

Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

- Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Mnożenie dwóch liczb całkowitych

Umiemy mnożyć dwie liczby całkowite dodatnie. Takie mnożenie można zastąpić dodawaniem jednakowych składników.

Na przykład:

$$8 \cdot 4 = 8 + 8 + 8 + 8$$

lub

$$8 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4.$$

Mnożenie liczby całkowitej dodatniej przez liczbę ujemną również można zapisać podobnie.

Przykład 1

Iza i Jurek zapisują swoje długi za pomocą liczb ujemnych, a dochody za pomocą liczb dodatnich. Oboje pożyczili po 6 złotych od trzech osób. Ile złotych długu miało każde z nich?

Iza zapisała odpowiednie dodawanie

$$-6 + (-6) + (-6) = -18.$$

Jurek zapisał odpowiednie mnożenie

$$3 \cdot (-6) = -18.$$

Odp.: Każde z nich miało 18 zł długu.

Wyniki obliczeń Izy i Jurka są równe. Zapis obliczeń Jurka jest krótszy.

Z przemienności mnożenia wynika, że Jurek mógł zapisać mnożenie na dwa sposoby:

$$3 \cdot (-6) = -18$$

lub

$$(-6) \cdot 3 = -18.$$

Jurek mnożył liczby o różnych znakach, to znaczy liczbę dodatnią i ujemną. Wynik obliczeń był ujemny.

Ważne!

Iloczyn dwóch liczb różnych od zera o różnych znakach jest ujemny.

- Przykłady.

$$(-2) \cdot 8 = -16,$$

$$7 \cdot (-4) = -28.$$



Ćwiczenie 1

Wykonaj poniższe działania. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $2 \cdot (-7) =$

• $5 \cdot (-4) =$

• $9 \cdot (-8) =$

• $11 \cdot (-10) =$

• $(-5) \cdot 9 =$

• $(-2) \cdot 12 =$

• $(-10) \cdot 6 =$

• $(-25) \cdot 4 =$

- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|------|------|-----|
| -72 | -14 | -100 | -45 | -70 | -110 | -20 | -114 | -102 | -62 |
| -43 | -12 | -60 | -24 | -22 | | | | | |

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

A jak pomnożyć dwie liczby ujemne? Najtrudniej jest wyjaśnić, jaki znak będzie miał taki iloczyn. Zapoznaj się uważnie z poniższym przykładem, który to wyjaśnia.

Ważne!

Iloczyn dwóch liczb ujemnych jest liczbą dodatnią.

- Przykłady.

$$(-2) \cdot (-5) = 10$$

$$(-7) \cdot (-6) = 42$$

Ćwiczenie 2



Wykonaj poniższe działania. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

• $(-3) \cdot (-8) =$

• $(-9) \cdot (-6) =$

• $(-2) \cdot (-13) =$

• $(-10) \cdot (-10) =$

• $(-15) \cdot (-4) =$

• $(-32) \cdot (-5) =$

110

22

23

160

140

50

26

100

56

54

24

60

Mnożenie liczb całkowitych



Ćwiczenie 3

Uzupełnij równości i zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub słowa, lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

• $(-2) \cdot 3 \cdot 4 = \boxed{} \cdot 4 = -24$

• $(-2) \cdot (-3) \cdot 4 = \boxed{} \cdot 4 = \boxed{}$

• $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

• $(-2) \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = \boxed{} \cdot 20 = \boxed{}$

• $(-2) \cdot (-3) \cdot 4 \cdot 5 = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

• $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 5 = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

• $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

- Gdy w iloczynie występowały jeden lub trzy czynniki ujemne, to iloczyn był liczbą $\boxed{}$.

- Gdy w iloczynie występowały dwa lub cztery czynniki ujemne, to iloczyn był liczbą $\boxed{}$.

-120 -120 -6 6 -24 ujemną -4 20 24 6 6 -6
dodatnią 120 6 -20 6 20 120

Ważne!

Iloczyn kilku liczb całkowitych, z których każda jest różna od zera, jest:

- dodatni, gdy liczba czynników ujemnych jest parzysta,
- ujemny, gdy liczba czynników ujemnych jest nieparzysta.

Na przykład:

$$(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 10 \cdot (-1) = 240 \text{ cztery czynniki ujemne,}$$

$$(-2) \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 10 \cdot (-1) = -240 \text{ trzy czynniki ujemne.}$$

Przykład 2

Spójrz, jak obliczamy kwadraty i sześciany liczb ujemnych.

- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$ - wynik zawsze dodatni, bo są 2 czynniki ujemne,
- $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$ - wynik zawsze ujemny, bo są 3 czynniki ujemne.

Ćwiczenie 4

Które z podanych iloczynów są liczbami ujemnymi, dodatnimi albo są równe zero? Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i następnie wybierz odpowiedni znak lub zero.

• $(-12) \cdot (-103) \cdot 5 \cdot 10 \cdot (-1)$

• $7 \cdot (-58) \cdot (-4) \cdot 0 \cdot 6 \cdot (-91)$

• $4 \cdot (-2) \cdot 33 \cdot 4 \cdot 15$

• $(-64) \cdot 1 \cdot (-23) \cdot 9 \cdot (-1) \cdot (-2)$

• $(-5)^2 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 4 \cdot (-1)$

• $(-2) \cdot 8 \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (-4)^3$

• $(-1) \cdot (-18) \cdot (-5)^3 \cdot 11 \cdot 0$

0	-	0	+	-	-	+
---	---	---	---	---	---	---

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Ćwiczenie 5

Uzupełnij poniższe równości. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybrać odpowiednią liczbę.

• $(-4) \cdot 2 \cdot \boxed{} = 16$

• $(-5) \cdot (-1) \cdot \boxed{} = 20$

• $(-4) \cdot (-6) \cdot \boxed{} = -120$

• $10 \cdot (-20) \cdot \boxed{} = 0$

• $6 \cdot 3 \cdot \boxed{} = -180$

• $(-2) \cdot (-10) \cdot \boxed{} = -200$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



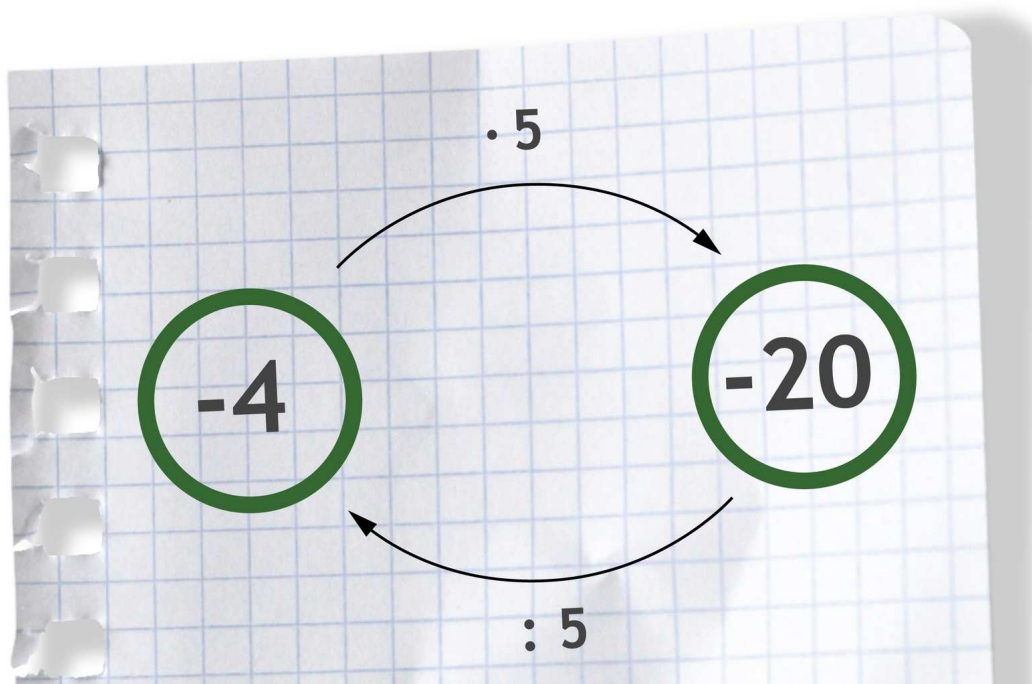
Zapisz liczbę (-24) w postaci iloczynu

1. dwóch liczb całkowitych,
2. trzech liczb całkowitych,
3. czterech liczb całkowitych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielenie liczb całkowitych

Dzielenie i mnożenie są działaniami wzajemnie odwrotnymi.

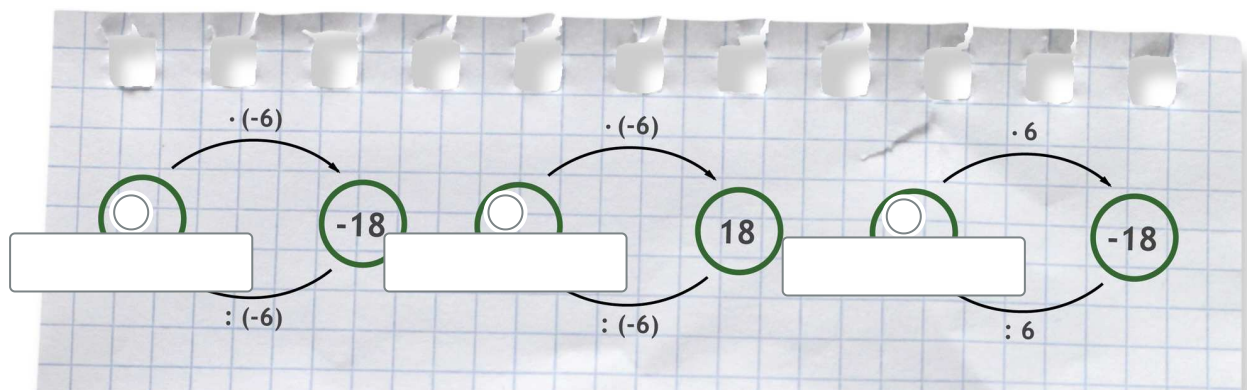


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Ćwiczenie 7

Uzupełnij grafy wykonując odpowiednie działania. Wpisz odpowiednie liczby w luki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wyciągnij odpowiednie wnioski. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybierz odpowiednie słowo.

Jeśli dzielna i dzielnik są liczbami ujemnymi, to iloraz jest liczbą .

Jeśli dzielna i dzielnik są liczbami różnych znaków, to iloraz jest liczbą .

ujemną

dodatnią

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Iloraz dwóch liczb o takich samych znakach (obie dodatnie lub obie ujemne) jest liczbą dodatnią.

Na przykład:

$$15 : 5 = 3,$$

$$(-15) : (-5) = 3.$$

- Iloraz dwóch liczb o różnych znakach (jedna dodatnia, druga ujemna) jest liczbą ujemną.

Na przykład:

$$(-10) : 5 = -2,$$

$$10 : (-5) = -2.$$

Ćwiczenie 8



Oblicz. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybierz prawidłowy wynik.

- $(-24) : (-6) =$
- $(-35) : 7 =$
- $48 : (-8) =$
- $(-120) : 12 =$
- $(-36) : (-4) =$
- $42 : (-6) =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Ćwiczenie 9

Uzupełnij obliczenia. Kliknij w luki, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową liczbę.

• $(-64) : \boxed{} = -8$

• $\boxed{} : (-9) = 7$

• $\boxed{} : 2 = -14$

• $(-30) : \boxed{} = 5$

• $\boxed{} : (-4) = 0$

• $400 : \boxed{} = -10$

-63 0 8 -40 -6 -28

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Obliczając wartości wyrażeń wymagających mnożenia lub dzielenia kilku liczb, warto zacząć od ustalenia znaku wyniku.

Przykład 3

Obliczmy wartość wyrażenia

$$(-2) \cdot (-9) : 3 \cdot (-1).$$

Można wykonywać obliczenia po kolei

$$(-2) \cdot (-9) : 3 \cdot (-1) = 18 : 3 \cdot (-1) = 6 \cdot (-1) = -6$$

lub najpierw ustalić znak wyniku, a następnie wykonywać obliczenia.

$$(-2) \cdot (-9) : 3 \cdot (-1) = -2 \cdot 9 : 3 \cdot 1 = -18 : 3 \cdot 1 = -6 \cdot 1 = -6.$$

Ćwiczenie 10



Oblicz wartości wyrażeń. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybierz odpowiedni wynik.

- $(-25) : (-5) \cdot (-8) =$
- $(-2) \cdot 6 : (-4) \cdot (-3) =$
- $(-84) : (-2) : (-7) \cdot (-8) =$
- $20 : (-5 \cdot 4) =$
- $(-550) : (-11) : (-5) =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Wpisz brakującą liczbę całkowitą w puste miejsce.

- $(-44) :$ $\cdot (-3) = -12$
- $(-50) : (-2) :$ $= -25$
- $7 \cdot$ $: (-2) = -21$
- $9 : (-3)^2 :$ $= -1$
- $(-1)^2 : (-1)^3 \cdot$ $= 3$
- $[-2 \cdot$ $] : [(-3) \cdot 6] = 1$

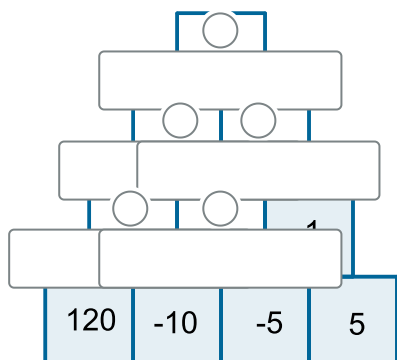
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

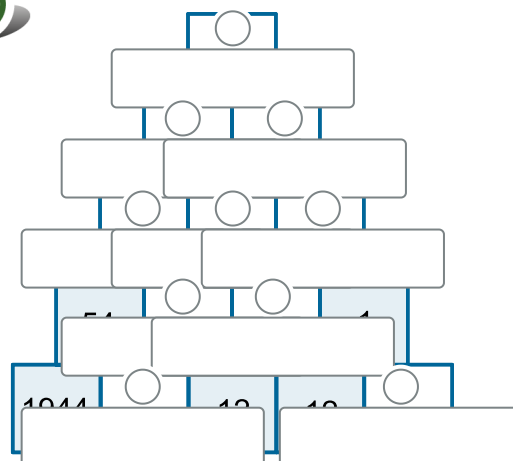


W puste pola wpisz odpowiednie liczby. Każda z tych liczb jest ilorazem dwóch liczb znajdujących się bezpośrednio pod nią.

a



b



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Ćwiczenie 13

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Iloraz liczby (-1000) i liczby do niej przeciwnej jest liczbą ujemną.
- ☐ Iloczyn liczb (-300) i (-50) jest mniejszy niż iloczyn liczb 300 i 50 .
- ☐ Iloczyn kolejnych dwudziestu liczb całkowitych, z których najmniejszą jest -10 , jest liczbą dodatnią.
- ☐ Iloczyn dwudziestu liczb ujemnych jest liczbą ujemną.
- ☐ Liczba przeciwna do iloczynu jedenastu liczb ujemnych jest liczbą dodatnią.
- ☐ Iloraz dwóch liczb całkowitych, z których jedna jest liczbą ujemną, a druga dodatnią, może być liczbą dodatnią lub liczbą ujemną.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.