Rozwiązanie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Rozwiązanie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com, domena publiczna.

Aby zapoznać się z tym materiałem, trzeba wiedzieć jakie równia nazywamy równaniami pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Trzeba potrafić wyodrębniać je ze zbioru innych równań i znać sytuacje, które możemy opisać za pomocą równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

W tym materiale poznasz pojęcie rozwiązania równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Twoje cele

- Obliczysz wartość liczbową wyrażenia algebraicznego.
- Sprawdzisz, czy dana para liczb jest rozwiązaniem równania.
- Sformułujesz pojęcie rozwiązania równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Przeczytaj

Przykład 1

Znajdźmy parę liczb $(x,\ y)$, dla których wyrażenie $3x + y$ przyjmuje wartość 5.

Jeśli w miejsce x wstawimy 1, w miejsce y wstawimy 2, to wyrażenie $3x + y$ przyjmie wartość 5.

Sprawdźmy:

$3x + y = 3 \cdot 1 + 2 = 5.$

Zastanów się, czy jest to jedyna para liczb, dla której spełniony jest powyższy warunek.

Przykład 2

Sprawdzimy, jaką wartość przyjmie prawa, a jaką lewa strona równania

$3x + 5y = x + y + 2$

dla $x = -1$ i $y = 1$.

Do prawej i lewej strony równania w miejsce niewiadomych x i y podstawimy odpowiednio liczby -1 oraz 1.

Po podstawieniu liczb -1 oraz 1 do wyrażenia znajdującego się po lewej stronie równania, otrzymujemy:

$L = 3x + 5y = 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 1 = -3 + 5 = 2$

Po podstawieniu liczb -1 oraz 1 do wyrażenia znajdującego się po prawej stronie równania, otrzymujemy:

$P = x + y + 2 = -1 + 1 + 2 = 2$

Lewa i prawa strona równania przyjmują dla x równego -1 oraz y równego 1 taką samą wartość.

$L = P$

Zatem para liczb $(-1,\ 1)$ spełnia to równanie.

Definicja: Para liczb $(x,\ y)$ spełniająca równanie

Para liczb $(x,\ y)$ spełnia równanie $ax+by+c=0$ wtedy i tylko wtedy, gdy po podstawieniu tych liczb w miejsca niewiadomych, otrzymamy równość prawdziwą.

Przykład 3

Sprawdźmy, czy równanie

$3x+5y=x+y+2$

jest spełnione przez parę liczb $(3,\,2)$.

W tym celu do obu stron równania podstawimy liczbę 3 w miejsce niewiadomej x oraz liczbę 2 w miejsce niewiadomej y.

Następnie sprawdzimy czy otrzymaliśmy równość prawdziwą czy fałszywą.

Po podstawieniu liczb 3 oraz 2 do wyrażenia znajdującego się po lewej stronie równania, otrzymujemy:

$L=3x+5y=3\cdot 3+5\cdot 2=9+10=19$

Po podstawieniu liczb 3 oraz 2 do wyrażenia znajdującego się po prawej stronie równania, otrzymujemy:

$P=x+y+2=3+2+2=7$

Dla $x=3$ i $y=2$ wyrażenia po lewej i prawej stronie równania przyjmują różne wartości, a zatem $L\neq P$.

Oznacza to, że para liczb $(3,\,2)$ nie spełnia tego równania.

Przykład 4

Wiemy już, że para liczb $(-1,\,1)$ spełnia równanie $3x+5y=x+y+2$.

Zastanówmy się, czy istnieje tylko jedna taka para liczb.

Sprawdźmy, czy pary liczb $(1,\,0)$ oraz $(5,\ \ -2)$ spełniają dane równanie.

Sprawdzamy parę $(1,\,0)$.

Do obu stron równania podstawimy liczbę 1 w miejsce niewiadomej x oraz liczbę 0 w miejsce niewiadomej y.

$L=3x+5y=3\cdot 1+5\cdot 0=3$

$P=x+y+2=1+0+2=3$

Zatem $L=P$, a więc para liczb $(1,\,0)$ spełnia to równanie.

Sprawdzamy parę $(5, \; -2)$.

Do obu stron równania podstawimy liczbę 5 w miejsce niewiadomej x oraz liczbę -2 w miejsce niewiadomej y.

$L = 3x + 5y = 3 \cdot 5 + 5 \cdot (-2) = 5$

$P = x + y + 2 = 5 + (-2) + 2 = 5$

Zatem $L = P$, a więc para liczb $(5, \; -2)$ spełnia to równanie.

Każda z par liczb: $(-1, 1)$, $(1, 0)$ oraz $(5, \; -2)$ spełnia równanie $3x + 5y = x + y + 2$.

Definicja: Rozwiązanie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Każdą parę liczb, która spełnia równanie $ax + by + c = 0$ nazywamy rozwiązaniem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.

Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Słownik

para liczb spełniająca równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

para liczb, po podstawieniu której do równania w miejsce niewiadomych, otrzymamy równość prawdziwą

rozwiązanie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

para liczb, która spełnia to równanie

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z galerią zdjęć interaktywnych.

Postaraj się samodzielnie wykonać przedstawione zadania, a następnie sprawdź poprawność swoich obliczeń.

Polecenie 2

Sprawdź, czy para liczb $\left(\sqrt{2},\ \sqrt{3}\right)$ jest rozwiązaniem równania $\sqrt{2}x + 3\sqrt{3}y = 10 - \sqrt{2}x + \sqrt{3}y$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

Oblicz wartość wyrażenia znajdującego się po prawej stronie równania $x - 2y + 5 = 4 - 2x + 3y$ dla $x = 2$ i $y = -1$. Zaznacz prawidłowy wynik.

- 9
- 0
- -3
- 12

Ćwiczenie 2

Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- Jedynym rozwiązaniem równania $-x + 3y = 2$ jest para liczb $(1,\ 1)$.
- Równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi ma nieskończenie wiele rozwiązań.
- Rozwiązaniem równania $x + y = 5$ jest para liczb $(1,\ 4)$.

Ćwiczenie 3

Określ, czy podana obok równania para liczb, spełnia to równanie. Przeciągnij poprawną odpowiedź.

$12x + 7y = 11$, $\frac{6}{5}x + 0,25y = 7$, $\sqrt{3}x + 2y = 5\sqrt{3}$, $\left(\frac{3}{2},\ -1\right)$, $(5,\ 4)$, $\left(\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right)$, NIE, NIE, TAK

Równanie		Para liczb		Czy podana para liczb spełnia równanie?
$12x + 7y = 11$		$\left(\frac{3}{2},\ -1\right)$		
$\frac{6}{5}x + 0,25y = 7$		$(5,\ 4)$		
$\sqrt{3}x + 2y = 5\sqrt{3}$		$\left(\sqrt{3},\ \sqrt{3}\right)$		

Ćwiczenie 4

Przeciągnij do odpowiednich obszarów pary, które są rozwiązaniem równania oraz takie, które nie są jego rozwiązaniem.

<math><mfenced separators="|"><mrow><mn>16</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>11</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mo>-</mo><mn>8</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>8</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mn>8</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mo>-</mo><mn>8</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mn>16</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mo>-</mo><mn>1</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mn>8</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>2</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mo>-</mo><mn>1</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>16</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mo>-</mo><mn>16</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>11</mn></mrow></mfenced></math>, <math><mfenced separators="|"><mrow><mn>2</mn><mo>,</mo><mi> </mi><mn>8</mn></mrow></mfenced></math>

Pary, które są rozwiązaniem równania $\frac{3}{4}x + 2y = 10$	

Pary, które nie są rozwiązaniem powyższego równania	

Ćwiczenie 5

Zaznacz równania, których rozwiązaniem jest para liczb $\left(\sqrt{2},\ \ 2\sqrt{2}\right)$.

- $2x + y = 3\sqrt{2}$
- $3x - \sqrt{2}y = 3\sqrt{2} - 4$
- $4x - \sqrt{2}y = 4$
- $-\sqrt{2}x + 3\sqrt{2}y = 10$

Ćwiczenie 6

Przeciągnij w wyznaczone miejsce brakującą liczbę w parze, tak aby obie pary spełniały podane równanie.

$16, 2\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 4, -\frac{2}{3}, 18, 3$

Równanie $\frac{2}{3}x + 3y = 4$ spełnia para liczb $(3,$ ________ $)$ oraz $($ ________ $,\ \ -2\frac{2}{3})$.

Ćwiczenie 7

Ćwiczenie 8

Para liczb całkowitych $(a,\ b)$ jest rozwiązaniem równania $6x + 4y + 2 = 0$.
Wpisz te liczby, jeśli wiadomo, że są to liczby przeciwne, z których większa jest mniejsza od 10.

$a =$ ....

$b =$ ....

Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązanie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza wartość liczbową lewej i prawej strony równania
- formułuje pojęcie rozwiązania równania z dwiema niewiadomymi
- sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem danego równania

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- konkurs zadaniowy

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca całego zespołu klasowego
- praca w grupach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e‑materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości dotyczące rozwiązania równań z jedną niewiadomą oraz liczb spełniających takie równania.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj” i galerii zdjęć interaktywnych.
2. Nauczyciel kontroluje pracę par, wyjaśnia wątpliwości.
3. Uczniowie pracują indywidualnie metodą konkursu zadaniowego. Rozwiązują ćwiczenia interaktywne. Rozwiązania zadań uczniowie zapisują w zeszycie, sprawdzając w materiale ich poprawność. Osoby, które rozwiążą zadania bezbłędnie, otrzymują oceny z aktywności.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, których nie zdążyli wykonać na lekcji.

Materiały pomocnicze:

Układ równań z dwiema niewiadomymi – opisywanie związków między wielkościami za pomocą równań

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać galerię zadjęć interaktywnych jako pomoc przy rozwiazywaniu zadań w czasie konkursu oraz przy utrwalaniu materiału w czasie pracy samodzielnej w domu. Może to być materiał wprowadzający przy omawianiu układów równań liniowych.