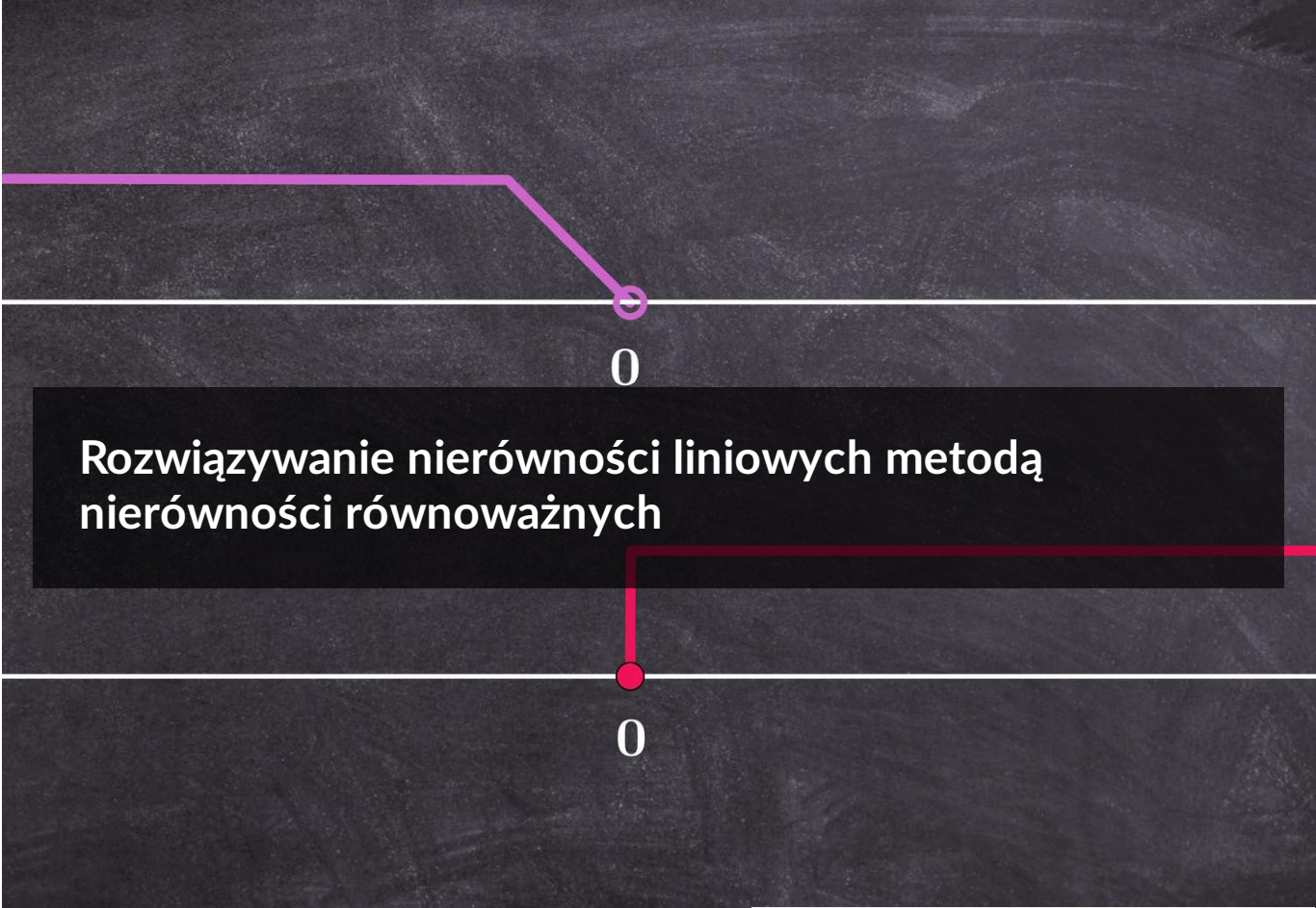


Rozwiązywanie nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Rozwiązywanie nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych

Źródło: Gromar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych polega na znalezieniu wszystkich liczb, które spełniają daną nierówność lub wykazaniu, że nierówność nie posiada rozwiązania. W tym celu przekształcamy nierówności równoważnie, sprowadzając je do jak najprostszej postaci. Szczególną uwagę należy zwrócić na mnożenie lub dzielenie nierówności przez liczbę ujemną.

Ciekawostka

Uważa się, że pierwszy raz symbolu nierówności użył Thomas Harriot, angielski matematyk i astrolog. Według niektórych źródeł, jego inspiracją był tatuaż jednego z rdzennych mieszkańców Ameryki.

Twoje cele

- Zastosujesz twierdzenia o nierównościach równoważnych.
- Rozwiążesz nierówności metodą nierówności równoważnych.

Przeczytaj

Pamiętasz?

Twierdzenie: Twierdzenie o rozwiązywaniu nierówności metodą nierówności równoważnych

Aby rozwiązać nierówność, zapisujemy **nierówności równoważne** danej, pamiętając o tym, że:

- do obu stron nierówności możemy dodać lub odjąć tę samą liczbę lub wyrażenie algebraiczne,
- obie strony nierówności możemy pomnożyć lub podzielić przez tę samą liczbę dodatnią, pozostawiając zwrot nierówności bez zmiany,
- obie strony nierówności możemy pomnożyć lub podzielić przez tę samą liczbę ujemną, zmieniając jednocześnie zwrot nierówności na przeciwny.

Przykład 1

Rozwiążemy nierówność $\frac{x-3}{2} > \frac{x}{6} + \frac{x+2}{3}$.

Obydwie strony nierówności mnożymy przez wspólny mianownik ułamków (najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 2, 3 i 6). Będzie to liczba 6.

$$\frac{x-3}{2} > \frac{x}{6} + \frac{x+2}{3} \quad | \cdot 6$$

$$3(x-3) > x + 2(x+2)$$

Pozbywamy się nawiasów.

$$3x - 9 > x + 2x + 4$$

Redukujemy wyrażenia podobne.

$$3x - 9 > 3x + 4$$

Do obydwu stron równania dodajemy 9 i jednocześnie odejmujemy $3x$.

$$3x - 3x > 4 + 9$$

Redukujemy wyrażenia podobne.

$$0 > 13$$

Jest to nierówność sprzeczna. Nierówność nie posiada rozwiązań.

Przykład 2

Dana jest nierówność $1 - \sqrt{3}x < 3 - 2\sqrt{3}$.

Aby rozwiązać nierówność będziemy ją przekształcać w sposób równoważny do prostszych nierówności.

$$1 - \sqrt{3}x < 3 - 2\sqrt{3}$$

Przenosimy niewiadome na lewą stronę nierówności, a wiadome na prawą stronę.

Pamiętamy o zmianie znaku podczas przenoszenia na drugą stronę nierówności.

$$-\sqrt{3}x < 3 - 1 - 2\sqrt{3}$$

Teraz dokonujemy redukcji wyrazów podobnych.

$$-\sqrt{3}x < 2 - 2\sqrt{3} \quad | : (-\sqrt{3})$$

Dzielimy obydwie strony nierówności przez wyrażenie występujące przy x . Pamiętajmy o zmianie znaku nierówności na przeciwny, podczas dzielenia przez liczbę ujemną.

$$x > \frac{2-2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$$

Usuniemy niewymierność z mianownika mnożąc licznik i mianownik ułamka przez wyrażenie arytmetyczne $\sqrt{3}$.

$$x > \frac{2-2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x > \frac{(2-2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{-3}$$

Wymnażamy wyrażenie w liczniku.

$$x > \frac{2\sqrt{3}-6}{-3}$$

Rozwiązaniem nierówności jest przedział $\left(\frac{2\sqrt{3}-6}{-3}, \infty\right)$.

Przykład 3

Dane są odcinki o długości x , $(x + 1)$ i $(x + 4)$. Jaką długość może mieć odcinek o długości x , aby z podanych odcinków można było zbudować trójkąt?

Najpierw przypomnimy sobie jaki warunek musi zachodzić, aby z trzech dowolnych odcinków można było zbudować trójkąt.

Aby z trzech odcinków można było zbudować trójkąt, suma dwóch dowolnych boków trójkąta musi być większa od długości trzeciego boku.

Z treści zadania wiemy, że bok $x + 4$ jest najdłuższy, więc możemy zapisać nierówność trójkąta dla danych odcinków.

$$x + x + 1 > x + 4$$

Następnie od obu stron nierówności odejmujemy x .

$$x + 1 > 4$$

Od obu stron nierówności odejmujemy 1.

$$x > 3$$

Zatem, aby z trzech danych odcinków można było zbudować trójkąt najkrótszy z nich musi być dłuższy niż 3.

Słownik

nierówności równoważne

nierówności z tymi samymi niewiadomymi, które posiadają taki sam zbiór rozwiązań

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z galerią zdjęć interaktywnych. Spróbuj samodzielnie rozwiązać podane przykłady. Sprawdź poprawność Twojego rozwiązania z rozwiązaniami przedstawionymi na interaktywnych zdjęciach. Przeczytaj wskazówki umieszczone na slajdach.

Polecenie 2

Rozwiąż nierówność $1 - 2\sqrt{2}x \geq 5 + x$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Przekątna rombu ma długość 12 cm. Jaką najmniejszą długość, wyrażającą się liczbą naturalną, może mieć bok tego rombu?

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązywanie nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- stosuje twierdzenia o nierównościach równoważnych
- rozwiązuje nierówności metodą nierówności równoważnych
- tworzy algorytmy rozwiązywania nierówności różnych typów
- uzasadnia wybrany przez siebie sposób rozwiązania nierówności

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa
- stoliki zadaniowe

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

- Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z medium w sekcji „Galeria zdjęć interaktywnych”.

Faza wstępna:

1. Uczniowie w domu przypominają sobie rozwiązywanie nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych.
2. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą stolików zadaniowych. Na stolikach znajdują się przykłady zadań dotyczących rozwiązywania nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych. Na pierwszym stoliku znajduje się zastosowanie metody w zadaniach algebraicznych, drugi stolik zawiera nierówności z pierwiastkami i wyłączeniem wspólnego czynnika przed nawias oraz usuwaniem niewymierności z mianownika, na trzecim stoliku znajdują się zadania geometryczne sprowadzające się do rozwiązania nierówności.
2. Każda grupa samodzielnie rozwiązuje zadania, następnie sprawdza poprawność z przedstawionym rozwiązaniem.
3. Po rozwiązaniu zadań znajdujących się na trzech stolikach grupy przystępują do rozwiązania zadań interaktywnych 1 – 5.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie przedstawiciele grup krótko omawiają trudności, jakie napotkali podczas pracy.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują w domu zadania 6 – 8.

Materiały pomocnicze:

Nierówność liniowa

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie na podstawie galerii zdjęć interaktywnych mogą przygotować mapę myśli na temat rozwiązywania nierówności liniowych metodą nierówności równoważnych.