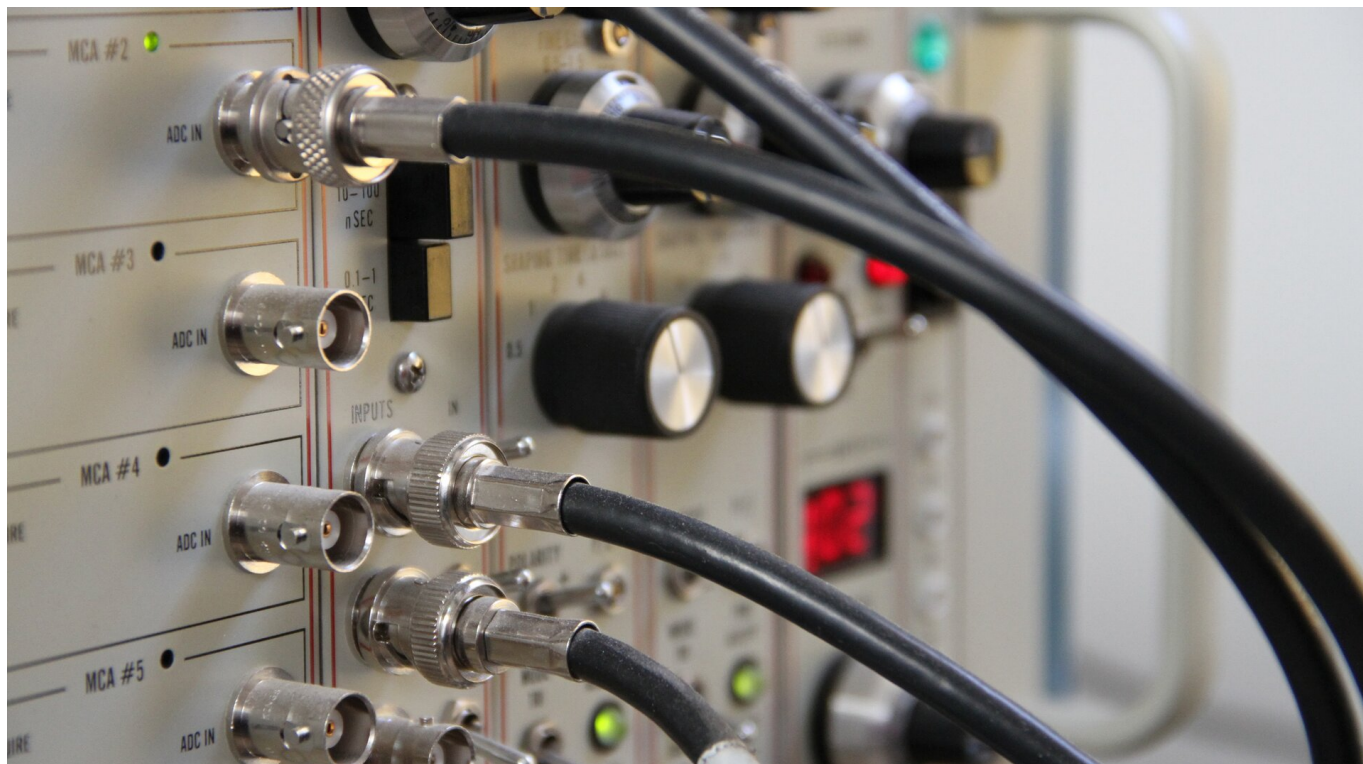




Jak analizować wyniki obliczeń szacunkowych?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak analizować wyniki obliczeń szacunkowych?

Czy to nie ciekawe?

Gdy rozpoczęliśmy studia, na zajęciach z analizy matematycznej wykładowca polecił nam oszacować wyniki przeprowadzanych obliczeń. Było to dla nas coś dziwnego, wręcz szokującego. Do tej pory mieliśmy wszystkie działania wykonywać bardzo dokładnie, a pomagały nam w tym kalkulatory. Czy jednak zawsze musimy być tacy precyzyjni? Może czasami warto spróbować w krótkim czasie określić przybliżony wynik? Jak należy go wówczas zinterpretować? O tym w niniejszym materiale.

Twoje cele

Zapoznanie z treścią materiału sprawi, że:

- dowiesz się, czym jest i na czym polega szacowanie obliczeń,
- nauczysz się szacować wartości wielkości fizycznych i wyrażeń matematycznych,
- zastosujesz poznaną wiedzę w praktyce.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Na podstawie dotychczas zdobytej wiedzy i (przede wszystkim) doświadczenia bardzo często jesteśmy w stanie przewidzieć, w jakiej odległości od nas znajduje się dany obiekt, jak długo zajmie nam dana czynność, czy określić, ile (mniej więcej) waży dany przedmiot. Nie jest to jednak kwestia zgadywania, lecz tak zwanego **szacowania**. Czym ono jest?

Szacowanie to podawanie przybliżonej wartości.

Szacowanie w fizyce pomaga kształtować nam intuicję, uczy określania, które prawa opisują daną sytuację, przewidywania, np. co może być skutkiem działania siły oraz pomaga w trafnym określaniu wartości wielkości fizycznych. Po jego dokonaniu warto zastanowić się, czy dany wynik ma sens logiczny i jest zgodny z obserwacjami oraz wcześniejszym doświadczeniem. Jeśli otrzymamy tutaj rozbieżności, oznacza to, że popełniliśmy błąd praktyczny bądź logiczny (albo – co gorsza – oba).

To nie jest tak, że szacujemy wszystko od urodzenia. Abyśmy mogli rozpocząć w naszych głowach takie operacje, musieliśmy nabrać doświadczenia, poznać wzorce pewnych wielkości, a przede wszystkim mieć z nimi do czynienia w praktyce. Na przykład młody kierowca często nie jest w stanie oszacować, czy zdąży podczas skrętu przejechać przed nadjeżdżającym z przeciwka samochodem, z czasem jednak nabiera tej umiejętności. Podobnie jest z kopiowaniem plików na komputerze – jeśli znamy swój sprzęt, wiemy, jaka jest jego szybkość oraz możemy sprawdzić rozmiar plików, to jesteśmy w stanie przewidzieć, jak długo potrwa kopiowanie ich do innego folderu. Gdybyśmy jednak wykonywali podobną operację na nieznanym nam komputerze – okazałoby się to dużo trudniejsze.

Co zatem można szacować i w jaki sposób najłatwiej to zrobić? Przyjrzyjmy się kilku przykładom.

- *Przykład nr 1 – szacowanie długości na podstawie mniejszych odległości*

Gdy chcemy oszacować wielkość stojącego przed nami bloku, na początku liczymy, ile ma pięter, następnie próbujemy określić, jaka jest wysokość jednej kondygnacji – po to, by na końcu pomnożyć obie liczby przez siebie.

- *Przykład nr 2 – szacowanie mniejszych długości na podstawie większych*

Przed nami stos dwudziestu identycznych podręczników ułożonych jeden na drugim. Jego wysokość oceniamy na pół metra. Na tej podstawie jesteśmy w stanie oszacować grubość jednej książki.

- *Przykład nr 3 – szacowanie objętości (lub pola figury) na podstawie pojedynczych długości*

Na stole stoi akwarium. Jego boki wynoszą około 20 cm, 30 cm i 40 cm. Na tej podstawie jesteśmy w stanie oszacować, ile litrów wody zmieści się do tego akwarium, jeśli wiadomo, że wypełnione zostanie od $\frac{3}{4}$ swojej objętości.

- *Przykład 4 – szacowanie wartości nieznanej nam liczby na podstawie innych, wcześniej poznanych*

Chcielibyśmy określić, jaka jest wartość liczby $\sqrt{19}$. W tym celu zastanówmy się, jakie wartości pierwiastków „w pobliżu” tej liczby znamy. Są to: $\sqrt{16} = 4$ oraz $\sqrt{25} = 5$. Zatem wiadomo, że

$$4 < \sqrt{19} < 5 .$$

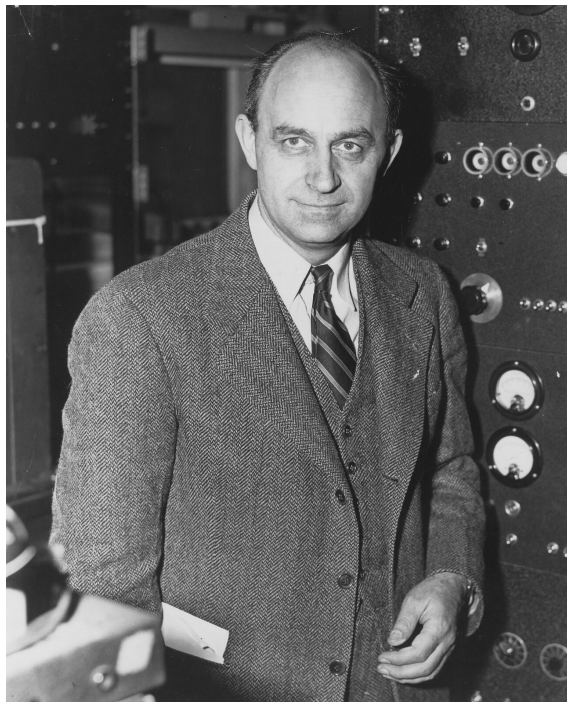
Możemy więc śmiało powiedzieć, że $\sqrt{19}$ mieści się w przedziale pomiędzy 4 a 5. Chcielibyśmy określić to dokładniej? Zastanówmy się, czy będzie on bliższy czwórce czy piątce. Wiemy, że $19 - 16 = 3$ oraz $25 - 19 = 6$, zatem przypuszczamy, iż wynik jest bliższy 4. Chcemy to sprawdzić dokładniej. Przeliczmy wartość wyrażenia $4,5 \cdot 4,5 = 20,25$. Mamy więc potwierdzenie, że

$$4 < \sqrt{19} < 4,5 .$$

Jeśli chcielibyśmy dalej zagłębiać się w ten problem – moglibyśmy sprawdzić, że $4,3 \cdot 4,3 = 18,49$ oraz $4,4 \cdot 4,4 = 19,36$ i stwierdzić, że $\sqrt{19}$ ma wartość około 4,35.

Po dokonaniu szacowania należy zastanowić się, czy wynik ma sens – czy zgadza się z przypuszczeniami, wcześniejszymi doświadczeniami.

Na koniec, jako ciekawostkę, można dodać, że uczonym, znanym z bardzo dokładnego i precyzyjnego podawania wartości na podstawie szacunków był Enrico Fermi (Fot. 1.). Z tego też względu, mówiąc o szacowaniu, wspomina się bardzo często o tzw. pytaniach Fermiego.



Fot. 1. Fizyk Enrico Fermi słynął z tego, że bardzo szybko i precyzyjnie potrafił szacować wartości. Źródło: [Department of Energy. Office of Public Affairs](#) / Public domain

Słowniczek

szacowanie

(*ang.: estimation*) określanie przybliżonej wartości.

Film samouczek

Jak analizować wyniki obliczeń szacunkowych?

Obejrzyj film samouczek, w którym oszacowano zmiany zużycia oleju opałowego do ogrzewania domu w stosunku do poprzedniego sezonu grzewczego.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DG25CbCTs>

Wysłuchaj ścieżki lektorskiej samouczka.

Polecenie 1

Wyszukaj w dostępnych źródłach ubiegłoroczne i tegoroczne ceny oleju opałowego i oszacuj, jak wzrosną koszty jego zakupu.

Polecenie 2

Zastanów się, co jeszcze, oprócz kosztów zakupu oleju opałowego, trzeba uwzględnić przy szacowaniu kosztów ogrzewania domu.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Szacowanie to:

- ☐ przewidywanie wyników
- ☐ dokładne obliczanie wyników za pomocą kalkulatora lub arkusza kalkulacyjnego
- ☐ zgadywanie wyników działań matematycznych

Ćwiczenie 2



Uzupełnij tekst.

Ze sprzedawcą energii elektrycznej rozliczamy się na podstawie rachunku prognozowanego lub rzeczywistego. Jaka jest pomiędzy nimi różnica? Rachunek prognozowany jest oparty na . Sprzedawca prądu na podstawie naszego wcześniejszego zużycia , ile zużyjemy w danym okresie rozliczeniowym. Korekty mają miejsce po dokonaniu odczytu energii elektrycznej. W przypadku rozliczenia rachunki za prąd są wystawiane na podstawie danych z licznika prądu.

licznika

prognozie

rzeczywistego

energii

odczytu

szacuje

Ćwiczenie 3



Ryza papieru do ksero ma grubość około 5 cm. Oszacuj grubość jednej kartki, wiedząc, że w ryzie jest 500 arkuszy. Wynik podaj w milimetrach.

Jednak kartka ma mm.

Ćwiczenie 4



W Polsce na 1000 mieszkańców przypada około 500 samochodów. Oszacuj, ile samochodów będzie znajdowało się we wsi, w której mieszka 350 osób. Zastanów się nad sensem otrzymanego wyniku.

Ćwiczenie 5



Oszacuj, ile wynosi $\sqrt{5}$. Jakiej liczbie całkowitej najbliższa jest odpowiedź?

Odpowiedź: .

Ćwiczenie 6



Oszacuj wartość $\sqrt[3]{50}$.

☐ nie da się oszacować

☐ 3

☐ 3,5

☐ 4

Ćwiczenie 7



Przed Tobą 11-piętrowy blok. Wiedząc, że wysokość jednego piętra to 2,5 m, oszacuj wysokość bloku. Nie zapomnij o parterze! Wynik podaj w metrach.

Wysokość bloku to m.

Ćwiczenie 8



Przy planowaniu podróży samochodem kierowca szacuje czas dojazdu do celu. Jakie czynniki bierze pod uwagę kierowca?

Ćwiczenie 9



Jak dużą powierzchnię zajęłyby zeszyty wszystkich uczniów twojej miejscowości, gdyby je ułożyć jeden obok drugiego? Czy to więcej niż powierzchnia boiska szkolnego? Jak wysoki byłby stos ułożony z tych zeszytów, gdyby ułożyć je jeden na drugim? Czy byłby wyższy niż najwyższy budynek w miejscowości, w której mieszkasz?

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	fizyka
Temat zajęć:	Jak analizować wyniki szacunkowe?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 3) prowadzi obliczenia szacunkowe i poddaje analizie otrzymany wynik. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 3) prowadzi obliczenia szacunkowe i poddaje analizie otrzymany wynik.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśni, czym jest i na czym polega szacowanie; 2. omówi przykłady szacowania wartości wielkości fizycznych i wyrażeń matematycznych; 3. zastosuje poznaną wiedzę w praktyce.
Strategie nauczania:	IBSE
Metody nauczania:	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, rozmowa kierowana
Formy zajęć:	praca indywidualna, dyskusja grupowa
Środki dydaktyczne:	tablica multimedialna / rzutnik
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel rozpoczyna lekcję poprzez zaciekawienie uczniów tematem. Rozmawia z uczniami na temat szacowania w życiu codziennym. Następnie, zadaniem nauczyciela jest rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej.	
Faza realizacyjna:	

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:

- nauczyciel prosi uczniów o to, by wyjaśnili, czym jest szacowanie,
 - uczniowie próbują stworzyć własną definicję słowa „szacowanie”,
 - nauczyciel pyta uczniów, co według nich wpływa na wyniki szacowania,
 - uczniowie odpowiadają na pytanie nauczyciela,
 - nauczyciel podaje uczniom kilka przykładów obliczeń szacunkowych, a następnie prosi ich o wykonanie tych obliczeń,
 - uczniowie wykonują polecenia nauczyciela, zadają także pytania dotyczące kwestii niezrozumiałych,
 - nauczyciel odpowiada na pytania uczniów.
- Kolejny etap lekcji obejmuje rekonstruowanie wiedzy uczniów:
- uczniowie wykonują zadania z części „Sprawdź się”, wskazane przez nauczyciela,
 - nauczyciel sprawdza poprawność uczniowskich rozwiązań.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel przeprowadza z uczniami rozmowę, podczas której omawiają rozwiązywane w trakcie lekcji zadania. Dodatkowo powinien sprowokować uczniów do wskazania problemów napotkanych w czasie samodzielnej pracy.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest zapoznanie się z filmem samouczkiem dołączonym do niniejszego materiału oraz wyselekcjonowanie kluczowych informacji i sporządzenie notatki z zajęć.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium

Film samouczek może być wykorzystany do samodzielnej pracy ucznia w trakcie lub przed lekcją.