



Liczby naturalne, całkowite i wymierne - zadania

Zadania na liczbach wymiernych: wykonywanie działań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Animacje - działania na ułamkach zwykłych. Animacja - NWW, NWD. Zadania, w tym część zadań interaktywnych.

Liczby naturalne, całkowite i wymierne - zadania

Pokaż ćwiczenia:   

Ta lekcja poświęcona jest zadaniom związanym z liczbami naturalnymi, całkowitymi i wymiernymi. Jeżeli chcesz sobie przypomnieć podstawowe wiadomości na temat tych liczb, zajrzyj do lekcji [Liczby naturalne, całkowite i wymierne](#).

Ćwiczenie 1



Poniżej przedstawiono liczby. Które z tych liczb są liczbami naturalnymi? Dopasuj podane liczby do odpowiedniej grupy, przeciągając je.

liczby naturalne

5^2	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{9}$	$4\sqrt{5} - \sqrt{5}$
7	$(\frac{1}{5})^{-1}$	-4	$\sqrt{3}$

liczby, które NIE są liczbami naturalnymi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Poniżej przedstawiono liczby. Które z tych liczb są liczbami całkowitymi? Dopasuj podane liczby do odpowiedniej grupy, przeciągając je.

liczby całkowite

0	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{3}$	-4	7
$\sqrt{9}$	$\frac{12}{3}$	16^{-1}	$(\frac{1}{5})^{-1}$	

liczby, które NIE są liczbami całkowitymi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Poniżej przedstawiono liczby. Które z tych liczb są liczbami wymiernymi? Dopasuj podane liczby do odpowiedniej grupy, przeciągając je.

liczby wymierne

liczby, które NIE są liczbami wymiernymi (liczby niewymierne)

$\sqrt{3}$

$(\frac{1}{5})^{-1}$

$\frac{12}{3}$

π

$4\sqrt{5} - \sqrt{5}$

$\frac{3}{2}$

-4

7

0

16^{-1}

$\sqrt{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Odpowiedz na poniższe pytania.

- Czy istnieje liczba całkowita, która nie jest liczbą naturalną? Jeśli tak to podaj przykład takiej liczby.
- Czy istnieje liczba wymierna, która nie jest liczbą całkowitą? Jeśli tak to podaj przykład takiej liczby.
- Czy istnieje liczba naturalna, która nie jest wymierna? Jeśli tak to podaj przykład takiej liczby.
- Czy istnieje liczba naturalna, która nie jest całkowita? Jeśli tak to podaj przykład takiej liczby.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Wynikiem odejmowania $\frac{11}{18} - \frac{5}{6}$ jest liczba $(-\frac{1}{2})$.

☐ Wynikiem mnożenia $2\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{11}$ jest liczba $2\frac{6}{11}$.

☐ Wynikiem dzielenia $3\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4}$ jest liczba $1\frac{3}{11}$.

☐ Wynikiem odejmowania $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$ jest liczba $\frac{1}{16}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Iloraz liczby 4,8 przez liczbę 0,03 jest równy 16.

☐ Wynikiem działania $\frac{0,92+0,49}{0,3 \cdot 0,1}$ jest liczba 47.

☐ Iloczyn liczb 2,35 i 0,4 jest równy 0,94.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Mówimy, że liczby x i y są przeciwne, jeżeli $x + y = 0$. Liczbę przeciwną do x oznaczamy $-x$.
- Mówimy, że liczby x i y są odwrotne, jeżeli $x \cdot y = 1$. Liczbą odwrotną do liczby x różnej od zera jest $\frac{1}{x}$. Zauważmy, że nie ma liczby odwrotnej do zera, gdyż nie istnieje taka liczba, która pomnożona przez 0 dałaby 1.
- Zauważ, że jeżeli $x \neq 0$, to iloczyn liczby odwrotnej do x i liczby przeciwnej do x jest równy -1 .

$$-x \cdot \frac{1}{x} = -1$$

Ćwiczenie 7



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Liczbą przeciwną do $\frac{11}{20}$ jest liczba $(-0,55)$.

☐ Liczbą odwrotną do liczby $2\frac{2}{5}$ jest liczba przeciwna do liczby $-\frac{5}{12}$.

☐ Liczba $1\frac{3}{7}$ jest odwrotna do liczby $\frac{7}{10}$.

☐ Każda liczba rzeczywista ma liczbę do siebie odwrotną.

☐ Każda liczba rzeczywista ma liczbę do siebie przeciwną.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Podwojonym iloczynem liczb $2\frac{3}{5}$ i $-\frac{1}{2}$ jest $-2,6$.

☐ Liczba $3\frac{1}{8}$ jest większa od liczby $-2\frac{3}{4}$ o $5\frac{3}{8}$.

☐ Średnia arytmetyczna liczb $2\frac{5}{9}$ oraz $1\frac{7}{12}$ jest równa $2\frac{1}{6}$.

☐ Liczba $0,(36)$ leży pomiędzy liczbami $\frac{9}{25}$ i $\frac{37}{100}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Wynik działania $\frac{2,75 - 1\frac{1}{2} : (-3,375)}{5 - 2\frac{4}{9}}$ jest liczbą większą od 1.

☐ Wynik działania $\frac{-2,25 + (2 - 3\frac{4}{5})}{-3\frac{4}{17} \cdot \frac{1}{5} + 1\frac{2}{8} : 2,125}$ jest liczbą ujemną.

☐ Po wykonaniu obliczeń $(\frac{2}{15} + 0,45) \cdot \frac{3}{7}$ otrzymamy liczbę 0,4.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ułamek $0, (27)$ jest równy $\frac{3}{11}$.

☐ Liczba $3, (6)$ jest wymierna.

☐ Suma liczb $0, (4) + 0, (18)$ jest równa $0, (62)$.

☐ Ułamek $\frac{1}{7}$ ma skończone rozwinięcie dziesiętne.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ósma cyfra po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $\frac{41}{11}$ jest równa 7.

☐ Dwudziesta pierwsza cyfra po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $0, (725)$ jest równa 5.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Ułamek $\frac{520}{1041}$ jest ułamkiem nieskracalnym.

☐ Ułamek $\frac{11}{15}$ jest równy $\frac{112}{152}$.

☐ Największą liczbą, przez jaką można skrócić licznik i mianownik ułamka $\frac{2376}{2592}$ jest 216.

☐ Ułamek $\frac{1326}{3913}$ jest ułamkiem skracalnym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



O ile liczba $2\frac{3}{7} - 1\frac{2}{5}$ jest mniejsza od liczby $\frac{3}{5} + \frac{8}{7}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ o $\frac{7}{5}$

☐ o $\frac{1}{2}$

☐ o $\frac{5}{7}$

☐ o $1\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Wynikiem działania $\frac{7}{8} + \frac{7}{4} - \frac{7}{16}$ jest liczba:

☐ 2,1853

☐ 2,1875

☐ 2,987

☐ 2,725

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Odwrotnością liczby $\frac{7}{8} + \frac{7}{4} - \frac{7}{16}$ jest liczba:

☐ $\frac{13}{35}$

☐ $\frac{16}{35}$

☐ $\frac{35}{16}$

☐ $1\frac{5}{35}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Dane są liczby $a = 2\frac{3}{7}$, $b = 1\frac{3}{5}$, $c = 3\frac{1}{4}$.

Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Różnica liczb $(a + b)c$ i $(a - b)c$ jest równa:

☐ $\frac{1059}{140}$

☐ $\frac{87}{4}$

☐ $10\frac{3}{5}$

☐ $\frac{52}{5}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Niech $a = \frac{3}{5}$ i $b = \frac{1}{12}$. Wskaż liczbę, której rozwinięcie dziesiętne jest skończone. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $\frac{b}{a}$

☐ $a + b$

☐ $a - b$

☐ ab

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Poniżej przedstawiono cztery równości. Która z nich jest równością prawdziwą? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{384}{40320} = \frac{21}{13}$

☐ $\frac{384}{40320} = \frac{1}{105}$

☐ $\frac{384}{40320} = \frac{2}{3}$

☐ $\frac{384}{40320} = \frac{1}{8}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Liczbą x , która spełnia równanie $\frac{1}{22} + x = 0,06(81)$ jest:

☐ $\frac{2}{44}$

☐ $0, (343)$

☐ $0,34$

☐ $0,02(27)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Niech $x = 3\frac{1}{5}$ i $y = 4\frac{1}{4}$. Poniżej przedstawiono cztery równości. Która z nich jest równością prawdziwą? Zaznacz właściwą odpowiedź.

☐ $xy = 13\frac{3}{5}$

☐ $x - y = 13\frac{3}{5}$

☐ $x + y = 13\frac{3}{5}$

☐ $\frac{x}{y} = 13\frac{3}{5}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Niech $x = 0, (03)$ i $y = 0, (01)$. Poniżej przedstawiono cztery równości. Która z nich jest równością prawdziwą? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $x - y = 0, (2)$

☐ $x + y = 0, (4)$

☐ $xy = 3$

☐ $\frac{x}{y} = 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Dane są liczby $x = 0, (285714)$ i $y = 0, (142857)$. Ile wynosi suma liczb x i y ? Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $0, (428571)$

☐ $0, (448571)$

☐ $0, (428561)$

☐ $0, (423571)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Dane są liczby $x = \frac{5}{9}$ i $y = 0, (003)$. Ile wynosi różnica liczb x i y ? Zaznacz właściwą odpowiedź.

☐ $0, (552)$

☐ $0, (558)$

☐ $0, (559)$

☐ $0, (553)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Iloczyn cyfr stojących na trzydziestym pierwszym i trzydziestym drugim miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{8}{11}$ jest równy:

☐ 13

☐ 14

☐ 16

☐ 15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



Niech $x = 0,875$ i $y = 0,9875$. Zapisz każdą z liczb $x + y$, $x - y$, xy , $\frac{y}{x}$ w postaci ułamka zwykłego, nieskracalnego. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

- $x + y =$
- $x - y =$
- $xy =$
- $\frac{y}{x} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Zapisz rozwinięcie dziesiętne

a. odwrotności liczby naturalnej większej od 10 i mniejszej od 12

b. sumy odwrotności trzech początkowych liczb pierwszych

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 27



Dane są wszystkie jednocyfrowe liczby całkowite dodatnie podzielne przez 4. Zapisz rozwinięcie dziesiętne sumy kwadratów odwrotności tych liczb.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 28



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi rozwinięciami dziesiętnymi ułamków zwykłych. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

- $\frac{149}{80} =$
- $-\frac{9}{80} =$
- $\frac{553}{640} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 29



Dane są liczby $a = \frac{1}{2} + \frac{3}{2+4} + \frac{5}{2+4+6}$ oraz $b = \frac{2}{3} + \frac{4}{3+5} + \frac{6}{3+5+7}$. Wykaż, że $\frac{1}{2}b - \frac{1}{5}a = \frac{1}{2}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 30



Oblicz i zapisz wynik w postaci ułamka nieskracalnego. Uzupełnij poniższe równości właściwymi liczbami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

- $\frac{25}{231} + \frac{2}{63} + \frac{5}{99} =$
- $\frac{13}{60} + \frac{55}{126} + \frac{17}{35} =$
- $\frac{95}{133} + \frac{46}{91} + \frac{138}{161} =$
- $\frac{5}{24} - \frac{11}{57} + \frac{57}{456} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 31



Porównaj poniższe liczby. Uzupełnij luki właściwym znakiem. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

- $0,(36) \text{ } \frac{5}{11}$
- $\frac{5}{16} \text{ } \frac{4}{17}$
- $2,(9) \text{ } 3$
- $2,(3) + \frac{1}{11} \text{ } 2 \cdot 1,(27)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 32



Oblicz i zapisz wynik w postaci ułamka dziesiętnego. Uzupełnij poniższe równości właściwymi liczbami. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

$$\begin{aligned} & \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\frac{1}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}\right) = \boxed{} \\ & \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\frac{1}{9}\right) : \left(\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}\right) = \boxed{} \end{aligned}$$

- 0, (4)
- 0, (6)
- 0, (8)
- 6, 7(5)
- 6, 7(2)
- 6, 6(3)

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 33



Wyznacz taki ułamek zwykły x , aby poniższe równości były prawdziwe. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{6}{7} + x = 0,0(45), x = \boxed{} \\ & \cdot \frac{1}{3} + x = \frac{1}{4} + 0, (09), x = \boxed{} \\ & \cdot 0, (01) + x = \frac{1}{33}, x = \boxed{} \\ & \cdot \frac{x}{11} + \frac{2}{7} = 0,0(45), x = \boxed{} \end{aligned}$$

- $-\frac{35}{14}$
- $-\frac{125}{145}$
- $\frac{1}{123}$
- $\frac{7}{99}$
- $\frac{2}{89}$
- $-\frac{37}{12}$
- $-\frac{37}{14}$
- $-\frac{125}{154}$
- $\frac{4}{132}$
- $\frac{2}{99}$
- $-\frac{120}{154}$
- $\frac{1}{132}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 34



Wyznacz taki ułamek dziesiętny x , aby równości były prawdziwe. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź.

- $\frac{1}{3} + x = 1,1(6)$, $x =$
- $\frac{1}{3} + x \cdot 0,0(18) = \frac{1}{4} + 0,125$, $x =$
- $0,(01) + x = \frac{1}{33} + 0,1(6)$, $x =$
- $\frac{x}{11} + \frac{2}{3} = 0,041(6)$, $x =$

- 0,8(5) 0,2(86) 0,6(3) -6,785 2,291(6) 0,1(68) 0,8(3) -6,875
- 2,219(4) -5,758 0,1(86) 3,291(6)

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 35



Uzupełnij poniższe zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

- Liczbą, która leży na osi liczbowej w jednakowej odległości od liczb $\frac{5}{12}$ i $\frac{5}{13}$ jest liczba .
- Liczbą, która leży na osi liczbowej w jednakowej odległości od liczb 5,(3) i 5,(36) jest liczba .
- Niech $a \neq 0$, $b \neq 0$. Liczbą, która leży na osi liczbowej w jednakowej odległości od liczb $\frac{1}{a}$ i $\frac{1}{b}$ jest liczba .

- 5,3(48) 5,(348) $\frac{10}{13}$ $\frac{100}{312}$ $\frac{a+b}{2ab}$ $\frac{a-b}{ab}$ $\frac{2ab}{a+b}$ 5,34(8) $\frac{125}{312}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 36



Podaj przykład liczby, która na osi liczbowej leży między liczbami

a. $\frac{19}{16}$ i $\frac{17}{14}$,

b. $3, (5)$ i $3, (6)$,

c. $-5\frac{1}{3}$ i $-5\frac{1}{4}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 37



Wyznacz wszystkie nieskracalne ułamki zwykłe o liczniku 3, które są większe od $\frac{4}{11}$ i mniejsze od $\frac{7}{13}$. Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.

☐ $\frac{3}{8}$

☐ $\frac{3}{2}$

☐ $\frac{3}{7}$

☐ $\frac{3}{5}$

☐ $\frac{3}{6}$

☐ $\frac{3}{4}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 38



Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych a i b , dla których spełniony jest warunek

$$\frac{3}{7} < \frac{a}{11} < \frac{4}{b} < \frac{17}{20}.$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 39



Dziesiąta część uczestników maratonu przebiegła wyznaczoną trasę w czasie krótszym niż 3 h. Połowa pozostałych uczestników uzyskała czas nie dłuższy niż 4 h. Jaka część spośród wszystkich zawodników maratonu przebiegła trasę w czasie dłuższym niż 4 h? Uzupełnij poniższe zdanie odpowiednim ułamkiem. Kliknij w lukę aby rozwinąć listę i wybierz właściwą odpowiedź.

Odpowiedź: Trasę w czasie dłuższym niż 4 h przebiegło uczestników.

☐ $\frac{7}{20}$

☐ $\frac{9}{20}$

☐ $\frac{8}{18}$

☐ $\frac{9}{25}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 40



Podaj trzy różne liczby naturalne n , dla których ułamek $\frac{2n+1}{3n+5}$ jest skracalny. Przez jaką liczbę naturalną, w każdym z tych przypadków, ten ułamek można skrócić? Wpisz w puste pole prawidłową liczbę.

Odpowiedź: W każdym z tych przypadków ułamek można skrócić przez .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 41



Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej a ułamek $\frac{a}{2a+1}$ jest nieskracalny.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 42



Sprawdź, czy istnieją liczby naturalne n , dla których ułamek $\frac{7n+11}{3n+4}$ można skrócić przez 5. Czy istnieje liczba naturalna n , dla której ten ułamek można skrócić przez liczbę większą niż 5?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.