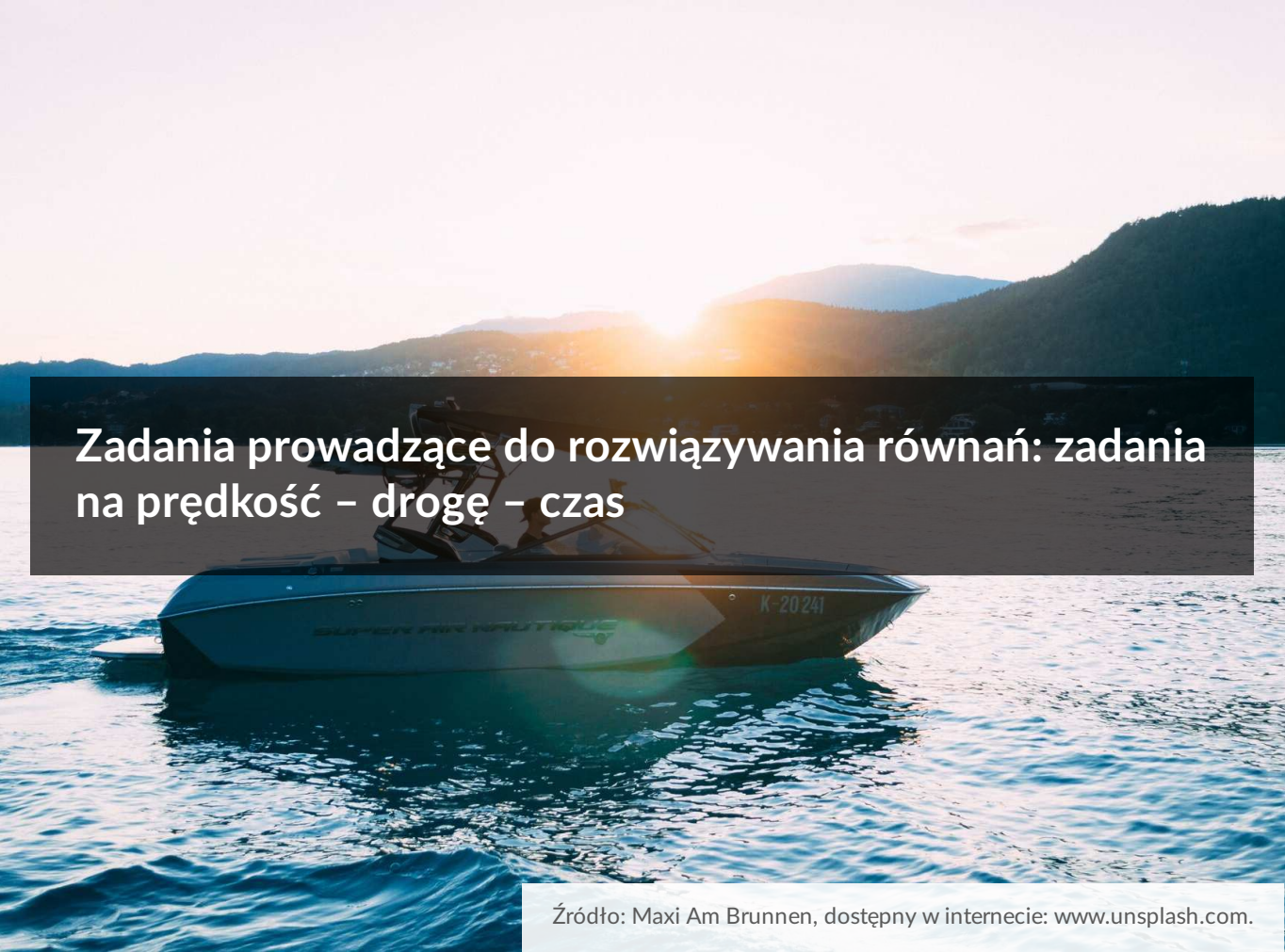


Zadania prowadzące do rozwiązywania równań: zadania na prędkość – drogę – czas

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Zadania prowadzące do rozwiązywania równań: zadania na prędkość – drogę – czas

Źródło: Maxi Am Brunnen, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Czy zastanawiasz się jakie jest praktyczne zastosowanie umiejętności rozwiązywania równań?

Jest to często niezbędne w analizowaniu problemów z życia codziennego. W tym materiale zajmiemy się zadaniami na prędkość – drogę – czas. Będziemy obliczać na przykład średnią prędkość samochodu, odległość między miejscowościami A i B lub czas potrzebny do pokonania drogi z zadaną prędkością.

Twoje cele

- Uzupełnisz wyrażeniami algebraicznymi dane w tekście, opisujące warunki zadania.
- Wybierzesz równania opisujące dany problem przedstawiony w zadaniu.
- Zapiszesz i rozwiążesz równania opisujące dane zależności.

Przeczytaj

Rozwiązując równania zapisujemy coraz prostsze równania równoważne, czyli takie, które mają taki sam zbiór rozwiązań. W tym celu możemy do obu stron równania dodać lub od obu stron odjąć tę samą liczbę. Możemy również obie strony równania pomnożyć lub podzielić przez tę samą liczbę różną od zera.

Zadania tekstowe z wykorzystaniem równań rozwiązujemy w następujących etapach:

- analiza zadania,
- zapisanie równania i jego rozwiązanie,
- sprawdzenie rozwiązania równania z warunkami zadania,
- zapisanie odpowiedzi.

W rozwiązywaniu zadań skorzystamy ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnym:

$$s = v \cdot t,$$

gdzie:

s – długość drogi w [km],

v – prędkość poruszania się ciała w $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$,

t – czas trwania ruchu w [h].

Przykład 1

Obliczymy średnią prędkość jazdy samochodu, który dystans 40 km pokonał w 20 minut.

Wynik podamy w $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$.

Najpierw ustalimy jednostki.

$$t = 20 \text{ min} = \frac{20}{60} \text{ godziny} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$s = 40 \text{ km}$$

Następnie obliczymy średnią prędkość samochodu.

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{40 \text{ km}}{\frac{1}{3} \text{ h}}$$

$$v = 40 \text{ km} \cdot 3 \frac{1}{\text{h}}$$

$$v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Średnia prędkość samochodu jest równa $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Przykład 2

Obliczymy długość drogi, jaką pokonał Krzysztof, jeżeli przez 12 minut biegł z prędkością $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Wiemy, że:

$$v = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$t = 12 \text{ min} = \frac{12}{60} \text{ godziny} = \frac{1}{5} \text{ h}$$

Korzystając ze [wzoru](#) $s = v \cdot t$ obliczamy długość drogi.

$$s = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{5} \text{ h}$$

$$s = \frac{12}{5} \text{ km}$$

$$s = 2\frac{2}{5} \text{ km}$$

$$s = 2,4 \text{ km}$$

Krzysztof przebiegł drogę długości 2,4 km.

Przykład 3

Pan Jan jechał samochodem ze średnią prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ przez 30 minut, a pan Tadeusz jechał ze średnią prędkością o 20% większą niż pan Jan, ale przez okres o 20% krótszy od pana Jana. Który z nich pokonał większy dystans? O ile kilometrów?

Niech:

$40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość samochodu pana Jana,

$30 \text{ min} = \frac{1}{2} \text{ h}$ – czas podróży pana Jana,

$40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 20\% \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość samochodu pana Tadeusza,

$\frac{1}{2} \text{ h} - 20\% \cdot \frac{1}{2} \text{ h}$ – czas podróży pana Tadeusza.

Obliczymy dystans, jaki pokonał pan Jan.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{2} \text{ h}$$

$$s = 20 \text{ km}$$

Czas podróży pana Tadeusza to:

$$\frac{1}{2} \text{ h} - 0,2 \cdot \frac{1}{2} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} - \frac{1}{10} \text{ h} = \frac{4}{10} \text{ h} = \frac{2}{5} \text{ h}.$$

Prędkość jazdy pana Tadeusza to:

$$40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 0,2 \cdot 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 8 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Obliczymy dystans, jaki pokonał pan Tadeusz.

$$s = v \cdot t$$

$$s = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{2}{5} \text{ h} = 19,2 \text{ km}.$$

$$20 - 19,2 = 0,8 \text{ km}.$$

Pan Jan pokonał dystans dłuższy o 0,8 km.

Przykład 4

Z miejscowości A do miejscowości B wyruszył na rowerze Tomek, który jechał z prędkością $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Dwie godziny później z tej samej miejscowości i w tym samym kierunku wyjechał na rowerze Marcin, który poruszał się z prędkością $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Obaj chłopcy dotarli jednocześnie do miasta B . Jaka jest odległość między miejscowościami A i B ?

Niech s w km oznacza szukaną odległość.

Zatem:

$$\frac{s}{10} \text{ h} - \text{czas przejazdu Tomka,}$$

$$\frac{s}{12} \text{ h} - \text{czas przejazdu Marcina.}$$

Porównując czasy chłopców możemy zapisać i rozwiązać równanie.

$$\frac{s}{10} - 2 = \frac{s}{12} \quad | \cdot 60$$

$$6s - 120 = 5s$$

$$s = 120$$

Odległość między miejscowościami A i B wynosi 120 km.

Przykład 5

Dwa samochody wyruszyły jednocześnie z tego samego miejsca, ale w przeciwnych kierunkach. Jaka będzie odległość między nimi, po 3 godzinach, jeżeli pierwszy jedzie z prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a drugi $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

W ciągu jednej godziny odległość między samochodami jest równa $50 + 40 = 90$ km.

Zatem po trzech godzinach odległość w [km] będzie równa $90 \cdot 3 = 270$.

Przykład 6

Jan i Mateusz wyjechali równocześnie naprzeciw siebie na rowerach ze swoich domów oddalonych o 40 km. Spotkali się po 1 godzinie i 20 minutach. Obliczemy, z jaką średnią prędkością poruszał się każdy z chłopców oraz jaką drogę pokonali do momentu spotkania, jeżeli wiadomo, że Jan jechał z prędkością o $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą od Mateusza.

Niech :

v – prędkość z jaką poruszał się Mateusz,

$v + 6$ – prędkość z jaką poruszał się Jan,

$1 \frac{1}{3}$ h – czas jazdy każdego z chłopców,

s – długość drogi jaką przebył Mateusz w [km],

$40 - s$ – długość drogi jaką przebył Jan w [km].

Zapiszemy równanie opisujące prędkość jazdy Jana i Mateusza.

$$v = \frac{s}{1\frac{1}{3}}$$

$$v + 6 = \frac{40-s}{1\frac{1}{3}}$$

$$v = \frac{40-s}{1\frac{1}{3}} - 6$$

$$\frac{s}{\frac{4}{3}} = \frac{40-s}{\frac{4}{3}} - 6 \quad \Big| \cdot \frac{4}{3}$$

$$s = 40 - s - 6 \cdot \frac{4}{3}$$

$$s = 40 - s - 8$$

$$2s = 32$$

$$s = 16 - \text{czyli Mateusz przejechał } 16 \text{ km}$$

$$40 - s = 24 - \text{czyli Jan przejechał } 24 \text{ km}$$

Teraz obliczymy prędkość jazdy każdego z chłopców.

$$v = \frac{16}{\frac{4}{3}} = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$$

$$v + 6 = 12 + 6 = 18$$

Jan jechał z prędkością $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i pokonał trasę długości 24 km. Mateusz jechał z prędkością $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i pokonał trasę długości 16 km.

Słownik

wzór na drogę w ruchu jednostajnym

$$s = v \cdot t,$$

gdzie:

s – długość drogi w [km],

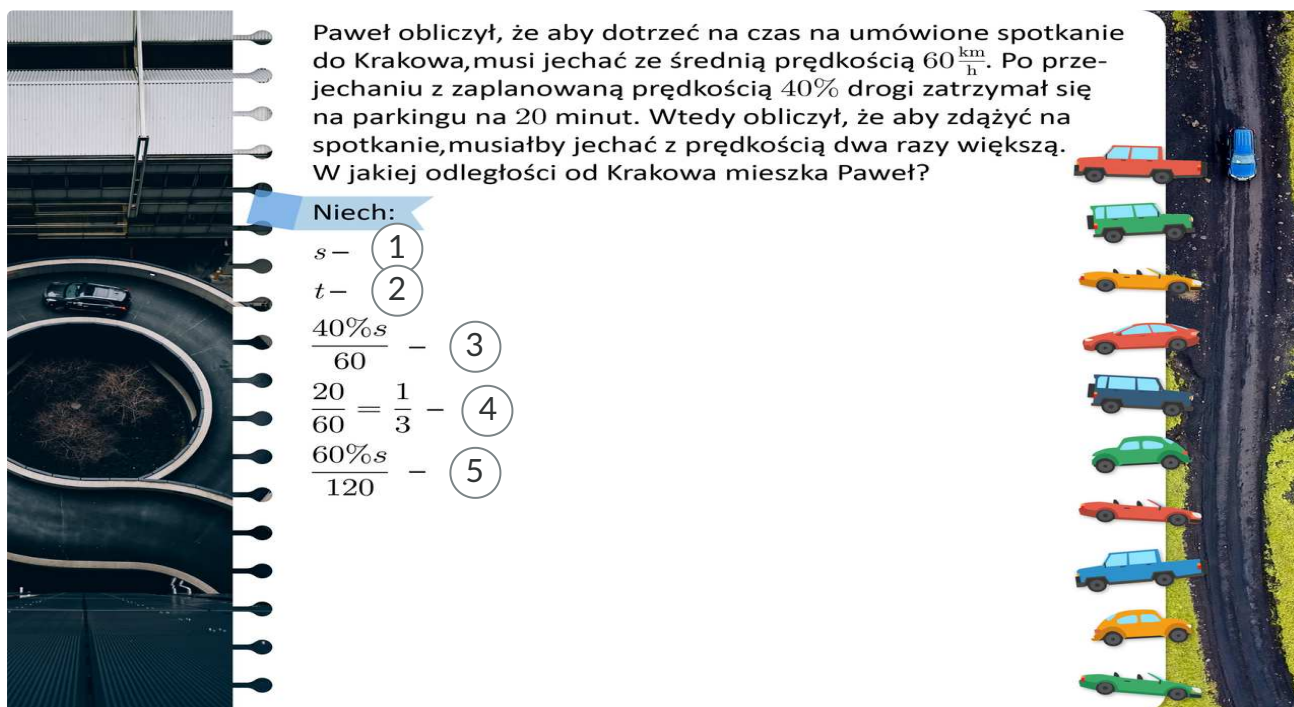
v – prędkość poruszania się ciała w $\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right]$,

t – czas trwania ruchu w [h]

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z galerią zdjęć interaktywnych pokazującą rozwiązanie zadania i przeanalizuj ją.



Paweł obliczył, że aby dotrzeć na czas na umówione spotkanie do Krakowa, musi jechać ze średnią prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Po przejechaniu z zaplanowaną prędkością 40% drogi zatrzymał się na parkingu na 20 minut. Wtedy obliczył, że aby zdążyć na spotkanie, musiałby jechać z prędkością dwa razy większą. W jakiej odległości od Krakowa mieszka Paweł?

Niech:

$s -$ ①

$t -$ ②

$\frac{40\%s}{60} -$ ③

$\frac{20}{60} = \frac{1}{3} -$ ④

$\frac{60\%s}{120} -$ ⑤

1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

szukana odległość w [km]

2

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

czas przejazdu do Krakowa w [h]

3

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

czas przejazdu pierwszej części drogi w [h]

4

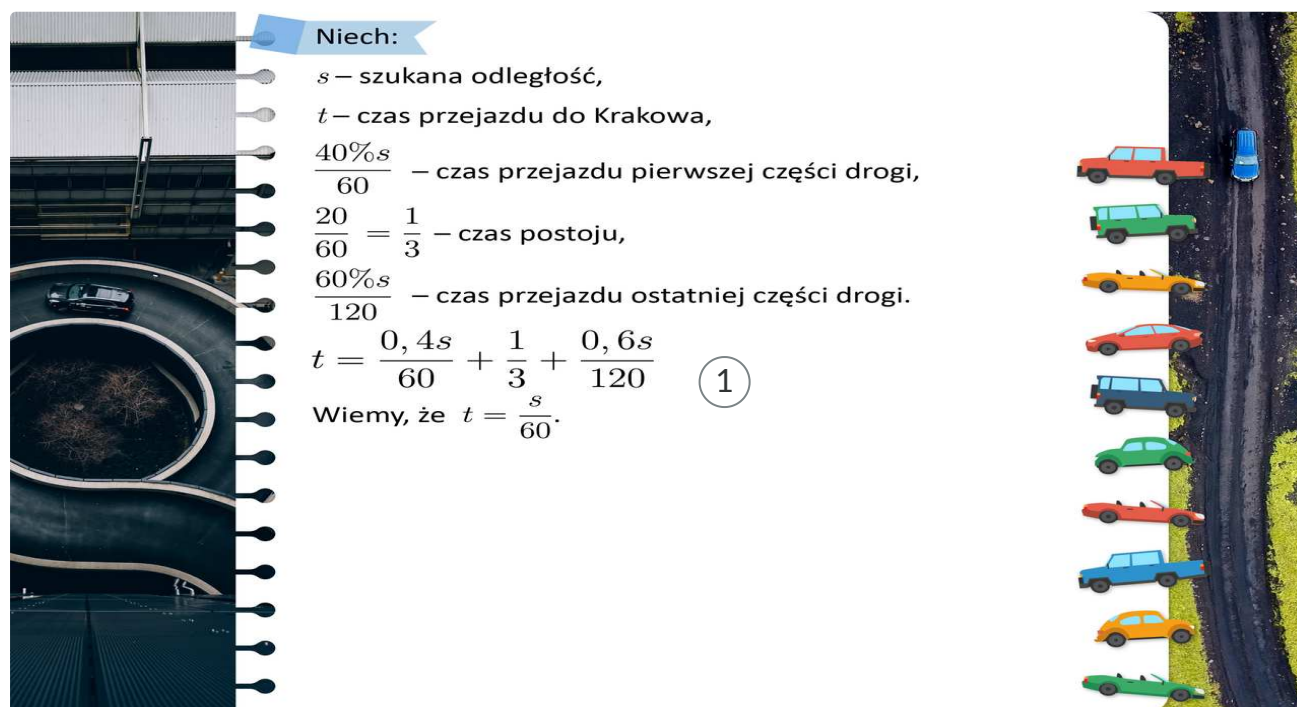
Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

czas postoju w [h]

5

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

czas przejazdu ostatniej części drogi w [h]



Niech:

s – szukana odległość,
 t – czas przejazdu do Krakowa,

$\frac{40\%s}{60}$ – czas przejazdu pierwszej części drogi,
 $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ – czas postoju,
 $\frac{60\%s}{120}$ – czas przejazdu ostatniej części drogi.

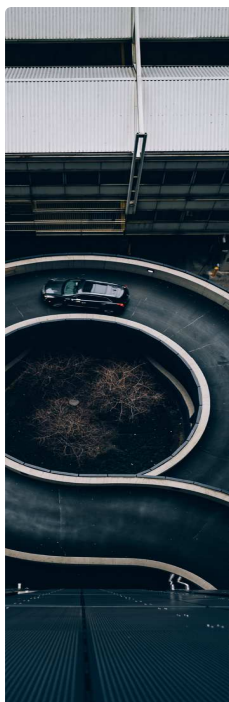
$t = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$ (1)

Wiemy, że $t = \frac{s}{60}$.

1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

Czas przejazdu Pawła opisuje warunek.



Niech:

s – szukana odległość,

t – czas przejazdu do Krakowa,

$\frac{40\%s}{60}$ – czas przejazdu pierwszej części drogi,

$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ – czas postoju,

$\frac{60\%s}{120}$ – czas przejazdu ostatniej części drogi.

$$t = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

Wiemy, że $t = \frac{s}{60}$.

$$\frac{s}{60} = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

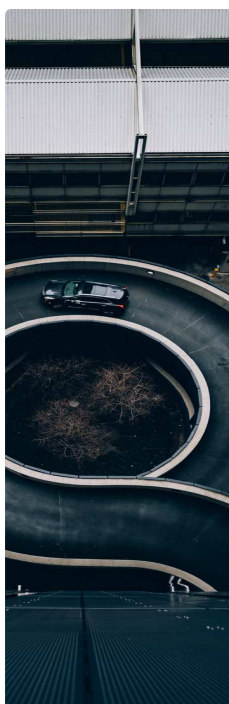
$$\frac{s}{60} - \frac{0,4s}{60} - \frac{0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

1



1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>
Zapiszemy i rozwiążemy odpowiednie równanie.



Niech:

s – szukana odległość,

t – czas przejazdu do Krakowa,

$\frac{40\%s}{60}$ – czas przejazdu pierwszej części drogi,

$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ – czas postoju,

$\frac{60\%s}{120}$ – czas przejazdu ostatniej części drogi.

$$t = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

Wiemy, że $t = \frac{s}{60}$.

$$\frac{s}{60} = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

$$\frac{s}{60} - \frac{0,4s}{60} - \frac{0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

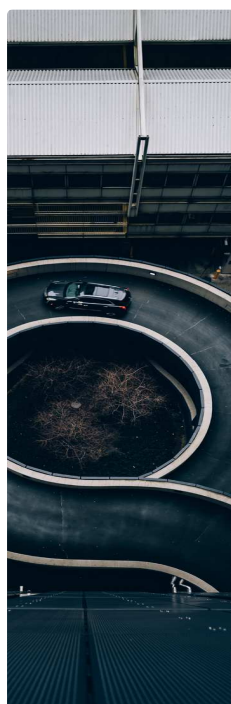
$$\frac{2s - 0,8s - 0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

1



1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>
Sprowadzimy wyrażenia do wspólnego mianownika.



$$t = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

$$\text{Wiemy, że } t = \frac{s}{60}.$$

$$\frac{s}{60} = \frac{0,4s}{60} + \frac{1}{3} + \frac{0,6s}{120}$$

$$\frac{s}{60} - \frac{0,4s}{60} - \frac{0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2s - 0,8s - 0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{0,6s}{120} = \frac{1}{3}$$

$$1,8s = 120$$

①

$$s = 66\frac{2}{3} \text{ [km]}$$

Odpowiedź

Paweł mieszka w odległości $66\frac{2}{3}$ km od Krakowa.



1

Nagranie dostępne pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PZQEHq5ys>

Paweł przejechał $66\frac{2}{3}$ km.

Polecenie 2

Rozwiąż zadanie. Uwzględnij w zapisie kolejne etapy rozwiązania zadania.

Jacek obliczył, że aby dotrzeć na czas na umówione spotkanie z Tomkiem musi jechać ze średnią prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Po przejechaniu z zaplanowaną prędkością 50% drogi zatrzymał się na parkingu na 10 minut. Aby zdążyć na spotkanie musiałby jechać z prędkością o $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większą. W jakiej odległości od Tomka znajdował się Jacek w momencie zatrzymania?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wpisz w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

Samochód przejechał drogę długości 50 km w czasie 40 minut.

Zatem średnia prędkość samochodu to $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Ćwiczenie 2



Rowerzysta w ciągu 15 minut jechał z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile kilometrów przejechał rowerzysta? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 15 km

☐ 3,75 km

☐ 1 km

☐ 3,25 km

Ćwiczenie 3



Dwaj chłopcy wyruszyli jednocześnie z tego samego miejsca, lecz w przeciwnych kierunkach.

Pierwszy idzie z prędkością $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a drugi $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W jakiej odległości od siebie znajdą się chłopcy po 30 minutach marszu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 7 km

☐ 3 km

☐ 3,5 km

☐ 4 km

Ćwiczenie 4



Przeciągnij w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

Ślimak porusza się z prędkością $8 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$.

W ciągu 2 godzin pokona odległość m.

6,4

3,6

9,6

4,8

Ćwiczenie 5



Zaznacz, czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe.

Pan Kwiatkowski przejechał trasę długości 135 km w ciągu 2 godzin i 15 minut. Pan Jankowski przejechał trasę 13 km w ciągu 12 minut.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Obaj panowie podróżowali z tą samą prędkością.	☐	☐
Prędkość, z jaką podróżował pan Kwiatkowski była równa $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.	☐	☐
Prędkość, z jaką podróżował pan Jankowski była o $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większa od prędkości, z jaką podróżował pan Kwiatkowski.	☐	☐
Pan Jankowski w ciągu 30 minut przejedzie 32,5 km.	☐	☐

Ćwiczenie 6



Wpisz w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

Z miejscowości A do miejscowości B wyruszył na rowerze Kuba, który poruszał się z prędkością $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pół godziny później z tej samej miejscowości i w tym samym kierunku wyruszył Maciek, który poruszał się z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Obaj chłopcy dotarli jednocześnie do miejscowości B .

Odległość między miejscowościami A i B jest równa km.

Ćwiczenie 7



Julia i Hania bawią się w „ganiego”. Julia goni Hanię, która jest w odległości 20 m od Julii. Hania ucieka z prędkością $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a Julia goni ją z prędkością $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Po jakim czasie Julia dogoni Hanię? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 30 sekund

☐ 15 sekund

☐ 10 sekund

☐ 20 sekund

Ćwiczenie 8



Przeciągnij w wyznaczone miejsce odpowiednią liczbę.

Samochód jechał przez 2 godziny z prędkością $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a następnie przez 4 godziny z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Średnia prędkość samochodu to .

$70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$63,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$66 \frac{2}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zadania prowadzące do rozwiązywania równań: zadania na prędkość – drogę – czas

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- uzupełnia wyrażeniami algebraicznymi dane w tekście, opisujące warunki zadania
- zapisuje i rozwiązuje równania opisujące dane zależności
- dobiera model matematyczny do określonej sytuacji
- analizuje podane warunki i buduje na ich podstawie odpowiednie równanie

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja
- analiza przypadku
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych i galerii zdjęć interaktywnych

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych zależności z życia codziennego. Pozostali odgadują szukane wielkości.

Faza realizacyjna:

1. Każdy uczeń otrzymuje od nauczyciela 5 prostych zadań opisanych metodą słowną na prędkość, drogę, czas. Zadaniem uczniów jest ułożenie i rozwiązanie równania.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 4-osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują wyniki. Tworzą wspólny plakat ilustrujący rozwiązania zadań.
3. Uczniowie w parach analizują przykłady z sekcji „Przeczytaj”.
4. Uczniowie oglądają galerię zdjęć interaktywnych i omawiają ją wraz z nauczycielem.
5. Uczniowie w parach lub indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 6 wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące rozwiązywanych na lekcji typów zadań.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie rozwiązują w domu Ćwiczenia 7, 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

Prędkość, droga i czas

Wskazówki metodyczne:

Galeria zdjęć interaktywnych może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania prezentacji multimedialnej pokazującej kolejne etapy rozwiązania zadania, na lekcje dotyczące rozwiązywania zadań tekstowych.