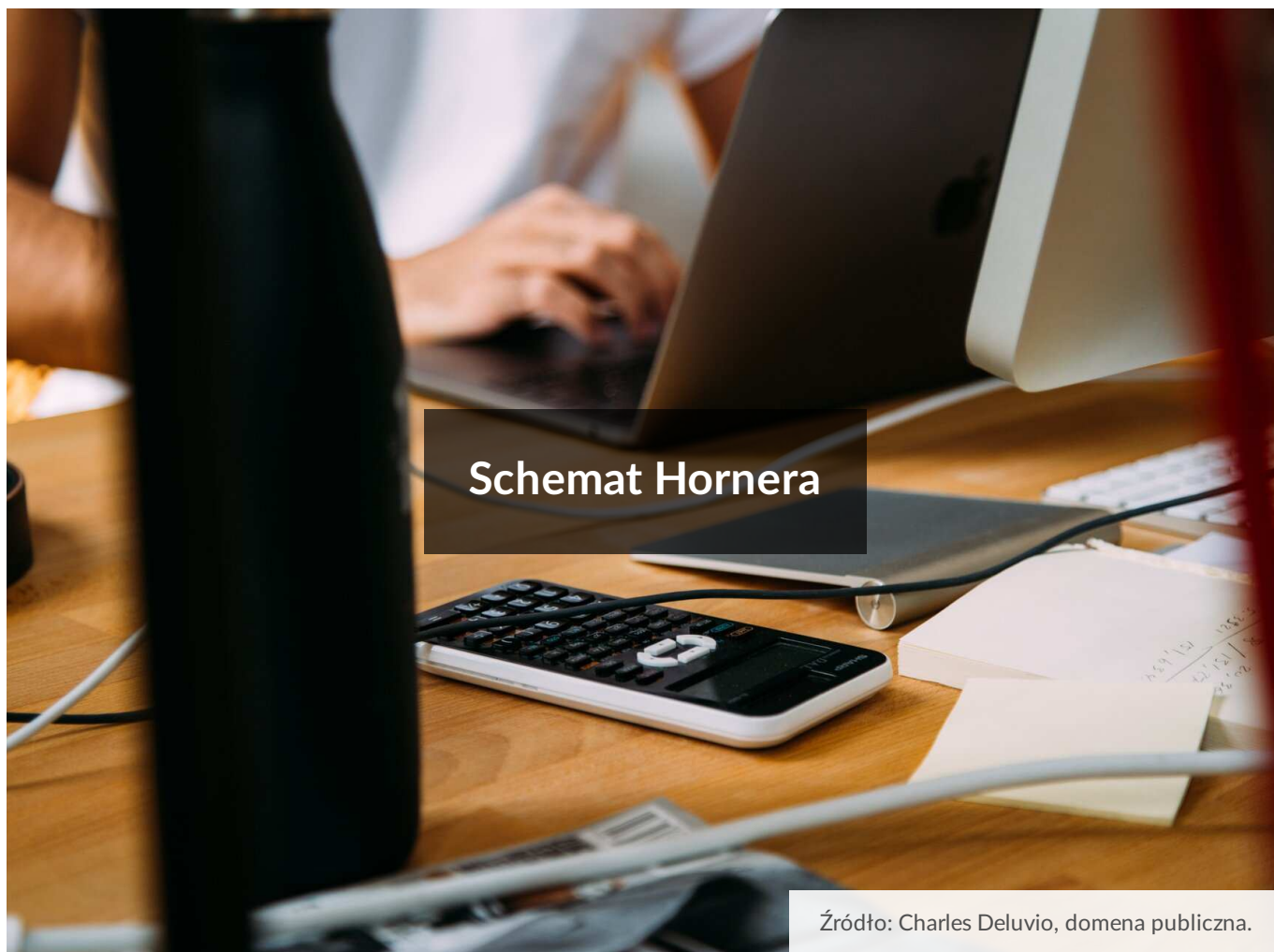




## Schemat Hornera

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Schemat Hornera

Źródło: Charles Deluvio, domena publiczna.

Schemat Hornera pozwala obliczać wartość wielomianu. Dzięki niemu można ograniczyć liczbę operacji mnożenia, co w informatyce pozwala zaoszczędzić czas oraz zasoby.

W tym e-materiale poznamy dwie wersje (iteracyjną i rekurencyjną) algorytmu, który obliczy wartość wielomianu z wykorzystaniem schematu Hornera.

Implementacje omawianego zagadnienia w poszczególnych językach programowania znajdziesz w e-materiałach:

- [Schemat Hornera w języku C++](#),
- [Schemat Hornera w języku Java](#),
- [Schemat Hornera w języku Python](#).

Więcej zadań znajdziesz w materiale: [Schemat Hornera – zadania maturalne](#).

### Twoje cele

- Wyjaśnisz, jak działa schemat Hornera zapisany iteracyjnie i rekurencyjnie.
- Przeanalizujesz obie wersje algorytmu obliczającego wartość wielomianu z wykorzystaniem schematu Hornera zapisane za pomocą pseudokodu.
- Wykorzystasz schemat Hornera do wykonania ćwiczeń.

# Przeczytaj

---

## Schemat Hornera – do czego służy?

Schematu Hornera używamy do obliczania wartości wielomianu. Ten sposób działania zmniejsza liczbę potrzebnych mnożeń, dzięki czemu jest on wydajniejszy niż obliczanie wartości wielomianu w sposób standardowy. Jest to możliwe, ponieważ komputer nie zużywa czasu na zbędne mnożenia. Obliczając wartość wielomianu w sposób tradycyjny, musimy wykonać  $\frac{n(n+1)}{2}$  mnożeń oraz  $n$  dodawań. Natomiast przy wykorzystaniu schematu Hornera wystarczy  $n$  mnożeń oraz  $n$  dodawań.

## Wprowadzenie do algorytmu

W celu zrozumienia działania algorytmu obliczającego wartość wielomianu z wykorzystaniem schematu Hornera, wyjaśnijmy kilka pojęć:

- **stopień wielomianu** – najwyższa potęga, do jakiej podnosimy  $x$ ,
- $x$  – liczba, dla której obliczamy wartość wielomianu,
- **współczynniki** – liczby, przez które mnożymy kolejne składniki wielomianu.

Zadaniem algorytmu wykorzystującego schemat Hornera jest jak największe zredukowanie liczby mnożeń potrzebnych do obliczenia wartości wielomianu.

Postać ogólna wielomianu  $n$ -tego stopnia wygląda następująco:

$$a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + a_2 \cdot x^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot x^1 + a_n x^0$$

Zwróć uwagę na ostatni składnik. Omawianą formułę można zapisać również następująco:

$$a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + a_2 \cdot x^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot x + a_n$$

W tej postaci mamy do czynienia z operacją potęgowania, która okazuje się zbędna, jeżeli za pomocą schematu Hornera przekształcimy wielomian. Zaczniemy od wyłączenia  $x$  przed nawias, nie obejmując wyrazu wolnego:

$$x \cdot (a_0 \cdot x^{n-1} + a_1 \cdot x^{n-2} + a_2 \cdot x^{n-3} + \dots + a_{n-1}) + a_n$$

Wewnątrz nawiasu powstał wielomian o stopniu  $n - 1$ . Możemy go również przekształcić przez wyłączenie  $x$  przed nawias:

$$x \cdot (x \cdot (a_0 \cdot x^{n-2} + a_1 \cdot x^{n-3} + a_2 \cdot x^{n-4} + \dots + a_{n-2}) + a_{n-1}) + a_n$$

Proces powtarzamy do momentu, w którym w najbardziej wewnętrznym nawiasie znajdzie się wielomian stopnia 1.

$$x \cdot (x \cdot (\dots x \cdot (a_1 \cdot x + a_2) + \dots) + a_{n-1}) + a_n$$

Chcąc wyznaczyć liczbę mnożeń, możemy zaobserwować, w jaki sposób obliczamy wartość powyższego wyrażenia dla danej wartości  $x$ . Zaczynamy od najbardziej zagnieżdżonego nawiasu. Wykonujemy jedno mnożenie oraz jedno dodawanie. Obliczyliśmy wartość wielomianu pierwszego stopnia. Następnie wynik mnożymy przez  $x$  oraz dodajemy kolejny współczynnik. Obliczyliśmy wartość wielomianu stopnia drugiego. Czynności powtarzamy, aż do obliczenia wartości wielomianu stopnia  $n$ , czyli  $n$  razy. W każdej czynności wykonujemy jedno mnożenie oraz jedno dodawanie. Wyznaczona liczba mnożeń wynosi zatem  $n$ .

### Przykład

Przeanalizujmy przekształcenie wielomianu:

$$w(x) = 5 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - x + 4$$

na formę odpowiadającą schematowi Hornera.

Zgodnie z postacią ogólną nasz wielomian będzie wyglądał następująco:

$$w(x) = 5 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot x^1 + 4 \cdot x^0$$

Stopień tego wielomianu jest równy najwyższej potędze, do której jest podnoszona liczba  $x$ . Zatem w omawianym wypadku jest on równy 3. Współczynniki tego wielomianu to liczby, przez które są mnożone kolejne potęgi liczby  $x$ . W tym wypadku wynoszą one: 5, 3, -1, 4.

Obliczając wartość tego wielomianu metodą standardową, wykonalibyśmy następującą liczbę mnożeń:

$$5 \cdot x \cdot x \cdot x + 3 \cdot x \cdot x + (-1) \cdot x + 4$$

Trzy mnożenia, gdyż mnożymy 5 razy  $x$  do potęgi 3, dwa mnożenia, by obliczyć 3 razy  $x$  do kwadratu oraz mnożenie  $x$  razy -1.

$$3 + 2 + 1 = 6$$

Przekształćmy teraz wyrażenie według zaprezentowanego algorytmu. Wyciągnijmy liczbę  $x$  przed nawias:

$$x \cdot (5 \cdot x \cdot x + 3 \cdot x - 1) + 4$$

Jak możemy zauważyć, liczba  $x$  występuje zarówno przy 5, jak i przy 3, zatem ponownie wyciągnijmy ją przed nawias:

$$x \cdot (x \cdot (5 \cdot x + 3) - 1) + 4$$

Policzmy, ile mnożeń wykonamy, chcąc obliczyć wartość tego wielomianu za pomocą schematu Hornera. Odpowiedź to 3.

Zmniejszenie liczby mnożeń wynika z tego, że wyciągnęliśmy liczbę  $x$  przed nawias dwa razy.

## Algorytm zapisany w sposób iteracyjny

Wzór iteracyjny algorytmu:

- `wynik = wspolczynniki[0]`
- `wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]` dla  $i=1, 2, \dots, n$

### Specyfikacja:

*Dane:*

- `StopienWielomianu` – zmienna określająca stopień wielomianu, który mamy obliczyć
- `wspolczynniki[ ]` – tablica przechowująca współczynniki, przez które mnożymy daną potęgę liczby, dla której wartość wielomianu obliczamy
- `x` – liczba, dla której obliczamy wartość wielomianu

*Dane wyjściowe:*

- `wynik` – liczba, która określa obliczoną wartość wielomianu dla argumentu  $x$ .

## Krok 1

Wczytaj dane.

```
1 wypisz "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "  
2 stopienWielomianu = wprowadź liczbę całkowitą  
3 dla i = 0, 1, 2 ... stopienWielomianu wykonuj:  
4     wypisz "Podaj współczynnik"  
5     wspolczynniki[i] = wprowadź liczbę  
6 wypisz "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"  
7 x = wprowadź liczbę
```

### Ważne!

Przy wczytywaniu współczynników wielomianu nie zapominajmy o wyrazie wolnym. Leży on przy wartości zmiennej  $x$  podniesionej do potęgi 0. Dlatego współczynników jest o jeden więcej niż wynosi wartość stopnia wielomianu.

## Krok 2

Do zmiennej `wynik` przypisz wartość zmiennej zapisanej w tablicy `wspolczynniki` pod indeksem 0.

```
1 wypisz "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "  
2 stopienWielomianu = wprowadź liczbę całkowitą  
3 dla i = 0, 1, 2 ... stopienWielomianu wykonuj:  
4     wypisz "Podaj współczynnik"  
5     wspolczynniki[i] = wprowadź liczbę  
6 wypisz "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"  
7 x = wprowadź liczbę  
8 wynik = wspolczynniki[0]
```

## Krok 3

Do zmiennej `wynik` przypisz wartość: `wynik * x + wspolczynniki[i]`.

```
1 wypisz "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "  
2 stopienWielomianu = wprowadź liczbę całkowitą  
3 dla i = 0, 1, 2 ... stopienWielomianu wykonuj:  
4     wypisz "Podaj współczynnik"  
5     wspolczynniki[i] = wprowadź liczbę  
6 wypisz "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"  
7 x = wprowadź liczbę  
8 wynik = wspolczynniki[0]
```

```
9 dla i = 1,2,3... stopienWielomianu wykonuj:
10     wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
```

## Krok 4

Wypisz „Wartość wielomianu dla argumentu x = wynik”.

```
1 wypisz "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "
2 stopienWielomianu = wprowadź liczbę całkowitą
3 dla i = 0, 1, 2 ... stopienWielomianu wykonuj:
4     wypisz "Podaj współczynnik"
5     wspolczynniki[i] = wprowadź liczbę
6 wypisz "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"
7 x = wprowadź liczbę
8 wynik = wspolczynniki[0]
9 dla i = 1,2,3... stopienWielomianu wykonuj:
10     wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
11 wypisz "Wartość wielomianu dla argumentu x = "
12 wypisz wynik
```

## Przykładowe wykonanie algorytmu iteracyjnego

Oblicz wartość wielomianu, wykorzystując schemat Hornera:

$$x^4 + 2 \cdot x^3 + x - 15$$

dla argumentu x = 4.

*Dane po wczytaniu:*

stopienWielomianu = 4

x = 4

wspolczynniki = {1, 2, 0, 1, -15}

Współczynnik zapisany pod indeksem 2 ma wartość zero, ponieważ w omawianym wielomianie nie ma zapisanego  $x^2$ .

## Krok 1

wynik = 1

## Krok 2

```
1 Wewnątrz pętli:  
2 dla i = 1, 2, ... stopienWielomianu wykonuj:  
3  
4 gdy i = 1:  
5  
6 wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
```

Po tym kroku wynik wynosi:

$$1 \cdot 4 + 2 = 6$$

## Krok 3

```
1 Wewnątrz pętli:  
2 dla i = 1, 2, ... stopienWielomianu wykonuj:  
3  
4 gdy i = 2:  
5  
6 wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
```

Aktualnie wynik równa się:

$$6 \cdot 4 + 0 = 24$$

## Krok 4

```
1 Wewnątrz pętli:  
2 dla i = 1, 2, ... stopienWielomianu wykonuj:  
3  
4 gdy i = 3:  
5  
6 wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
```

Po tym kroku wynik to:

$$24 \cdot 4 + 1 = 97$$

## Krok 5

```
1 Wewnątrz pętli:  
2 dla i = 1, 2, ... stopienWielomianu wykonuj:  
3  
4 gdy i = 4:  
5  
6 wynik = wynik * x + wspolczynniki[i]
```

W tym momencie wynik wynosi:

$$97 \cdot 4 + (-15) = 373$$

Tak obliczyliśmy wartość wielomianu metodą [iteracyjną](#).

## Algorytm zapisany w sposób rekurencyjny

W kolejnych krokach zaprezentujemy algorytm obliczania schematu Hornera zapisany [metodą rekurencyjną](#).

Definicja rekurencyjna tego algorytmu:

- $a_0 = \text{wspolczynniki}[0]$
- $a_n = x * a_{n-1} + \text{wspolczynniki}[n]$  dla  $n > 0$

## Krok 1

Wczytaj dane w taki sposób, jak w algorytmie iteracyjnym.

## Krok 2

Wywołaj funkcję `Horner()`, podając jako argumenty: `wspolczynniki`, `stopienWielomianu`, `x`.

```
1 funkcja Horner(wspolczynniki[], stopienWielomianu, x)
```

### Krok 3

W funkcji Horner() sprawdź, czy stopienWielomianu jest równy zero.

```
1 funkcja Horner(wspolczynniki[], stopienWielomianu, x)
2     jeżeli stopienWielomianu == 0 wykonaj:
```

### Krok 4

Jeśli tak jest, zwróć wspolczynniki[0]. Jest to [wykonanie elementarne](#) w naszej funkcji rekurencyjnej.

```
1 funkcja Horner(wspolczynniki[], stopienWielomianu, x)
2     jeżeli stopienWielomianu == 0:
3         zwróć wspolczynniki[0]
```

### Krok 5

Jeśli tak nie jest, zwróć:

```
1 x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu-1, x) + wspolczynniki[s
```

Oto gotowa funkcja:

```
1 wypisz "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "
2 stopienWielomianu = wprowadź liczbę całkowitą
3 dla i = 0,1,2... stopienWielomianu wykonuj:
4     wypisz "Podaj "
5     wypisz i
6     wypisz " współczynnik"
7     wspolczynniki[i] = wczytaj liczbę
8 Wyświetl "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"
9 x = wczytaj liczbę
10 wynik = Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu, x)
11 wypisz "Wynik = "
12 wypisz x
13
14 funkcja Horner(wspolczynniki[], stopienWielomianu, x)
15     jeżeli stopienWielomianu == 0 wykonaj
```

```
16         zwróć wspolczynniki[0]
17     w przeciwnym razie wykonaj:
18         zwróć x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) +
```

## Przykładowe wykonanie algorytmu rekurencyjnego

Oblicz wartość wielomianu, wykorzystując schemat Hornera:

$$x^4 + 2 \cdot x^3 + x - 15$$

dla argumentu  $x = 4$ .

Dane po wczytaniu:

```
stopienWielomianu = 4
```

```
x = 4
```

```
wspolczynniki = {1, 2, 0, 1, -15}
```

Współczynnik zapisany pod indeksem 2 ma wartość zero, ponieważ w naszym wielomianie nie ma zapisanego  $x^2$ .

### Krok 1

Wywołaj funkcję `Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu, x)`.

### Krok 2

Sprawdź, czy `stopienWielomianu` jest równy 0.

### Krok 3

W tym przypadku tak nie jest, zwróć:

```
x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) +
wspolczynniki[stopienWielomianu]
```

### Krok 4

Sprawdź, czy `stopienWielomianu` jest równy 0.

### Krok 5

W tym przypadku tak nie jest, ponieważ  $\text{stopienWielomianu} = 3$ . Zwróć:

```
x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) +  
wspolczynniki[stopienWielomianu]
```

## Krok 6

Sprawdź, czy  $\text{stopienWielomianu}$  jest równy 0.

## Krok 7

W tym przypadku tak nie jest, ponieważ  $\text{stopienWielomianu} = 2$ . Zwróć:

```
x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) +  
wspolczynniki[stopienWielomianu]
```

## Krok 8

Sprawdź, czy  $\text{stopienWielomianu}$  jest równy 0.

## Krok 9

W tym przypadku tak nie jest, ponieważ  $\text{stopienWielomianu} = 1$ . Zwróć:

```
x * Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) +  
wspolczynniki[stopienWielomianu]
```

## Krok 10

Sprawdź, czy  $\text{stopienWielomianu}$  jest równy 0.

## Krok 11

W tym przypadku tak jest. Zwróć  $\text{wspolczynniki}[0]$  równe 1.

## Krok 12

Powrót do kroku 9.

$x = 4$

Funkcja  $\text{Horner}(\text{wspolczynniki}, \text{stopienWielomianu} - 1, x)$  zwróciła wartość  $\text{wspolczynniki}[0]$ , co jest równe 1. Natomiast

wspolczynniki[stopienWielomianu] jest równe 2.

Zatem:

$$4 \cdot 1 + 2 = 6$$

## Krok 13

Powrót do kroku 7.

$$x = 4$$

Funkcja Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) zwróciła wartość obliczoną w kroku 12., co jest równe 6. Natomiast wspolczynniki[stopienWielomianu] jest równe 0.

Zatem:

$$4 \cdot 6 + 0 = 24$$

## Krok 14

Powrót do kroku 5.

$$x = 4$$

Funkcja Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) zwróciła wartość obliczoną w kroku 13., co jest równe 24. Natomiast wspolczynniki[stopienWielomianu] jest równe 1.

Zatem:

$$4 \cdot 24 + 1 = 97$$

## Krok 15

Powrót do kroku 3.

$$x = 4$$

Funkcja Horner(wspolczynniki, stopienWielomianu - 1, x) zwróciła wartość obliczoną w kroku 13., co jest równe 97. Natomiast

wspolczynniki[stopienWielomianu] jest równe -15.

$$4 \cdot 97 + (-15) = 373$$

## Słownik

### algorytm

przepis postępowania prowadzący do rozwiązania ustalonego problemu, określający ciąg czynności elementarnych, które należy w tym celu wykonać

### iteracja

technika programowania polegająca na powtarzaniu tych samych operacji w pętli określoną liczbę razy lub do momentu, aż zostanie spełniony zadany warunek

### przypadek podstawowy

przypadek, dla którego funkcja rekurencyjna nie wywołuje samej siebie, a zamiast tego zwraca z góry określoną wartość

### rekurencja

technika programowania polegająca na odwoływaniu się procedur lub funkcji do samych siebie, aż do momentu spełnienia warunku podstawowego

### stopień wielomianu

najwyższa potęga przy zmiennej, która nie jest równa zero

### wielomian

wyrażenie algebraiczne będące sumą jednomianów, czyli wyrażeń postaci  $a_n x^n$

### William George Horner

brytyjski matematyk żyjący w latach 1786–1837; w wieku 14 lat został asystentem nauczyciela w szkole w Bristolu, a w 1809 roku założył własną szkołę w Bath; podał sposób wyznaczania wartości wielomianu z wykorzystaniem minimalnej liczby operacji mnożenia

### wykonanie elementarne w rekurencji

moment, gdy funkcja rekurencyjna zwraca konkretną wartość zamiast kolejnego wywołania rekurencyjnego

# Animacja

---

## Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją przedstawiającą zastosowanie w praktyce schematu Hornera z wykorzystaniem metody iteracyjnej. Wykonaj Polecenie 2.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RBOSxS5bluNkd>

Źródło: Contentplus.pl Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Film nawiązujący do treści materiału: Schemat Hornera.

---

## Polecenie 2

Zapisz omawiany w animacji algorytm za pomocą wybranego języka programowania.

1

1

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



Uzupełnij pseudokod.

Wyświetl „Podaj stopień wczytywanego wielomianu: ”

StopienWielomianu <- dane z klawiatury

Wyświetl "Podaj

wspolczynniki[i] <- dane z klawiatury

Wyswietl „Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:”

wynik <- wspolczynniki[0]

dla i = 1,2,3... StopienWielomianu wykonuj:

x <- dane z klawiatury

dla i = 0, 1, 2 ... StopienWielomianu wykonuj

wynik <- wynik \* x + wspolczynniki[i]

współczynnik

## Ćwiczenie 2



Wskaż poprawną odpowiedź.

Schemat Hornera można zapisać w sposób iteracyjny.

☐ fałsz

☐ prawda

### Ćwiczenie 3



Uzupełnij luki.

Dzięki wykorzystaniu schematu Hornera w wielomianie:  $x^4 - 4 \cdot x + 2 \cdot x^2 + 90$  nie musimy wykonywać  dodatkowych mnożeń. Wielomian ten po przekształceniu na formę zgodną ze schematem Hornera ma postać .

### Ćwiczenie 4



Wskaż, ile razy zostanie wywołana funkcja rekurencyjna `Horner ( )` dla wielomianu o stopniu 5.

☐ 4

☐ 8

☐ 5

☐ 6

### Ćwiczenie 5



Oblicz za pomocą iteracyjnej wersji schematu Hornera wartość wielomianu  $x^3 - 4 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 5$ , gdzie  $x = 3$ .

☐ -8

☐ -5

☐ -10

☐ 12

### Ćwiczenie 6



Oblicz za pomocą rekurencyjnej wersji schematu Hornera wartość wielomianu  $x^6 - 3 \cdot x - 2 \cdot x^4 + 47$ , gdzie  $x = 3$ .

☐ 580

☐ 305

☐ 605

☐ 495

## Ćwiczenie 7

Ustaw w odpowiedniej kolejności podane instrukcje tak, aby powstał algorytm iteracyjny.

dla  $i = 1, 2, 3 \dots$  StopienWielomianu wykonuj:

dla  $i = 0, 1, 2 \dots$  StopienWielomianu wykonuj

wspolczynniki[i] <- dane z klawiatury

Wyświetl „Podaj stopień wczytywanego wielomianu: ”

Wyświetl wynik

StopienWielomianu <- dane z klawiatury

Wyświetl "Podaj współczynnik"

x <- dane z klawiatury

Wyswietl „Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:"

wynik <- wynik \* x + wspolczynniki[i]

Wyświetl "Wartość wielomianu dla argumentu x = "

wynik <- wspolczynniki[0]

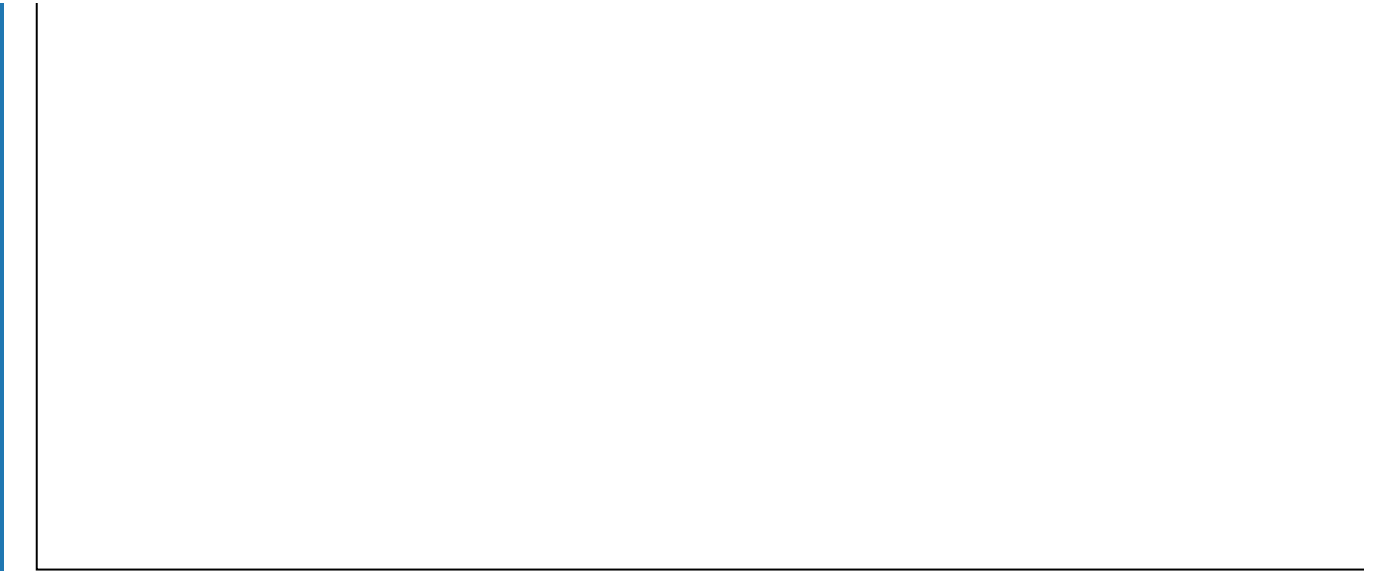


Zapoznaj się z pseudokodem i wykonaj ćwiczenie.

```
1 Wyświetl "Podaj stopień wczytywanego wielomianu: "  
2 StopienWielomianu <- dane z klawiatury  
3 dla i = 1,2,3... StopienWielomianu wykonuj  
4     Wyświetl "Podaj współczynnik"  
5     wspolczynniki[i] <- dane z klawiatury  
6 Wyświetl "Podaj argument, dla którego chcesz obliczyć wielomian:  
7 x <- dane z klawiatury  
8 wynik <- Horner(wspolczynniki[], StopienWielomianu, x)  
9 Wyświetl "Wynik = "  
10 Wyświetl x  
11  
12 funkcja Horner(wspolczynniki[], StopienWielomianu, x)  
13     jeżeli StopienWielomianu = 0  
14         zwróć x * Horner(wspolczynniki, StopienWielomianu - 1, x)  
15     w przeciwnym razie  
16         zwróć wspolczynniki[0]
```

Powyższy algorytm zapisany za pomocą pseudokodu przedstawia rekurencyjny zapis schematu Hornera, zawiera jednak kilka błędów. Napisz działającą wersję algorytmu.

1



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Maurycy Gast

**Przedmiot:** Informatyka

**Temat:** Schemat Hornera

**Grupa docelowa:**

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

**Podstawa programowa:**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów na bazie logicznego i abstrakcyjnego myślenia, myślenia algorytmicznego i sposobów reprezentowania informacji.

II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera oraz innych urządzeń cyfrowych: układanie i programowanie algorytmów, organizowanie, wyszukiwanie i udostępnianie informacji, posługiwanie się aplikacjami komputerowymi.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I + II. Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) zapisuje za pomocą listy kroków, schematu blokowego lub pseudokodu, i implementuje w wybranym języku programowania, algorytmy poznane na wcześniejszych etapach oraz algorytmy:

h) obliczania wartości wielomianu za pomocą schematu Hornera,

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

**Cele operacyjne (językiem ucznia):**

- Wyjaśnisz, jak działa schemat Hornera zapisany iteracyjnie i rekurencyjnie.

- Przeanalizujesz obie wersje algorytmu obliczającego wartość wielomianu z wykorzystaniem schematu Hornera zapisane za pomocą pseudokodu.
- Wykorzystasz schemat Hornera do wykonania ćwiczeń.

### **Strategie nauczania:**

- konstruktywizm;
- konektywizm.

### **Metody i techniki nauczania:**

- dyskusja;
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem multimediu i ćwiczeń interaktywnych;
- ćwiczenia praktyczne.

### **Formy pracy:**

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

### **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

### **Przebieg lekcji**

#### **Przed lekcją:**

1. **Przygotowanie do zajęć.** Nauczyciel loguje się na platformie i udostępnia e-materiał: „Schemat Hornera”. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z treściami w sekcji „Przeczytaj”.

#### **Faza wstępna:**

1. Nauczyciel wprowadza uczniów szczegółowo w temat lekcji i jej cele. Może posłużyć się wyświetloną na tablicy zawartością sekcji „Wprowadzenie”.
2. **Rozpoznanie wiedzy uczniów.** Nauczyciel prosi wybranego ucznia lub uczniów o przedstawienie sytuacji problemowej związanej z tematem lekcji.

#### **Faza realizacyjna:**

1. **Praca z tekstem.** Uczniowie przystępują do cichego czytania tekstu zawartego w sekcji „Przeczytaj”, jeśli nauczyciel – na podstawie raportu na platformie – uważa, że

przygotowanie uczniów jest wystarczające, może pominąć tę czynność.

2. **Praca z multimedium.** Nauczyciel wyświetla zawartość sekcji „Animacja”. Uczniowie wspólnie zapoznają się z treścią zawartego w niej multimedium. Zapisują ewentualne problemy i pytania. Po czym następuje dyskusja, w trakcie której nauczyciel wyjaśnia niezrozumiałe treści.
3. **Ćwiczenie umiejętności.** Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia nr 1–7 z sekcji „Sprawdź się”. Po wykonaniu każdego z nich następuje omówienie rozwiązania przez nauczyciela.

#### **Faza podsumowująca:**

1. Nauczyciel zadaje pytania podsumowujące, np.
  - jak działa schemat Hornera zapisany iteracyjnie i rekurencyjnie?
  - do czego służy schemat Hornera?
  - czym jest rekurencja?
2. Nauczyciel prosi uczniów o podsumowanie zgromadzonej wiedzy.

#### **Praca domowa:**

1. Uczniowie wykonują ćwiczenie nr 8 z sekcji „Sprawdź się”.

#### **Wskazówki metodyczne:**

- Treści w sekcji „Przeczytaj” można wykorzystać jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy uczniów.