

## Równoległe łączenie ogniw

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Równoległe łączenie ogniw

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/illustrations/microchips-electronics-semiconductor-4924170/> [dostęp 12.07.2022 r.].

## Czy to nie ciekawe?

Źródła napięcia w obwodzie używa się pojedynczo, bądź też łączy się je szeregowo lub równoległe. Ten drugi sposób jest nieco trudniejszy do rozważania, ale za to pod wieloma względami ciekawszy. Szczególnie, gdy bierze się pod uwagę połączenie ogniw o różnych parametrach. Zapraszamy więc do lektury. Nie ma się czego bać, bo ta „trudność” w istocie polega tylko na nieco większej liczbie przekształceń rachunkowych. Zaczynamy?

### Twoje cele

- dowiesz się, jak obliczać parametry baterii złożonej z takich samych lub różnych ogniw połączonych równoległe,
- rozwiążesz problemy i zagadki dotyczące połączeń szeregowych ogniw - z pewnością przyda Ci się to kiedyś w życiu.

# Przeczytaj

---

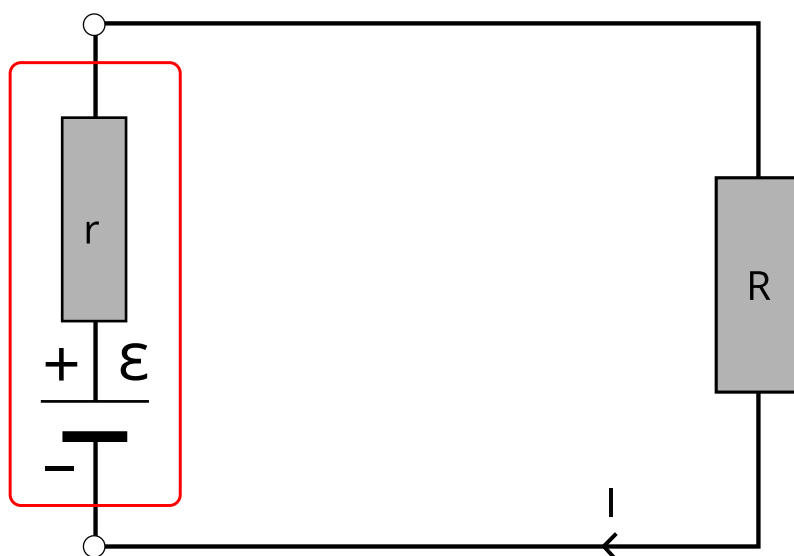
## Warto przeczytać

Ogniwo to element obwodu, odpowiedzialny za dostarczanie energii elektrycznej koniecznej do tego, by popłynął prąd. Charakteryzuje się dwiema wielkościami: **siłą elektromotoryczną** (w skrócie SEM) i oporem wewnętrznym.

SEM to wartość energii nadawanej ładunkom w źródle, przypadająca na ładunek jednostkowy. Wielkość ta ma wymiar wolta (V). SEM to inaczej wartość napięcia elektrycznego, jakie występuje na zaciskach rozwartego ogniwa.

Opór wewnętrzny reprezentuje straty energii w ogniwie, związane z przepływem przez nie prądu. Traktuje się go jak zwykły opornik, na którym występuje spadek napięcia elektrycznego.

Schemat źródła prądu o SEM równej  $\mathcal{E}$  i o oporze wewnętrznym  $r$ , podłączonego do odbiornika o oporze  $R$ , przedstawiono na Rys. 1.



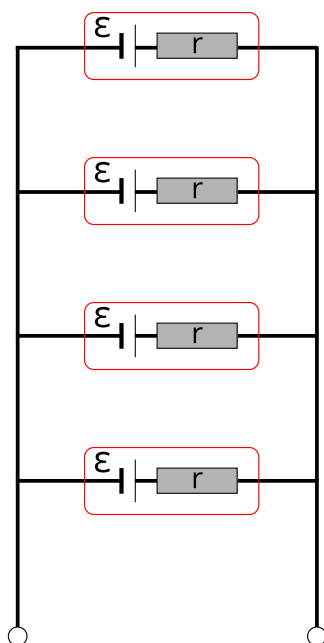
Rys. 1. Schemat źródła napięcia, podłączonego do odbiornika o oporze  $R$ .

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Czasami kilka ogniw łączy się ze sobą tworząc baterię. Zbadajmy sytuację, w której źródła połączone są równolegle.

### Równoległe połączenie jednakowych ogniw

Rozważmy baterię przedstawioną na Rys. 2.

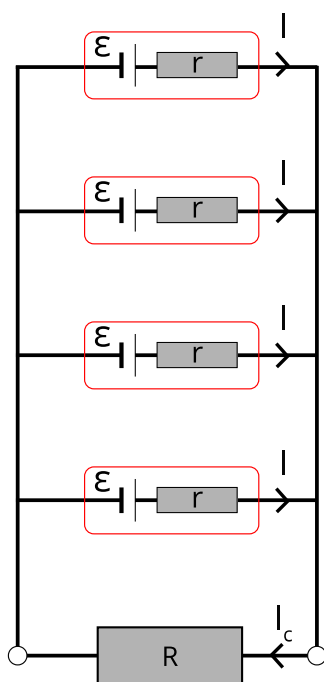


Rys. 2. Równoległe połączenie jednakowych ogniw.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Wszystkie ujemne bieguny połączone są ze sobą, czyli posiadają jednakowy potencjał. To samo tyczy się biegunów dodatnich. Napięcie (czyli różnica potencjałów) na każdym ogniwie oraz na zaciskach całej baterii jest takie samo (równe sile elektromotorycznej pojedynczego źródła).

$$SEM = \mathcal{E} \quad (1)$$



Rys. 3. Bateria ogniw podłączona do odbiornika o oporze  $R$ .

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Rozważmy sytuację, w której baterię tę podłączono do opornika zewnętrznego o wartości  $R$ . Prąd płynący przez ten opornik rozdziela się (po równo, bo ogniwa są takie same) na

cztery gałęzie, co można wyrazić wzorem wynikającym z **I prawa Kirchhoffa**:

$$I_c = 4I. \quad (2)$$

Poszukajmy oporu wewnętrznego całej baterii, czyli takiej zastępującej wszystkie źródła wartości  $R_w$ , by przy tym samym napięciu płynął prąd o takim samym natężeniu.  $R_w$  musi więc spełniać zależność wynikającą z bilansu napięć (**II prawa Kirchhoffa**):

$$\mathcal{E} = I_c R_w + I_c R, \quad (3)$$

lub inaczej:

$$U = \mathcal{E} - I_c R = I_c R_w, \quad (4)$$

gdzie literą  $U$  oznaczyliśmy napięcie na zaciskach baterii.

Bilans napięć (**II prawo Kirchhoffa**) dla dowolnego oczka obwodu na Rys. 3. jest następujący:

$$\mathcal{E} = Ir + I_c R, \quad (5)$$

a wyrażony podobnie, jak we wzorze (4), przyjmuje postać:

$$U = \mathcal{E} - I_c R = Ir. \quad (6)$$

Porównując wzory (4) i (6), oraz korzystając z zależności (2), otrzymujemy:

$$R_w = \frac{r}{4}. \quad (7)$$

Łatwo zauważyć, że dla dowolnej liczby  $n$  jednakowych, połączonych równolegle ogniw, mamy:

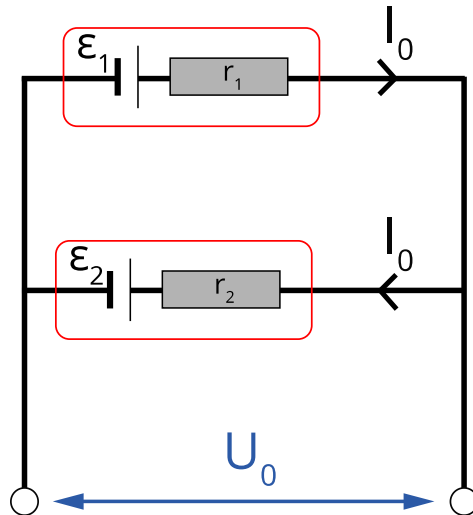
$$R_w = \frac{r}{n}, \quad (7a)$$

czyli opór wewnętrzny połączonych równolegle ogniw wyznacza się tak, jak **opór zastępczy** zwykłych oporników. O oporze zastępczym możesz przeczytać więcej w e-materiale „Jak zdefiniować opór zastępczy?”.

Głównym powodem równoległego łączenia ogniw w baterie jest zmniejszenie natężenia prądu, który przepływa przez każde ogniwo. W przypadku ogniw chemicznych oznacza to zwiększenie **pojemności baterii**. Czerpanie prądu o mniejszym natężeniu powoduje, że możemy go czerpać dłużej.

### **Równoległe połączenie różnych ogniw w baterię**

Rozważmy sytuację, w której dwa różne ogniwa połączono równolegle tak, jak na Rys. 4.



Rys. 4. Równoległe połączenie różnych ogniw.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Jeżeli  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ , nawet przy rozwartych zaciskach baterii, wewnątrz obwodu zawierającego oba źródła będzie płynął prąd w kierunku zaznaczonym na rysunku. Ponieważ tak, jak w poprzedniej sytuacji, bieguny połączone są ze sobą, napięcie na obu ogniwach musi być takie samo. Jest to możliwe dlatego, że w obu gałęziach, oprócz siły elektromotorycznej źródła, występuje także napięcie na oporze wewnętrznym, wynikające z faktu, że w gałęzi płynie prąd.

Rozważmy obwód zawierający oba ogniwa. Siły elektromotoryczne działają w nim przeciwnie, a na obu oporach wewnętrznym następują spadki napięcia wynikające z płynącego prądu. Zgodnie z **II prawem Kirchhoffa**, możemy więc napisać bilans napięć dla tego obwodu:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I_0 r_1 + I_0 r_2. \quad (8)$$

Otrzymujemy zatem:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2}. \quad (9)$$

Napięcie  $U_0$  między biegunami całej baterii możemy obliczyć, rozważając na przykład górną gałąź:

$$U_0 = \mathcal{E}_1 - I_0 r_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}. \quad (10)$$

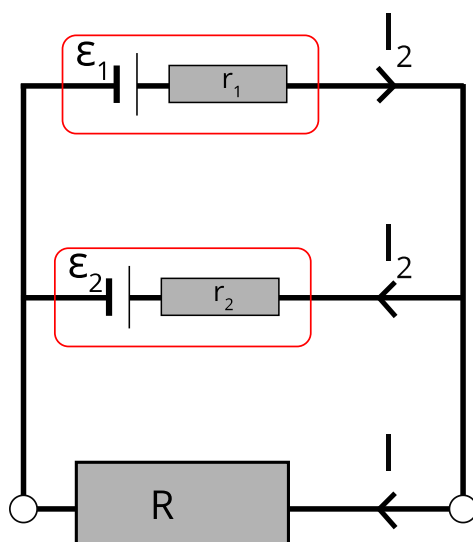
Napięcie to ma wartość pośrednią pomiędzy  $\mathcal{E}_1$  i  $\mathcal{E}_2$  i pełni rolę siły elektromotorycznej całej baterii.

Warto zauważyć, że w gałęzi zawierającej źródło o większej SEM, spadek napięcia na oporze wewnętrznym obniża napięcie na całej gałęzi. W przypadku źródła o mniejszej SEM, napięcie na oporze wewnętrznym ma inny znak, gdyż prąd płynie w kierunku przeciwnym

do polaryzacji ogniwa. Podnosi ono napięcie na całej gałęzi tak, by było ono równe napięciu na drugiej gałęzi oraz temu, które panuje na zaciskach całej baterii (zgodnie ze stwierdzeniem, które padło na początku naszych rozważań poświęconych połączeniu równoległemu różnych źródeł).

### Podłączenie baterii różnych ogniw połączonych równoległe do odbiornika

Jeżeli do rozważanej baterii podłączymy opornik o wartości  $R$ , to używając oznaczeń z Rys. 5. możemy napisać:



Rys. 5. Bateria różnych ogniw podłączona do odbiornika.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

$$I_1 = I_2 + I. \quad (11)$$

Wzór analogiczny do (8) przybierze postać:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2, \quad (12)$$

a odpowiednik (10) będzie następujący:

$$IR = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1. \quad (13)$$

Rozwiązując układ tych trzech równań, można obliczyć wartość  $I$ ,  $I_1$  i  $I_2$  i poznać wszystkie parametry tego układu.

Jeśli chcemy określić opór wewnętrzny całej baterii tak, jak uczyniliśmy to przy połączeniu jednakowych ogniw, musimy napisać odpowiednik równania (3) w następującej postaci:

$$U_0 = IR_w + IR. \quad (14)$$

$U_0$  jest odpowiednikiem SEM całej baterii, gdyż jest to napięcie panujące na jej rozwartych zaciskach, którego wartość wyznaczyliśmy w równaniu (10).

Wyznaczymy  $I_2$  z zależności (11) i wstawmy do (12) w celu otrzymania  $I_1$ . Gdy tę ostatnią wielkość podstawimy do (13), po przekształceniach uzyskamy równanie:

$$U_0 = I \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + IR. \quad (15)$$

Porównując je z (14) zauważmy, że

$$R_w = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, \quad (16)$$

a więc opór wewnętrzny baterii różnych ogniw połączonych równolegle wyznacza się tak samo, jak opór zastępczy zwykłych oporników.

## Słowniczek

### I prawo Kirchhoffa

(ang. *Kirchhoff's first law*) – prawo dotyczące rozgałęzień obwodu (tzw. węzłów), wynikające z zasady zachowania ładunku: suma natężeń prądów wpływających do węzła jest równa sumie natężeń prądów wypływających z niego.

### II prawo Kirchhoffa

(ang. *Kirchhoff's second law*) – prawo dotyczące bilansu napięć w obwodzie, wynikające z zasady zachowania energii: dla każdego obwodu zamkniętego, suma sił elektromotorycznych jest równa sumie spadków napięć na oporach.

### Opór zastępczy

(ang. *equivalent resistance*) – taka wartość oporu, którym możemy zastąpić wszystkie oporniki połączone w układ, by przy tym samym napięciu przepłynął prąd o tym samym natężeniu.

### Pojemność baterii

(ang. *battery capacity*) – parametr charakteryzujący ogniwa galwaniczne określający, jak długo można z ogniwa czerpać prąd o określonym natężeniu lub jaki ładunek elektryczny można w sumie pobrać z ogniwa.

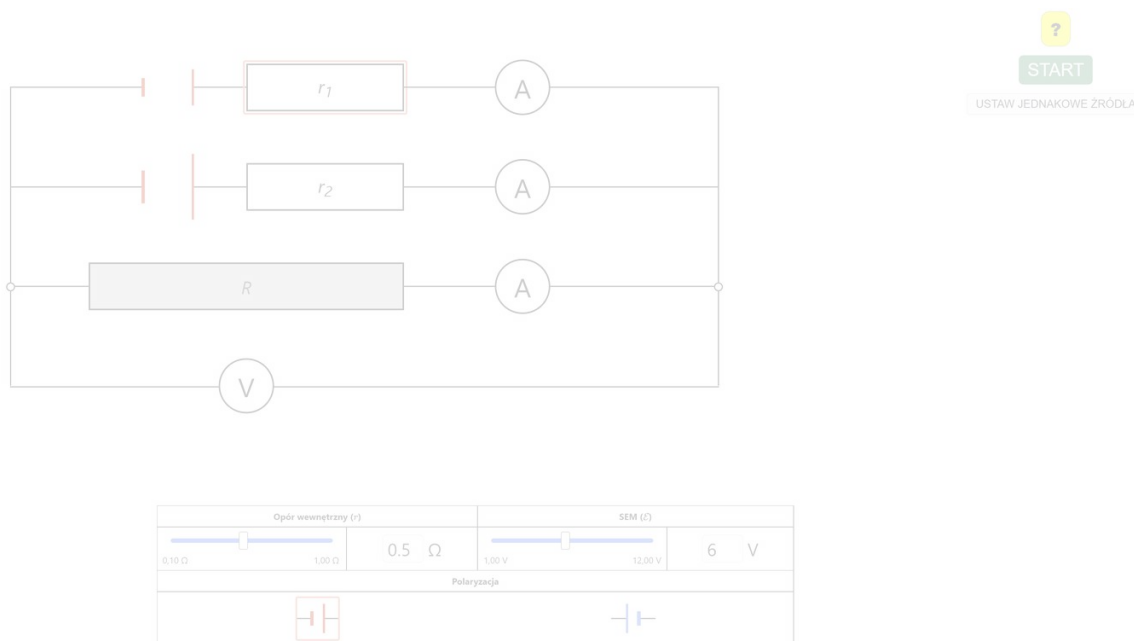
### Siła elektromotoryczna

(ang. *electromotive force*) – napięcie źródła powodujące przepływ prądu w obwodzie, liczbowo równe elektrycznej energii potencjalnej nadawanej ładunkowi jednostkowemu przez źródło (równe napięciu panującemu na zaciskach źródła, do którego nie podłączono obwodu zewnętrznego).

# Symulacja interaktywna

## Równoległe łączenie ogniw.

Symulacja interaktywna pozwala badać parametry baterii złożonej z dwóch równoległe połączonych ogniw. Możesz ustawiać wartości SEM, oporu wewnętrznego i polaryzację każdego ogniwa oddzielnie i obserwować, jak zmienia się siła elektromotoryczna i opór wewnętrzny całej baterii. Na ekranie widoczne są wskazania woltomierza i amperomierza, włączonych do układu. Opór wewnętrzny obliczany jest na podstawie ich wskazań.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D4XtORJIX>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

### Polecenie 1

Sprawdź, jak zachowuje się opór wewnętrzny całej baterii na skutek zmiany oporu wewnętrznego każdego ogniwa.

### Polecenie 2

Sprawdź, jak zachowuje się siła elektromotoryczna całej baterii na skutek zmiany siły elektromotorycznej każdego ogniwa.

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



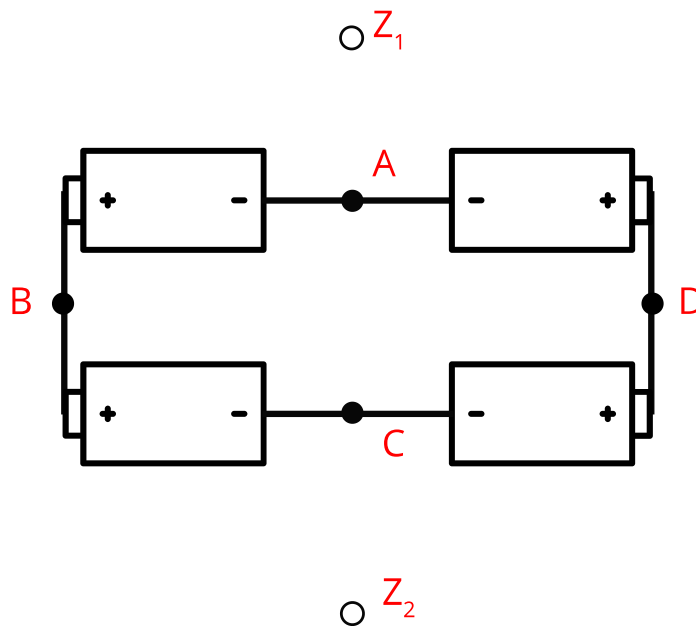
Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



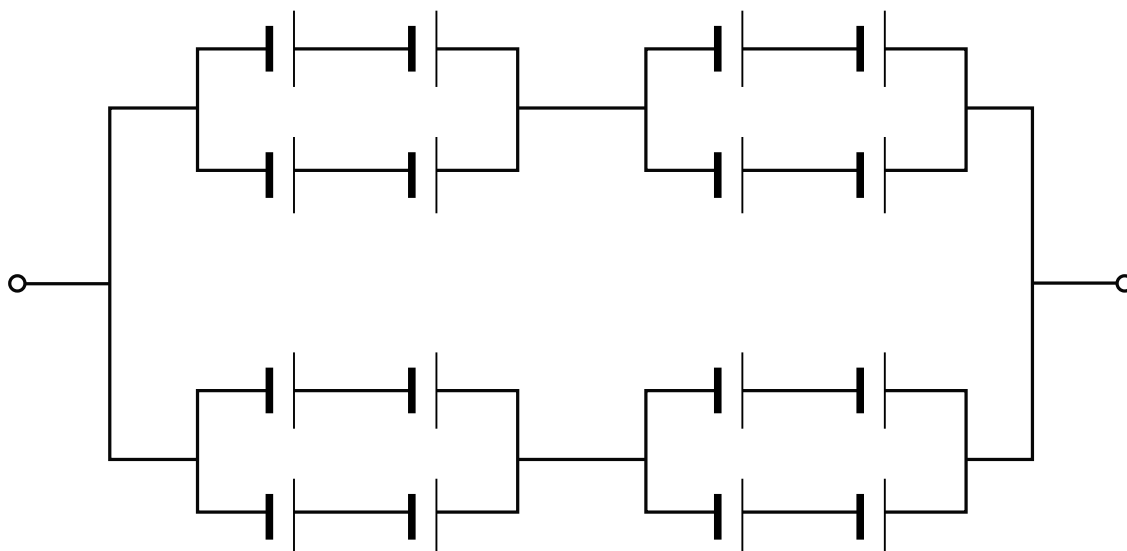
Które punkty na rysunku poniżej należy połączyć z zaciskiem  $Z_1$ , a które z zaciskiem  $Z_2$ , by między tymi zaciskami utworzyć równoległe połączenie czterech ogniw?



## Ćwiczenie 6



Szesnaście jednakowych źródeł o sile elektromotorycznej  $\mathcal{E}$  i oporze wewnętrznym  $r$  połączono tak, jak na rysunku. Oblicz w pamięci siłę elektromotoryczną i opór wewnętrzny całej baterii. Wynik podaj z dokładnością do jednej cyfry znaczącej.



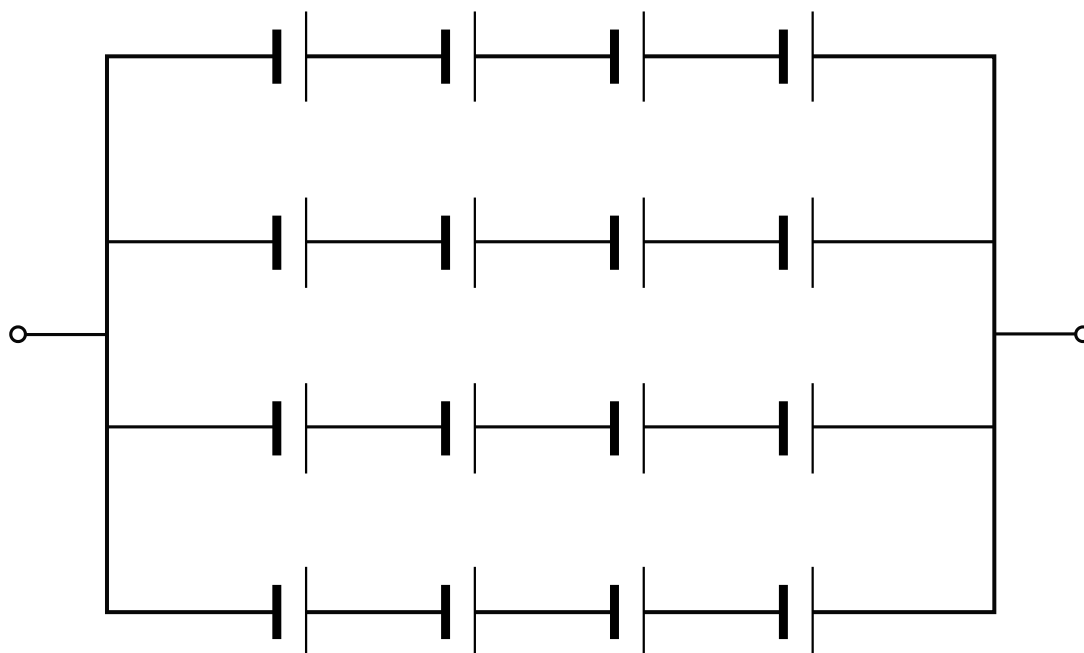
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

## Ćwiczenie 7



Uczniowie zbudowali układ szesnastu jednakowych źródeł o SEM =  $\mathcal{E}$  i oporze wewnętrznym  $r$ , przedstawiony na rysunku a. Następnie wykonywali różne dodatkowe połączenia badając, jak zmieni się siła elektromotoryczna i opór wewnętrzny tak powstałej baterii – rysunki od b do e. Pomóż im wyznaczyć SEM i opór wewnętrzny, zaznaczając przy każdym rysunku poprawny wynik.

a)



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

b)

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

c)

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

d)

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

e)

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

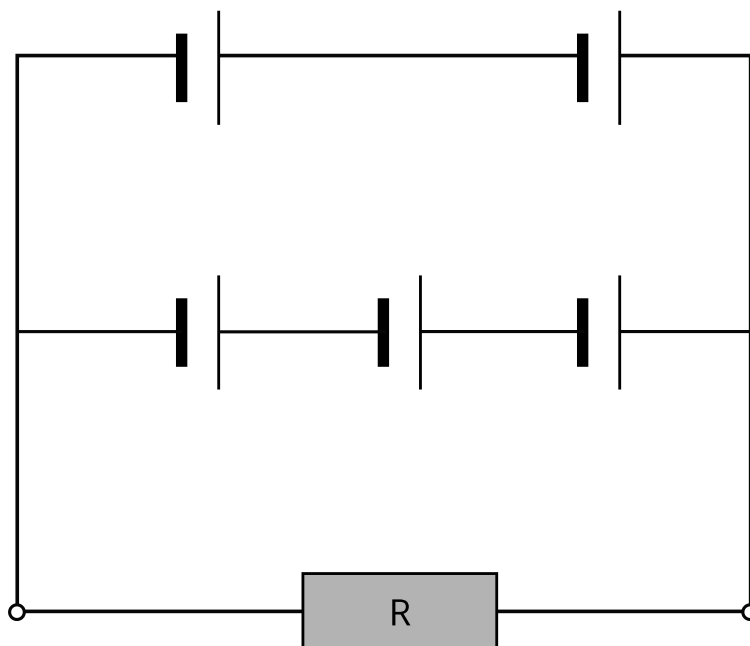
### Ćwiczenie 8



Uczniowie zbudowali baterię złożoną z sześciu jednakowych ogniw o sile elektromotorycznej  $\mathcal{E} = 2\text{ V}$  i oporze wewnętrznym  $r = 1\ \Omega$  każde i podłączyli ją do odbiornika o oporze  $R = 10\ \Omega$ . Niestety, jedno z tych źródeł uległo uszkodzeniu i nastąpiło w nim zwarcie. Wskutek tego powstał taki obwód, jak na rysunku. Oblicz natężenie prądu płynącego przez odbiornik

a) przed zwarcieniem,

b) po zwarciu źródła w górnej gałęzi.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

## Ćwiczenie 9



Dwa różne ogniwa połączono równolegle. Jedno z nich ma siłę elektromotoryczną  $\mathcal{E}_1 = 9 \text{ V}$  i opór wewnętrzny  $r_1 = 2 \Omega$ , a parametry drugiego wynoszą odpowiednio  $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$ ,  $r_2 = 1 \Omega$ . Odpowiedz na poniższe pytania, a następnie porównaj swoje odpowiedzi z naszą propozycją.

a) Czy można tak dobrać opór odbiornika zewnętrznego, by przez źródło o mniejszej SEM nie płynął prąd?

b) Jeśli nie, to dlaczego? Jeśli tak, to czy można źródło o mniejszej SEM usunąć z obwodu bez zmiany natężenia prądu i napięcia na odbiorniku zewnętrznym?

# Dla nauczyciela

---

## Scenariusz lekcji

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Tomasz Sobiepan
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Równoległe łączenie ogniw</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
<b>Podstawa programowa</b>	<p><b>Cele kształcenia – wymagania ogólne</b></p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.</p> <p>VIII. Prąd elektryczny. Uczeń:</p> <p>12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).</p>
<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<p><b>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li><li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li><li>• kompetencje cyfrowe,</li><li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li></ul>

<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Oblicza parametry baterii złożonej z takich samych lub różnych ogniw połączonych równolegle,</li> <li>2. rozwiązuje problemy i zagadki dotyczące połączeń równoległych ogniw.</li> </ol>
<b>Strategie nauczania</b>	gamifikacja
<b>Metody nauczania</b>	decyzyjna
<b>Formy zajęć:</b>	praca w grupach
<b>Środki dydaktyczne:</b>	symulacja interaktywna, zestaw zadań
<b>Materiały pomocnicze:</b>	e-materiał: „Równoległe łączenie ogniw”
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca:</b>	
<p>Zaciekawienie uczniów: Jak w części „Czy to nie ciekawe?”.</p> <p>Uzgodnienie z uczniami celów do osiągnięcia na lekcji.</p> <p>Podzielenie uczniów na trzyosobowe grupy i wyjaśnienie reguł gry.</p>	
<b>Faza realizacyjna:</b>	
<p>Gra polega na zgromadzeniu jak największej liczby punktów przez grupę za rozwiązania zadań w określonym czasie.</p> <p>Za każde prawidłowe rozwiązanie grupa otrzymuje złotą baterię, składającą się z 6 ogniw. Za skorzystanie z podpowiedzi lub błędną próbę rozwiązania grupa traci dwa ogniwa z posianych baterii. Za jednorazowe skorzystanie z tekstu „Warto przeczytać” trzeba „zapłacić” jedno ogniwo. Grupy mogą też podpowiadać sobie nawzajem ustalając swoje własne ceny za taką podpowiedź, wyrażone w ogniwach. Korzystanie z symulacji interaktywnej jest bezpłatne.</p> <p>Bardzo ważne jest prawidłowe rozwiązanie pierwszego z zadań, gdyż grupa nie ma jeszcze żadnej baterii, więc nie może sobie pozwolić na błędy lub podpowiedzi. Grupa może pożyczyć jedno ogniwo od nauczyciela, ale w zamian będzie musiała oddać dwa ogniwa przy końcowym rozliczeniu.</p> <p>Wygrywa ta grupa, która zgromadzi najwięcej ogniw.</p> <p>Nauczyciel pełni rolę arbitra podczas gry.</p>	
<b>Faza podsumowująca:</b>	

Nauczyciel podsumowuje wyniki gry na lekcji i zapowiada pracę domową. Ostateczne rozstrzygnięcie zapadnie na następnej lekcji.

Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają, które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy (jakiej i kiedy). W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.

**Praca domowa:**

Uczniowie mogą zdobywać dodatkowe ogniwa podczas pracy w domu. Prawidłowe rozwiązanie przez ucznia zadania, którego grupa nie zdążyła rozwiązać na lekcji i przysłanie rozwiązania (nie samego wyniku) nauczycielowi mailem w ciągu dwóch dni jest nagradzane dodatkowym ogniwem dla grupy.

**Wskazówki  
metodyczne  
opisujące różne  
zastosowania danego  
multimedium**

Symulacja interaktywna może być podręczną pomocą ucznia do każdego tematu dotyczącego stałego prądu elektrycznego, na każdym etapie nauki.