



Ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Gra edukacyjna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach

Źródło: dostępny w internecie: <https://pxhere.com/en/photo/892909> [dostęp 19.03.2022], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Do płynów zalicza się ciecze i gazy. Wykazują one w stanie równowagi, w polu grawitacyjnym Ziemi, szereg ciekawych cech. Jednym ze zjawisk z nimi związanych jest występowanie ciśnienia hydrostatycznego. Jest to ciśnienie p wywołane przez płyn i zależne jedynie od wysokości słupa płynu h , przyspieszenia grawitacyjnego g oraz gęstości płynu d . Często wyraża się je wzorem

$$p = dgh .$$

Ciekawe jest to, że ciśnienie hydrostatyczne nie zależy od masy płynu (wielkości i kształtu naczynia), a zależy od wysokości słupa płynu h . Można sprawdzić, że w naczyniach o różnym kształcie, do których wlejemy jednakową ciecz i będzie ona miała taką samą wysokość w każdym naczyniu (Rys. a.), ciśnienia wywierane na dno każdego naczynia będą takie same. Jest to ilustracja tzw. paradoksu hydrostatycznego.



Rys. a. Naczynia w różnych kształtach wypełnione wodą

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/laboratorium-aparat-ekwipunek-217041/> [dostęp 19.03.2022], domena publiczna.

Można to sprawdzić doświadczalnie oraz obliczyć w ciekawych przykładach; można też stwierdzić, że jego zakres stosowalności jest ograniczony. Odpowiedzi na pytanie, jak to zrobić, szukaj w tym e-materiale.

Twoje cele

- zdefiniujesz ciśnienie hydrostatyczne,
- dowiesz się, jaka jest wartość ciśnienia normalnego i jak przeliczać jednostki ciśnienia,
- przeanalizujesz różnice między ciśnieniem w zbiornikach otwartych i zamkniętych,
- zrozumiesz znaczenie ciśnienia hydrostatycznego w życiu codziennym i w przyrodzie,
- przekonasz się, że ciśnienie hydrostatyczne nie zależy od wielkości i kształtu naczynia oraz masy płynu.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Ciśnienie p to wielkość skalarna, która dla danej powierzchni S równa jest ilorazowi wartości składowej prostopadłej do S siły \vec{F} przez pole tej powierzchni,

$$p = \frac{F_{\perp}}{|S|}.$$

Uwaga!

W dalszej części będziemy opuszczać symbol $|$, uznając, że nie prowadzi to do nieporozumień - wiadomo, że dzielimy przez pole powierzchni, a do powierzchni jako takiej odwołujemy się rzadziej.

Jednostką ciśnienia jest paskal, $\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$

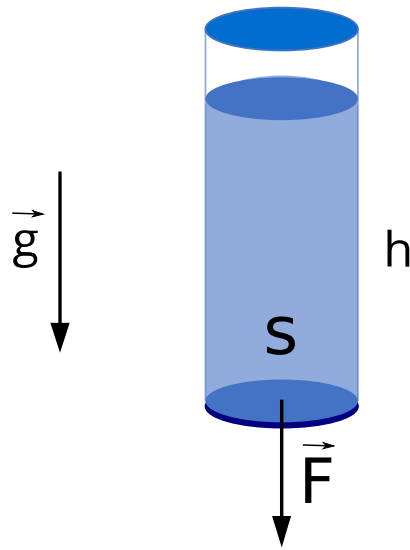
W zamkniętym naczyniu cylindrycznym o polu powierzchni podstawy S i wysokości h znajduje się płyn o masie m wypełniający to naczynie (Rys. 1.).



Rys. 1. Ciecz w naczyniu zamkniętym

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W polu grawitacyjnym Ziemi płyn działa na dno naczynia siłą o wartości $F = mg$ (Rys. 2.), co odpowiada ciśnieniu $p = \frac{mg}{S}$.



Rys. 2. Cylindryczne naczynie zamknięte wypełnione cieczą. Na dno naczynia działa siła nacisku równa co do wartości ciężarowi cieczy.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ponieważ $m = dV$ (d to gęstość płynu, zaś objętość naczynia to $V = Sh$), ciśnienie płynu przy dnie naczynia wynosi

$$p = dgh .$$

Zależy więc ono tylko od wysokości słupa cieczy w naczyniu i jej gęstości oraz przyspieszenia grawitacyjnego, a nie zależy wprost od ciężaru cieczy. Jest to **ciśnienie hydrostatyczne**, a dość nieintuicyjny - na pierwszy rzut oka - brak zależności od ciężaru jest powodem określenia tej zależności jako **paradoksu hydrostatycznego**.

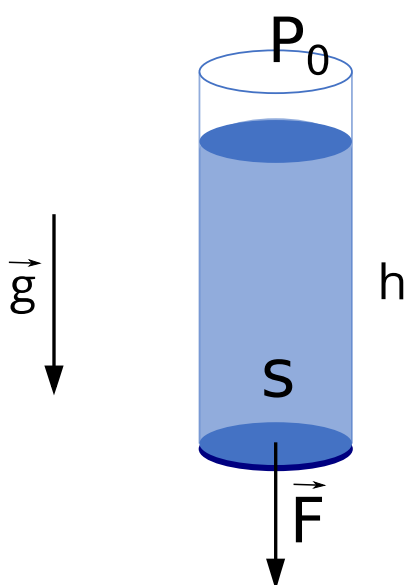
Jeżeli naczynie z płynem będzie otwarte (Rys. 3. i 4.) to ciśnienie wywierane na dno naczynia będzie większe o wartość ciśnienia zewnętrznego, czyli tutaj **atmosferycznego** p_0 :

$$p = dgh + p_0 .$$



Rys. 3. Ciecz w naczyniu otwartym

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.



Rys. 4. Ciecz w naczyniu otwartym.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Atmosfera ziemską rozciąga się nad powierzchnią Ziemi na wysokość ponad 100 km. Jako wartość średnią ciśnienia atmosferycznego, tzw. **ciśnienie normalne**, przyjęto wartość ciśnienia powietrza na poziomie morza,

$$p_0 = 101325 \text{ Pa} .$$

Jest to wartość nazywana 1 atmosferą. Inne jednostki to bar i używany w meteorologii hektopaskal (czyli sto paskali) oraz milimetry słupa rtęci, przy czym

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} , \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} .$$

Przykład - masa atmosfery ziemskiej

Atmosferę Ziemi stanowi warstwa powietrza utrzymywana przy powierzchni siłami grawitacji. Można oszacować masę atmosfery M , uwzględniając ciśnienie normalne p_0 oraz pole powierzchni Ziemi.

Ponieważ

$$p_0 = \frac{Mg}{4\pi R^2} ,$$

gdzie g - przyspieszenie ziemskie, R - promień Ziemi, to

$$M = \frac{4\pi R^2}{g} p_0 \approx \frac{12,56 \cdot 4,06 \cdot 10^{13} \text{ m}^2}{9,80665 \text{ m/s}^2} \cdot 101325 \text{ Pa} \approx 5,27 \cdot 10^{18} \text{ kg} .$$

Stanowi to ok. 1 milionowej masy Ziemi równej ok. $5,795 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Dla zainteresowanych

Jednak nie jest to koniec analizy. Można na podstawie założeń tego rozumowania i uzyskanego wyniku oszacować średnią gęstość powietrza. Jego „kształt” to - w przybliżeniu - wydrążona kula o promieniach wewnętrznym R oraz zewnętrznym $R + h_A$. Objętość powietrza wynosi zatem

$$V = \frac{4}{3}\pi[(R + h_A)^3 - R^3] ,$$

wobec tego

$$d = \frac{M}{V} = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi[(R + h_A)^3 - R^3]} \frac{p_0}{g} .$$

Po uproszczeniu uzyskujemy

$$d = \frac{3p_0}{g} \frac{R^2}{3R^2h_A + 3Rh_A^2 + h_A^3} = \frac{p_0}{gh_A} \frac{1}{1 + x + \frac{1}{3}x^2} ,$$

gdzie $x = h_A/R \approx 1,6\%$. Widać więc, że w mianowniku spokojnie możemy opuścić wyraz kwadratowy w tej zmiennej, otrzymując w grubym przybliżeniu

$$d \approx \frac{p_0}{gh_A} \approx 0,1 \text{ kg/m}^3 .$$

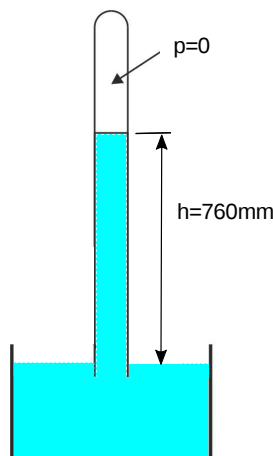
Jest to wynik o rząd wielkości mniejszy od gęstości powietrza na poziomie morza, ale nie należy go od razu odrzucać - trzeba pamiętać o fakcie, że gęstość tu występująca jest

średnią gęstością w zakresie wysokości od 0 do h_A . Okazuje się jednak, że nawet orientacyjne próby uwzględnienia tu zależności $d(h)$ (z pomocą wzoru barometrycznego) nie dają żadnych widocznych - przy tej dokładności - poprawek. Powinniśmy jednak uświadomić sobie, że nasze rozumowanie w ogóle nie uwzględnia ciśnienia powietrza wynikającego z jego własności jako gazu, a nie jest ono zbiorem nieruchomych cząstek.

Więcej o ciśnieniu wywołanym chaotycznymi ruchami cząstek w gazach dowiesz się z e-materiału „*Teoria kinetyczno-molekularna gazu doskonałego*”.

Przykład - prawo Archimedesa

Istnienie ciśnienia atmosferycznego wykazał doświadczalnie Torricelli w XVII wieku. Wykazał, że słup rtęci w naczyniu zamkniętym o wysokości 760 mm równoważy ciśnienie atmosferyczne o wartości 1013 25 Pa. Wyjaśnił, że rtęć w probówce podtrzymywana jest przez ciśnienie atmosferyczne. Wysokość słupa rtęci zależy od wartości tego ciśnienia. Jest to zasada działania barometru rtęciowego (Rys. 5.).



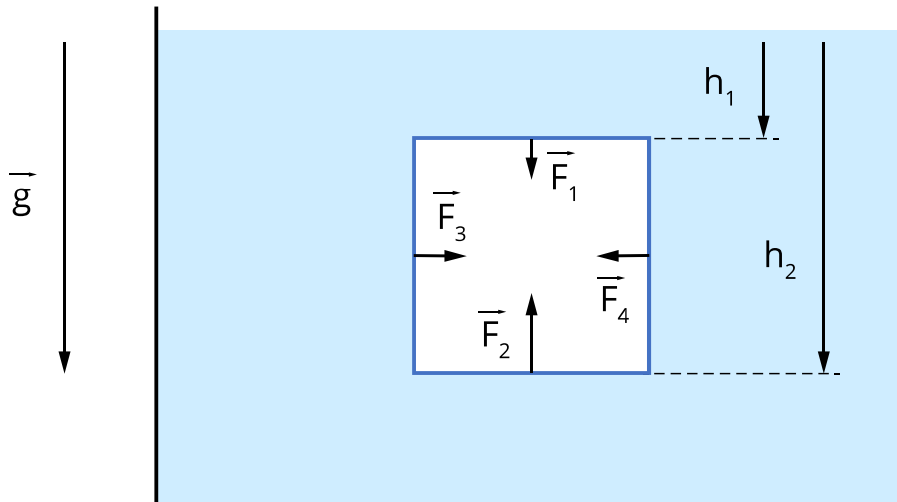
Rys. 5. Schemat działania barometru rtęciowego. W wyniku parcia słupa rtęci, jej część wypływa z probówki. Nad słupem rtęci tworzy się próżnia, tzw. próżnia Torricellego. Po ustaleniu się równowagi w rurce pozostaje część rtęci; jej wysokość nad powierzchnią rtęci na zewnątrz jest niezależna od długości rurki (o ile rurka jest odpowiednio długa!), tylko od ciśnienia atmosferycznego.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Doświadczenia Torricellego zainspirowały Pascala do zbadania zależności ciśnienia od wysokości. Ponieważ ciśnienie zależy od wysokości słupa powietrza znajdującego się powyżej miejsca, w którym je mierzymy, więc wysoko w górach będzie ono niższe niż na poziomie morza.

Płyny oddziałują na zanurzone w nich ciała siłami nacisku (parcia) skierowanymi prostopadle do powierzchni tych ciał. W jednorodnej cieczy ciśnienie jest jednakowe

w punktach leżących na jednakowej wysokości nad Ziemią. Im głębiej zanurzymy obiekt w cieczy, tym ciśnienie to jest większe. Ta właściwość prowadzi do powstania siły wyporu. Rozważmy siły nacisku działające na sześcian o długości krawędzi a umieszczony w cieczy o gęstości d (Rys. 6.).



Rys. 6. Siły nacisku działające na sześcian zanurzony w cieczy. Siły \vec{F}_3 oraz \vec{F}_4 działają na ścianki boczne; ich wartości są jednakowe, a zwroty przeciwne. Siły \vec{F}_1 oraz \vec{F}_2 także mają przeciwne zwroty, jednak ich wartości są różne.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W płynie na różnych głębokościach panuje różne ciśnienie hydrostatyczne - im głębiej, tym ciśnienie to jest większe. Na ścianki boczne zanurzonego ciała działają siły o takich samych wartościach i przeciwnych zwrotach, które się kompensują. Inaczej jest ze ściankami górną i dolną. Ciecz wywiera większe ciśnienie na podstawę dolną zanurzonego ciała niż na powierzchnię górną. Wypadkowa działających tu sił to właśnie siła wyporu, wielkość zbadana pierwotnie przez Archimedesesa.

Siła nacisku cieczy \vec{F}_1 na górną ściankę, na głębokości h_1 ma wartość

$$F_1 = dgh_1a^2 ,$$

analogicznie, dla dolnej ścianki na głębokości h_2 ,

$$F_2 = dgh_2a^2 .$$

Wypadkowa tych sił jest skierowana do góry i ma wartość $F = F_2 - F_1$, a ponieważ $h_2 - h_1 = a$, to

$$F = dga^3 .$$

Siła wyporu równa jest więc ciężarowi cieczy zawartej w objętości zanurzonego ciała i nie zależy od masy ciała, a jedynie od jego objętości. Prawo Archimedesesa głosi, że na każde ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu cieczy, skierowana ku górze, a więc przeciwnie niż ciężar ciała, i równa co do wartości ciężarowi cieczy wypartej przez to ciało, co zapisujemy jako

$$F_w = dgV ,$$

gdzie V to objętość zanurzonej części ciała (może być ona równa jego całkowitej objętości).

Problem 1

Siła wyporu zależy od gęstości cieczy, w której zanurzamy ciało. Oszacuj średnie zanurzenie człowieka, pływającego w rtęci (oczywiście ubranego w odpowiedni skafander i wyposażonego w aparat oddechowy, by uniknąć zatrucia).

Problem 2

Na pewnej planecie wśród istot wyżej rozwiniętych krąży do dziś legenda o starożytnym robocie, który spacerował po płynnej lawie. Robot był skonstruowany z lekkiej stali z dodatkiem tytanu i wolframu, więc na pewno nie groziło mu stopienie. Oblicz, jaka musiałaby być gęstość d' tej lawy, żeby zanurzył się podczas tego przejścia na głębokość, która - przy zadanej konstrukcji - odpowiadałaby $n = 3\%$ jego objętości. Średnia gęstość robota to $d' = 2,137 \text{ g/cm}^3$. Grawitacja przy powierzchni planety odpowiada przyspieszeniu $g = 6,66 \text{ m/s}^2$.

Przykład - dno Rowu Mariańskiego

Obliczmy ciśnienie wody na dnie [Rowu Mariańskiego](#) ($h = 10911 \text{ m p.p.m.}$). Woda morska ma gęstość $d_w = 1030 \text{ kg/m}^3$, przyspieszenie grawitacyjne $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Ile razy to ciśnienie jest większe od ciśnienia atmosferycznego?

Rozwiązanie: Wiemy, że

$$p(h) = d_w gh + p_0 ,$$

więc po podstawieniu danych liczbowych dostajemy

$$p = 110\,311\,693 \text{ Pa} \approx 110,3 \text{ MPa} .$$

(Wartość podawana w literaturze wynosi $110,2 \text{ MPa}$.) Zatem

$$\frac{p}{p_0} \approx 1089 .$$

Rów Mariański badany był z wykorzystaniem specjalnie w tym celu zbudowanego batyskafu załogowego. Wysoka wartość ciśnienia hydrostatycznego (ponad 1000 razy większa od ciśnienia atmosferycznego) spowodowałaaby zgniecenie zwykłego okrętu podwodnego.

Słowniczek

Ciśnienie hydrostatyczne

(ang. *hydrostatic pressure*) – ciśnienie w spoczywającej cieczy znajdującej się w polu grawitacyjnym.

Ciśnienie normalne

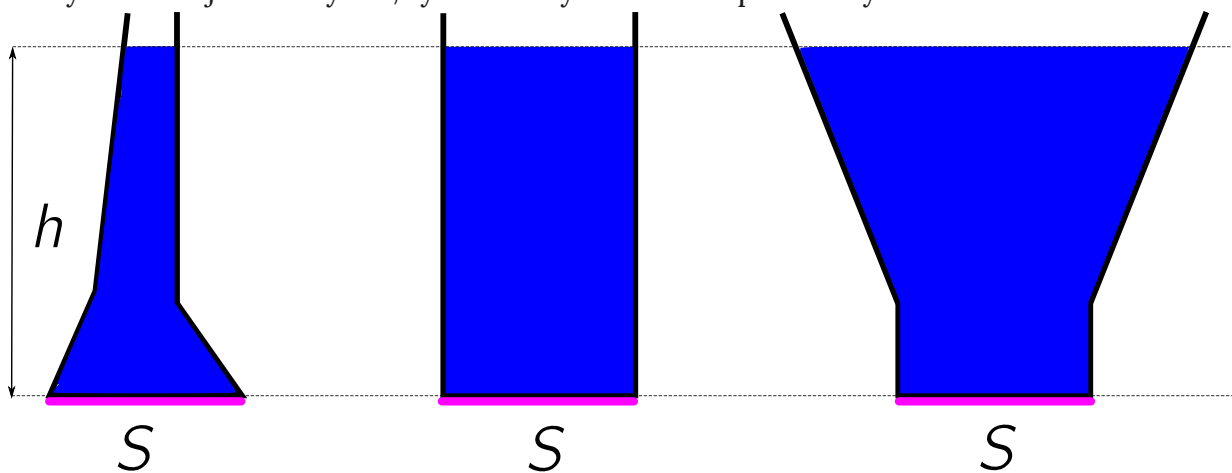
(ang. *normal pressure*) – ciśnienie równe 101 325 Pa, czyli 1 atmosferze fizycznej, jeden z parametrów warunków normalnych. W przybliżeniu odpowiada ciśnieniu atmosferycznemu.

Ciśnienie atmosferyczne

(ang. *atmospheric pressure*) – stosunek wartości siły, z jaką słup powietrza atmosferycznego naciska na powierzchnię Ziemi (lub innej planety), do powierzchni, na jaką ten słup naciska.

Paradoks hydrostatyczny

(ang. *hydrostatic paradox*) – ciśnienie na dnie naczynia nie zależy wprost od ciężaru cieczy zawartej w naczyniu, tylko od wysokości słupa cieczy nad dnem.



Różne naczynia o jednakowych podstawach z taką samą cieczą. Różna jej ilość, a więc masa, ilustruje paradoks hydrostatyczny.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Paradoks

(ang. *paradox*) – rozumowanie błędne (albo prawidłowe oparte na błędnych przesłankach), prowadzące do wniosku sprzecznego ze zdrowym rozsądkiem ew. prawdą przyrodniczą bądź matematyczną. Tłumaczenie i traktowanie paradoksów silnie zależy od dyscypliny, w której wystąpią. W matematyce prowadzi do ujawnienia błędu, w naukach przyrodniczych może doprowadzić do obalenia teorii opisującej dane

zjawisko bądź podważyć metodę jego badania w doświadczeniu. W naukach humanistycznych może stać się nawet zaczątkiem nowej „szkoły”.

(Źródłosłów: od greckiego παρά (*para*) - *oboczny, różny od*, δοξος (*doksos*) - *opinia*. W starogreckim παράδοξος oznaczało *dziwny, niespodziewany*.)

Atmosfera Ziemi

(ang. *Earth's atmosphere*) – powłoka gazowa otaczająca Ziemię, utrzymywana przy powierzchni przez grawitację. Pozwala także na istnienie wody w stanie ciekłym, różnorodnego życia na Ziemi, dostarczając substancji niezbędnych do jego podtrzymania i chroniąc przed promieniowaniem ultrafioletowym Słońca.

Siła wyporu

(ang. *buoyant force*) – siła działająca na ciało zanurzone w płynie, czyli w cieczy lub gazie. Siła wyporu równa jest co do wartości ciężarowi płynu wypartego przez zanurzone w nim ciało i jej zwrot jest przeciwny do zwrotu siły ciężkości.

Rów Mariański

(ang. *Mariana Trench*) – najgłębszy (głębokość do (10911 ± 40) m p.p.m.) znany rów oceaniczny na Ziemi, położony w zachodniej części Oceanu Spokojnego.

Gra edukacyjna

Gra edukacyjna „Nurkowanie”

Rozpocznij swoją przygodę z nurkowaniem od suchej zaprawy w postaci pytań. Quiz jest wyprawą po różnych głębokościach nurkowania, od basenu po prawdziwe morskie głębiny. Powodzenia!



Test

Gra edukacyjna "Nurkowanie"

Rozpocznij swoją przygodę z nurkowaniem od suchej zaprawy w postaci ciekawej gry. Quiz jest wyprawą po różnych głębokościach nurkowania, od basenu po prawdziwe morskie głębiny. Powodzenia!

Poziom trudności:

InteractiveTest.di
fficultyLevel.easy

Limit czasu:



2 min

Twój ostatni wynik:

-

Trwa wczytywanie...

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Gdy zmieszano dwie ciecze o takich samych objętościach, otrzymano mieszaninę o gęstości d_V . Gdy te same ciecze zmieszano tak, że miały takie same masy, to uzyskana mieszanina miała gęstość d_M . Wyraź gęstości tych cieczy, d_1 oraz d_2 , za pomocą danych zadania. Przyjmij, że ciecze te się mieszają, ale nie występuje przy tym zjawisko kontrakcji objętości.

Ćwiczenie 6



Szklanka napełniona jest wodą, ale w różny sposób przedstawiony na zdjęciach 1 i 2.
Jakie jest ciśnienie przy dnie szklanki – na zdjęciu 1, a jakie na talerzyku – na zdjęciu 2?



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki,
licencja: CC BY 4.0.

Zdjęcie 1.

Szklanka napełniona wodą, typowo
ustawiona na talerzyku, dnem do dołu.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział
Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zdjęcie 2.

Odwrócona, do góry dnem, szklanka
z wodą ustawiona na talerzyku.

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Elżbieta Szerewicz
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne:</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności;</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>24) posługuje się pojęciem ciśnienia hydrostatycznego i stosuje je do obliczeń; analizuje równowagę cieczy w naczyniach połączonych.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. definiuje, czym jest ciśnienie hydrostatyczne; 2. stosuje ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach; 3. analizuje różnice między ciśnieniem w zbiornikach otwartych i zamkniętych; 4. określa znaczenie ciśnienia hydrostatycznego w przyrodzie i w życiu codziennym.
Strategie nauczania:	strategia obserwacyjna - dostrzeganie i definiowanie problemów oraz odkrywanie rzeczywistości
Metody nauczania:	wykład informacyjny, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
Formy zajęć:	praca w grupach; praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
Materiały pomocnicze:	e-materiał „Ciśnienie hydrostatyczne w obliczeniach”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Wprowadzenie zgodnie z treścią w części pierwszej „Czy to nie ciekawe?”.</p> <p>Nauczyciel odwołuje się do potocznej wiedzy uczniów o ciśnieniu hydrostatycznym. Uczniowie dzielą się swoim doświadczeniem na temat nurkowania lub fascynacji łodziami podwodnymi.</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Nauczyciel wyprowadza wzór na ciśnienie hydrostatyczne. Uczniowie podejmują dyskusję na jego temat. Nauczyciel tłumaczy, czym jest paradoks hydrostatyczny. Uczniowie napełniają wodą rurki o różnym kształcie do jednakowego poziomu wysokości. Nauczyciel wyjaśnia, czym jest pomiar przy pomocy barometru i jak jest on skonstruowany. Uczniowie obliczają masę atmosfery ziemskiej - rozwiązują zadanie rachunkowe. Następnie uczniowie i nauczyciel przechodzą do gry. Nauczyciel ustala punktację do gry (np. 0-5). Uczniowie oceniają swoje rozwiązania quizu.</p>	
Faza podsumowująca:	
W ramach utrwalenia zdobytych wiadomości uczniowie rozwiązują zadania 1, 2, 3.	
Praca domowa:	
<p>Zadania z zestawu ćwiczeń: obowiązkowo zadanie 8, ponadto: zadanie o treści następującej: Ustaw na talerzyku, do góry dnem, szklankę napełnioną wodą. Zrób zdjęcie, jeśli się uda. Wyjaśnij zachowanie wody.</p>	

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium:**

Multimedium bazowe można wykorzystać na lekcji i połączyć z wykonaniem zadań oraz przedyskutowaniem wyników. Może też być wykorzystane przez uczniów po lekcji do powtórzenia i utrwalenia materiału.