



# Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania

Materiał zawiera filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy: kroki metody podstawiania rozwiązywania układów równań

Przykłady - przykłady rozwiązywania różnych rodzajów układów równań metodą podstawiania.

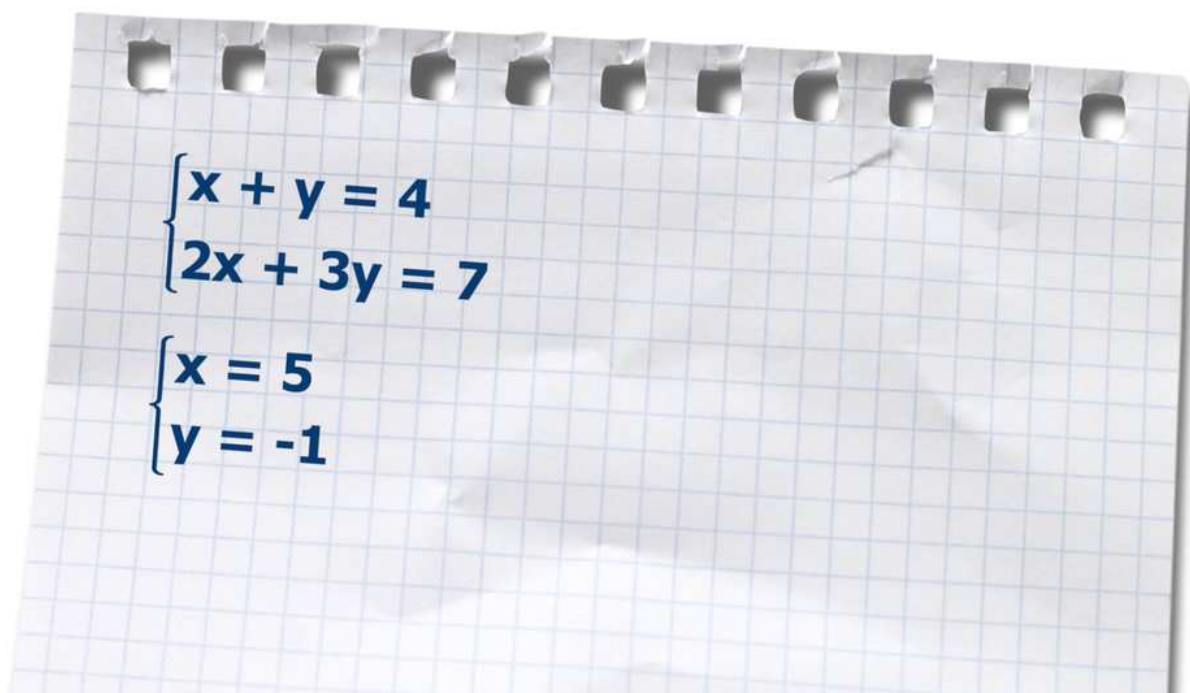
Ćwiczenia

- rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania

# Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania

---

W tym materiale zawarte są informacje na temat rozwiązywania układów równań. Zamieszczone tu przykłady pokazują sposoby rozwiązywania układów równań przy użyciu metody podstawiania.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R18Vfm51Yi2Mj>

Metoda podstawiania rozwiązywania układów równań\_atrapa\_animacja\_608

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

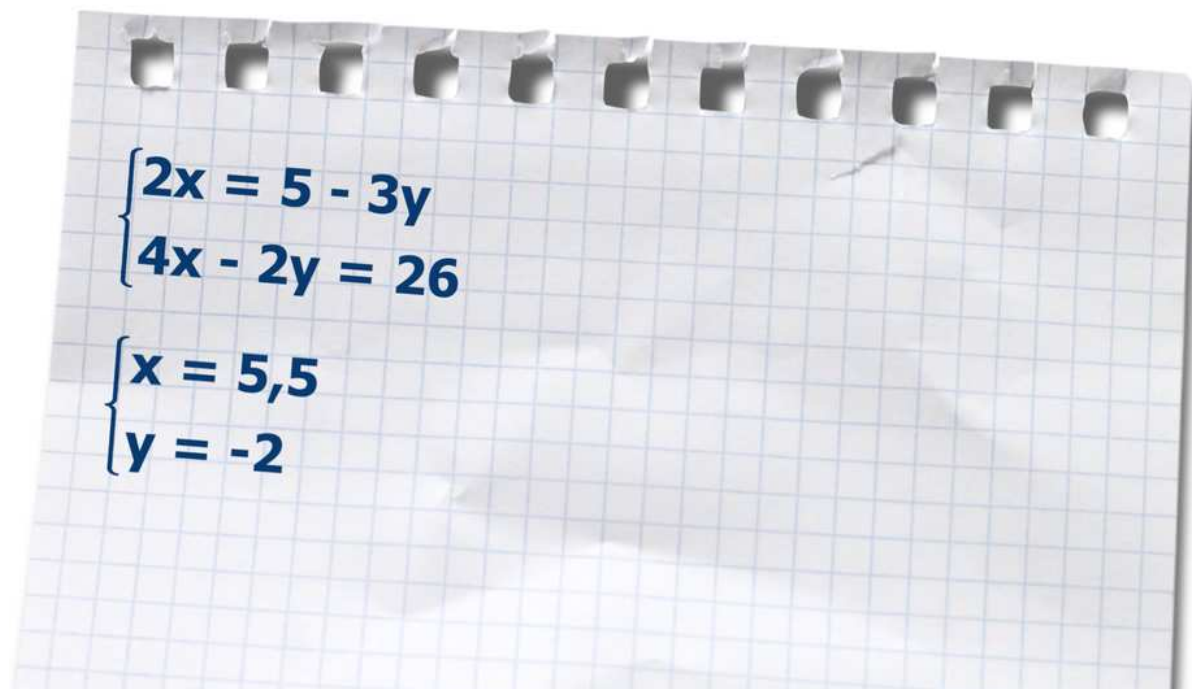
Animacja przedstawia w jaki sposób rozwiązać przykładowy układ równań metodą podstawiania.

## Przykład 1

Metoda podstawiania jest łatwiejsza do stosowania, jeżeli przynajmniej w jednym z równań układu, przed jedną z niewiadomych, znajduje się współczynnik liczbowy 1.

Rozwiążemy teraz układ równań, w którym żaden ze współczynników liczbowych występujących przed niewiadomymi nie jest równy 1.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x - 2y = 26 \end{cases}$$



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RhU1n8jEjCRM8>

Metoda podstawiania rozwiązywania układów równań animacja\_609

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób rozwiązać przykładowy układ równań metodą podstawiania.

---

### Przykład 2

Rozwiążemy układ równań  $\begin{cases} -2x + 4y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$  metodą podstawiania.

Wyznamy niewiadomą  $x$  z drugiego równania układu i podstawimy otrzymane wyrażenie zamiast  $x$  do pierwszego równania układu.

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ -2(2y + 3) + 4y = 4 \end{cases}$$

Następnie rozwiążemy drugie równanie, przepisując pierwsze bez zmian.

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ -4y - 6 + 4y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ -4y + 4y = 4 + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ 0 \cdot y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ 0 = 10 \end{cases}$$

Drugie z równań układu okazało się równaniem sprzecznym, a więc układ równań jest układem sprzecznym.

**Zapamiętaj!**

Jeżeli, rozwiązując układ równań metodą podstawiania, równanie, do którego podstawimy wyrażenie algebraiczne z drugiego równania, okaże się równaniem sprzecznym, to taki układ jest **układem sprzecznym**.

**Przykład 3**

Rozwiążemy układ równań  $\begin{cases} -4x + 6y = 8 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$  metodą podstawiania.

Wyznamy niewiadomą  $x$  z drugiego równania układu i podstawimy otrzymane wyrażenie zamiast  $x$  do pierwszego równania układu.

$$\begin{cases} 2x = 3y - 4 \quad | : 2 \\ -4x + 6y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y - 2 \\ -4(1,5y - 2) + 6y = 8 \end{cases}$$

Następnie rozwiążemy drugie równanie, przepisując pierwsze bez zmian.

$$\begin{cases} x = 1,5y - 2 \\ -6y + 8 + 6y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y - 2 \\ -6y + 6y = 8 - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y - 2 \\ 0 \cdot y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y - 2 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Drugie z równań układu okazało się równaniem tożsamościowym, czyli takim, którego zbiór rozwiązań tworzą wszystkie liczby rzeczywiste. Rozwiązany układ równań jest zatem układem nieoznaczonym, czyli takim, który ma nieskończenie wiele rozwiązań.

**Zapamiętaj!**

Jeżeli, rozwiązując układ równań metodą podstawiania, równanie, do którego podstawimy wyrażenie wyznaczone z drugiego równania, okaże się równaniem tożsamościowym, to układ równań ma nieskończenie wiele par liczb spełniających to równanie, czyli jest **układem nieoznaczonym**.

## Ćwiczenie 1



Podany jest układ równań  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$ . Uporządkuj poniższe układy tak, aby utworzyły kolejne etapy rozwiązania danego układu równań metodą podstawiania. Złap element i przesuń go w górę lub w dół.

$$\begin{cases} x = 4 - 2y \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2y \\ -2y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2 \cdot 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2y \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2y \\ 8 - 4y + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2y \\ 2(4 - 2y) + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

## Ćwiczenie 2



Podany jest układ równań  $\begin{cases} -3x + y = 8 \\ 5x + 3y = 10 \end{cases}$ . Uporządkuj poniższe układy tak, aby utworzyły kolejne etapy rozwiązania danego układu równań metodą podstawiania. Złap element i przesuń go w górę lub w dół.

$$\begin{cases} y = 8 + 3x \\ 14x = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 + 3x \\ 5x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 + 3x \\ 5x + 24 + 9x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 8 + 3 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 + 3x \\ 5x + 3(8 + 3x) = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 8 + 3x \end{cases}$$

### Ćwiczenie 3



Jakie wyrażenie otrzymamy, wyznaczając  $x$  z pierwszego równania układu  $\begin{cases} 5x + 7y = 12 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$ ?

Zaznacz poprawną odpowiedź.

$x = \frac{12}{7} - \frac{5}{7}y$

$x = 2,5y + 4$

$x = -1,6 + 0,4y$

$x = 2,4 - 1,4y$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 4



Jakie wyrażenie otrzymamy, wyznaczając  $y$  z drugiego równania układu  $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$ ?

Zaznacz poprawną odpowiedź.

$y = 10 - 4x$

$y = 3 + 1,5x$

$y = 2 + \frac{2}{3}x$

$y = 2,5 - 0,25x$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Wyznaczamy niewiadomą  $x$  z pierwszego równania układu  $\begin{cases} -2x + 5y = 12 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$ , a następnie podstawiamy otrzymane wyrażenie w miejsce niewiadomej  $x$  do drugiego równania. Co otrzymamy po uproszczeniu tego wyrażenia? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$-1,5y = 11$

$-4,5y = 9,5$

$3y = 22$

$3,6y = 2,6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6



Wyznaczamy niewiadomą  $y$  z drugiego równania układu  $\begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ , a następnie podstawiamy otrzymane wyrażenie w miejsce niewiadomej  $y$  do pierwszego równania. Co otrzymamy po uproszczeniu tego wyrażenia? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$-5x = 34$

$x = -8$

$0,5x = 4$

$1\frac{2}{3}x = 11$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



## Ćwiczenie 7

Uzupełnij kolejne etapy rozwiązania układu równań metodą podstawienia, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia.

$$\begin{cases} -x - 4y = 11 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$$

etap 1

$$\begin{cases} x = -11 - 4y \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$$

etap 2

$$\begin{cases} x = -11 - 4y \\ -55 - \text{[ ]} + 3y = \text{[ ]} \end{cases}$$

etap 3

$$\begin{cases} x = -11 - 4y \\ \text{[ ]} = \text{[ ]} \end{cases}$$

etap 4

$$\begin{cases} x = -11 - 4y \\ y = \text{[ ]} \end{cases}$$

etap 5

$$\begin{cases} x = \text{[ ]} \\ y = \text{[ ]} \end{cases}$$

1

$2\frac{5}{23}$

$23y$

$-3$

$17y$

$-3$

3

$-20y$

$-17y$

$20y$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



## Ćwiczenie 9



Wpisz w luki odpowiednie liczby tak, aby utworzyć kolejne etapy rozwiązania układu równań metodą podstawiania.

$$\begin{cases} x - 5y = 8 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$$

etap 1

$$\begin{cases} x = 8 + 5y \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$$

etap 2

$$\begin{cases} x = 8 + 5y \\ 2( \quad + \quad ) 4y = 2 \end{cases}$$

etap 3

$$\begin{cases} x = 8 + 5y \\ 16 + \quad y + 4y = \quad \end{cases}$$

etap 4

$$\begin{cases} x = 8 + 5y \\ y = 2 \cdot \quad \end{cases}$$

etap 5

$$\begin{cases} x = 8 + 5y \\ y = \quad \end{cases}$$

etap 6

$$\begin{cases} x = \quad \\ y = \quad \end{cases}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Wpisz w luki odpowiednie liczby tak, aby utworzyć kolejne etapy rozwiązania układu równań metodą podstawiania.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

etap 1

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ -y = -x \end{cases}$$

etap 2

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ y = x - \end{cases}$$

etap 3

$$\begin{cases} 3x + 2(x - ) = \\ y = 4x - 10 \end{cases}$$

etap 4

$$\begin{cases} 3x + x - 3 = \\ y = 4x - 10 \end{cases}$$

etap 5

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = \end{cases}$$

etap 6

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Rozwiązując układ równań metodą podstawiania, otrzymujemy równanie  $3x - 2 = 3x + 1$ . Jaki jest ten układ równań? Zaznacz poprawną odpowiedź.

oznaczony

nieoznaczony

sprzeczny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Rozwiązując układ równań metodą podstawiania, po wyznaczeniu zmiennej z jednego równania i wstawieniu jej do drugiego równania, otrzymujemy równanie  $-2x + 3 = 2x + 3$ . Jaki jest ten układ równań? Zaznacz poprawną odpowiedź.

sprzeczny

nieoznaczony

oznaczony

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 13



Rozwiązując układ równań metodą podstawiania, po wyznaczeniu zmiennej z jednego równania i wstawieniu jej do drugiego równania, otrzymujemy równanie  $x - 3 + 2 = 2x - x - 1$ . Jaki jest ten układ równań? Zaznacz poprawną odpowiedź.

oznaczony

sprzeczny

nieoznaczony

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 14



Która para liczb jest rozwiązaniem układu równań  $\begin{cases} -3x + 4y = 5 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ ? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$x = -11, y = -7$

$x = -1\frac{2}{3}, y = -2\frac{1}{3}$

$x = 5,8, y = 1,4$

$x = 7\frac{2}{3}, y = 2\frac{1}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 15



Jaki układ otrzymamy, rozwiązując układ równań  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$  metodą podstawiania? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 2x + 9x - 15 = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 2x - 9x - 15 = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 2x - 9x - 15 = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 2x - 9x + 15 = 7 \end{cases}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 16



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Jeżeli rozwiązując układ równań metodą podstawiania, otrzymaliśmy równanie  $8y - 7y + 2 = 2$ , to rozwiązywany układ jest nieoznaczony.

Jeżeli rozwiązując układ równań metodą podstawiania, otrzymaliśmy równanie  $-3x + 3x - 7 = -7$ , to rozwiązywany układ jest sprzeczny.

Para liczb  $x = 9, y = -5$  jest rozwiązaniem układu równań

$$\begin{cases} -4x + 2y = 10 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases}.$$

Wyznaczając  $x$  z drugiego równania układu  $\begin{cases} 5x - 7y = 12 \\ -4x + 7y = 5 \end{cases}$ , otrzymamy  $x = 1,75y - 1,25$ .

## Ćwiczenie 17



Rozwiąż układy równań metodą podstawiania. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby i słowa lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \begin{cases} x = 2y + 3 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}}, y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \begin{cases} y = x - 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}}, y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \begin{cases} x = 2 - 3y \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}}, y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \begin{cases} y = -2x + 3 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}}, y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\bullet \begin{cases} x = y - 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$


Ten układ jest  $\boxed{\phantom{00}}$ .

$$\bullet \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}}, y = \boxed{\phantom{00}}$$

- |    |              |       |                |       |                |   |   |   |           |   |    |
|----|--------------|-------|----------------|-------|----------------|---|---|---|-----------|---|----|
| 8  | nieoznaczony | -1, 3 | 9              | -2, 6 | $1\frac{5}{9}$ | 1 | 5 | 2 | sprzeczny | 4 | -2 |
| -7 | -1, 4        | -1    | $-\frac{1}{3}$ | 2, 2  | 3              |   |   |   |           |   |    |

## Ćwiczenie 18

Rozwiąż układy równań metodą podstawiania. Uzupełnij poniższe równości, wpisując w  odpowiednie liczby.

$$\bullet \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$

$$\bullet \begin{cases} 4x - y = 2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$

$$\bullet \begin{cases} -3x + 2y = 8 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$


$$\bullet \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 16 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$

$$\bullet \begin{cases} -x - 2y = 4 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$

$$\bullet \begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$
$$x = \text{[ ]}, y = \text{[ ]}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 19

Rozwiąż układy równań metodą podstawiania. Uzupełnij poniższe równości, wpisując w  odpowiednie liczby. Jeżeli wynikiem takiego układu jest ułamek, to wpisz go w postaci ułamka dziesiętnego.

$$\bullet \begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$x =$  ,  $y =$

$$\bullet \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$$

$x =$  ,  $y =$

$$\bullet \begin{cases} -4x + 5y = 12 \\ 2x + 4y = 0,5 \end{cases}$$

$x =$  ,  $y =$

$$\bullet \begin{cases} 4y + x = 0 \\ -3x + 6y = 9 \end{cases}$$

$x =$  ,  $y =$

$$\bullet \begin{cases} -3x + 10y = 5 \\ x - 5y = -1 \end{cases}$$

$x =$  ,  $y =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.