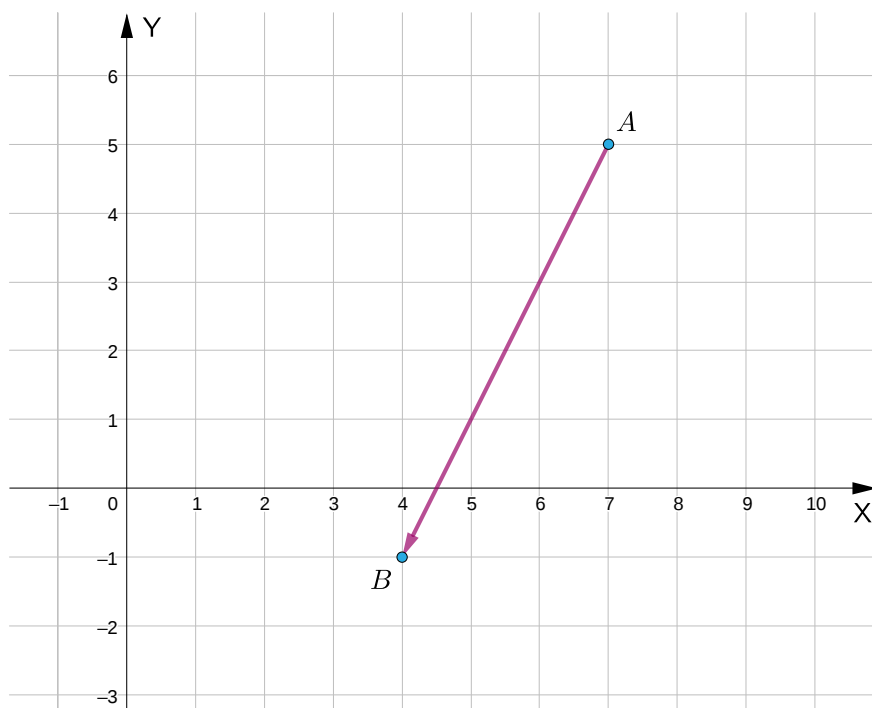


Zauważmy, że jeśli dwa wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ (nieleżące na jednej prostej) mają ten sam wektor swobodny, to czworokąt $ABCD$ jest równoległobokiem.

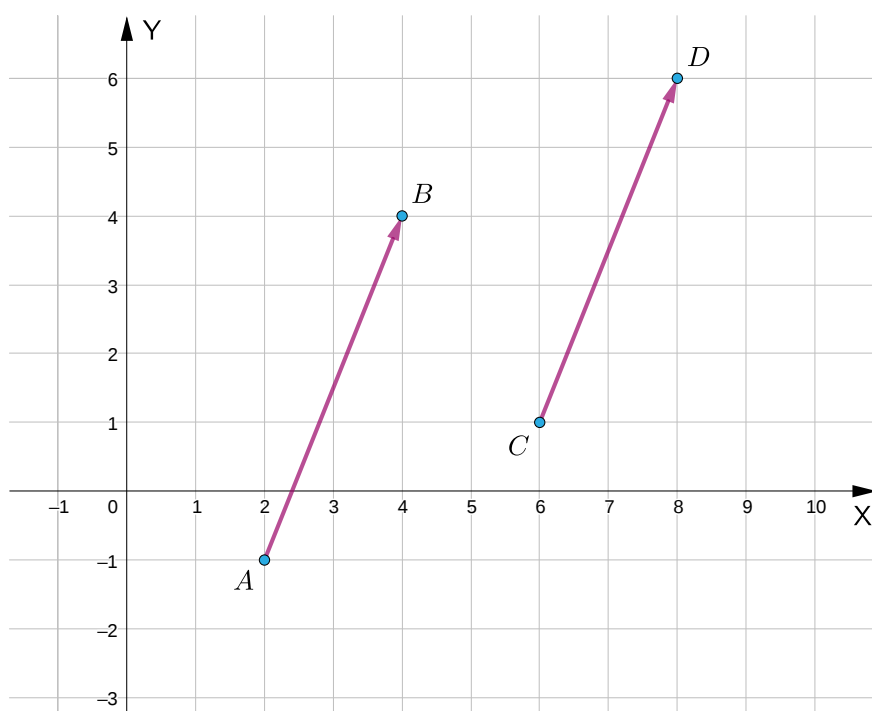


Wektory swobodne możemy dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę, ale o tym dowiesz się więcej w następnych rozdziałach.

Wektor zaczepiony (inaczej **związany**), najprościej mówiąc, to uporządkowana para punktów. Najważniejsze są początek (punkt przyłożenia) i koniec wektora. Możemy też powiedzieć, że wektor zaczepiony to wektor swobodny, którego początek znajduje się w konkretnym punkcie – punkcie zaczepienia.



Mówimy, że wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ zaczepione odpowiednio w punktach A i C są reprezentowane przez ten sam **wektor swobodny**, jeśli wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ są równe, czyli mają ten sam kierunek, zwrot i długość.



Słownik

wektor związany

uporządkowana para punktów; wektor swobodny, którego początek został przyłożony do konkretnego punktu

wektor swobodny

zbiór wszystkich wektorów związanych o ustalonych: kierunku, zwrocie i długości

przemieszczenie

wektor związany o punkcie przyłożenia w początku drogi, którą pokonuje dane ciało i punkcie końcowym w końcu drogi, którą pokonuje to ciało

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Przeanalizuj galerię zdjęć interaktywnych. Zwróć szczególną uwagę na te zdjęcia, które mówią o wektorze jako “tym, który przenosi”. Jeśli “przeniesienie” występuje na płaszczyźnie, to mówimy o przesunięciu przez wektor. Następnie wykonaj polecenie.

Polecenie 2

Dany jest trójkąt ABC , który przesunięto o wektor $\vec{v}$ otrzymując trójkąt $A'B'C'$. Połącz w parę wektor przesunięcia $\vec{v}$ z przesunięciem trójkąta przez niego opisanego.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Wektor reprezentuje wszystkie wektory o ustalonych: kierunku, zwrocie i .

Wektor (inaczej zaczepiony) to uporządkowana para punktów - najważniejsze są początek (punkt) i koniec wektora. W fizyce wektor opisuje , czyli początek i koniec , którą pokonuje obiekt.

przyłożenia

związany

drogi

swobodny

przemieszczenia

przemieszczenie

długości

związany

swobodny

drogę

Ćwiczenie 3



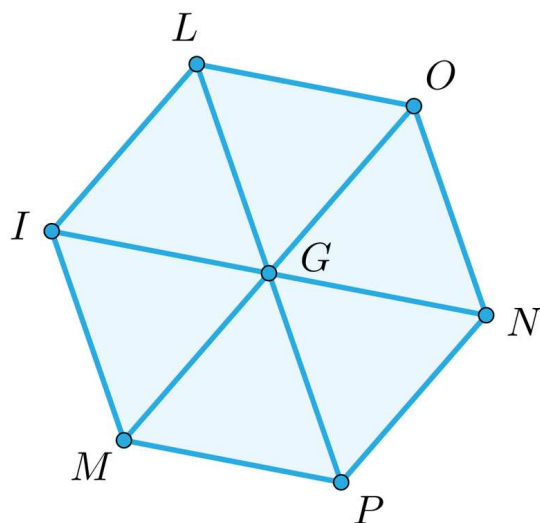
Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Dany jest sześciokąt foremny $MPNOLI$ przedstawiony na rysunku poniżej. Zapoznaj się z nim a następnie rozwiąż poniższe zadania testowe - wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi.



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Wskaż zdania prawdziwe.

☐ Droga i przemieszczenie są tymi samymi wielkościami fizycznymi.

☐ Mówiąc o wektorze swobodnym szczególny nacisk kładziemy na punkt przyłożenia wektora.

☐ Mówiąc o wektorze swobodnym szczególny nacisk kładziemy na kierunek, zwrot i wartość wektora.

☐ Droga jest wielkością wektorową.

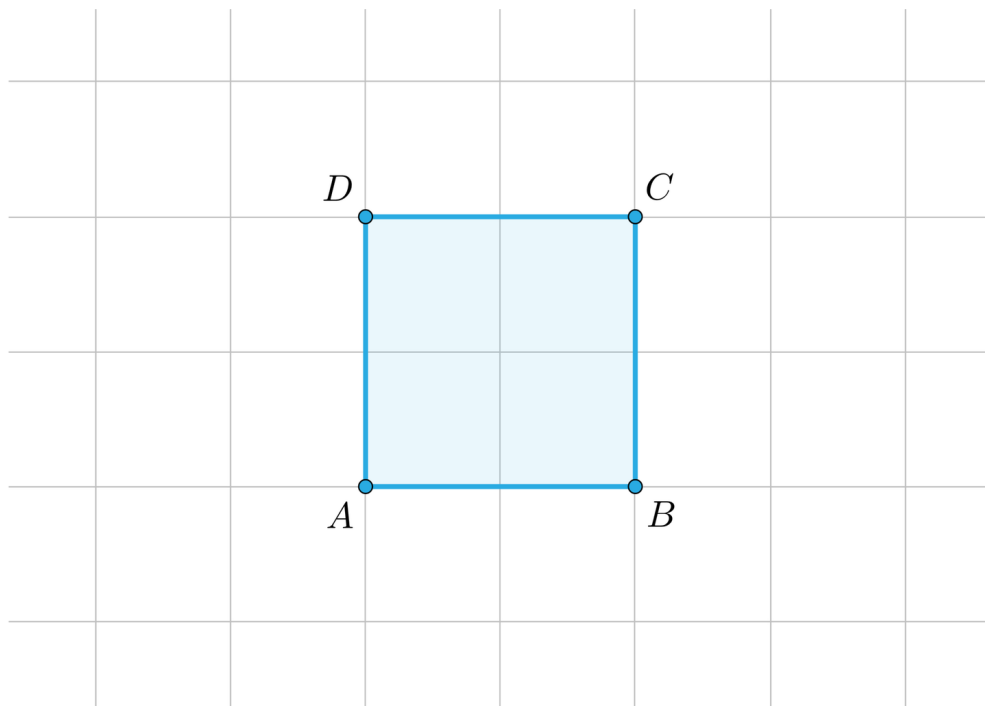
☐ Mówiąc o wektorze związanym szczególny nacisk kładziemy na punkt przyłożenia wektora.

☐ Przemieszczenie jest wielkością wektorową

Ćwiczenie 8



Dany jest kwadrat $ABCD$. Każdy punkt tego kwadratu został “przeniesiony” przez wektor swobodny $\vec{v}$ (czyli każdy punkt kwadratu $ABCD$ stał się punktem zaczepienia dla wektora $\vec{v}$). W wyniku tych “przenosin” otrzymano kwadrat $A'B'C'D'$. Oceń w każdym przypadku, czy figura będąca sumą kwadratów $ABCD$ i $A'B'C'D'$ jest figurą wklęsłą czy wypukłą.



Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Wektor swobodny

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:

Zakres rozszerzony 3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

- Wskażesz cechy wektora swobodnego.
- Odróżnisz wektor swobodny od wektora związanego.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- rozmowa nauczająca w oparciu o treści zawarte w sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych” i ćwiczenia interaktywne;

- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Uczniowie zapoznają się z medium w sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych”.

Faza wstępna:

1. Przybliżenie przez nauczyciela tematu: „Wektor swobodny” i celów lekcji.
2. Określenie wiążących dla uczniów kryteriów sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie w parach analizują przykłady w sekcji „przeczytaj”. Notują pytania, następnie z pomocą nauczyciela udzielają na nie odpowiedzi na forum klasy.
2. Prowadzący zapowiada uczniom, że w kolejnym kroku będą rozwiązywać ćwiczenia numer 1 i 2. Każdy z uczniów robi to samodzielnie. Po ustalonym czasie wybrani uczniowie przedstawiają odpowiedzi, a reszta klasy wspólnie ustosunkowuje się do nich. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.
3. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenie nr 3, a następnie porównują swoje odpowiedzi z kolegą lub koleżanką.
4. Uczniowie dobierają się w pary i wykonują ćwiczenia nr 4-5. Następnie konsultują swoje rozwiązania z inną parą uczniów i ustalają jedną wersję odpowiedzi
5. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenie nr 6, 7 i 8, a następnie porównują swoje odpowiedzi z kolegą lub koleżanką. Praca indywidualna – implementacja poznanej techniki do rozwiązywania problemów informatycznych – wykonywanie ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.
3. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Zadanie dla kolegi/koleżanki. Uczniowie dobierają się w pary i opracowują zadania analogiczne do ćwiczeń 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się”. Następnie przesyłają je do siebie mailem, rozwiązują i na następnej lekcji porównują wyniki.
2. Uczniowie opracowują FAQ (minimum 3 pytania i odpowiedzi prezentujące przykład i rozwiązanie) do tematu lekcji („Wektor swobodny”).

Materiały pomocnicze:

- [Współrzędne wektora w układzie współrzędnych](#)

Wskazówki metodyczne:

- Medium w sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych” można wykorzystać na lekcji jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy w temacie „Wektor swobodny”.