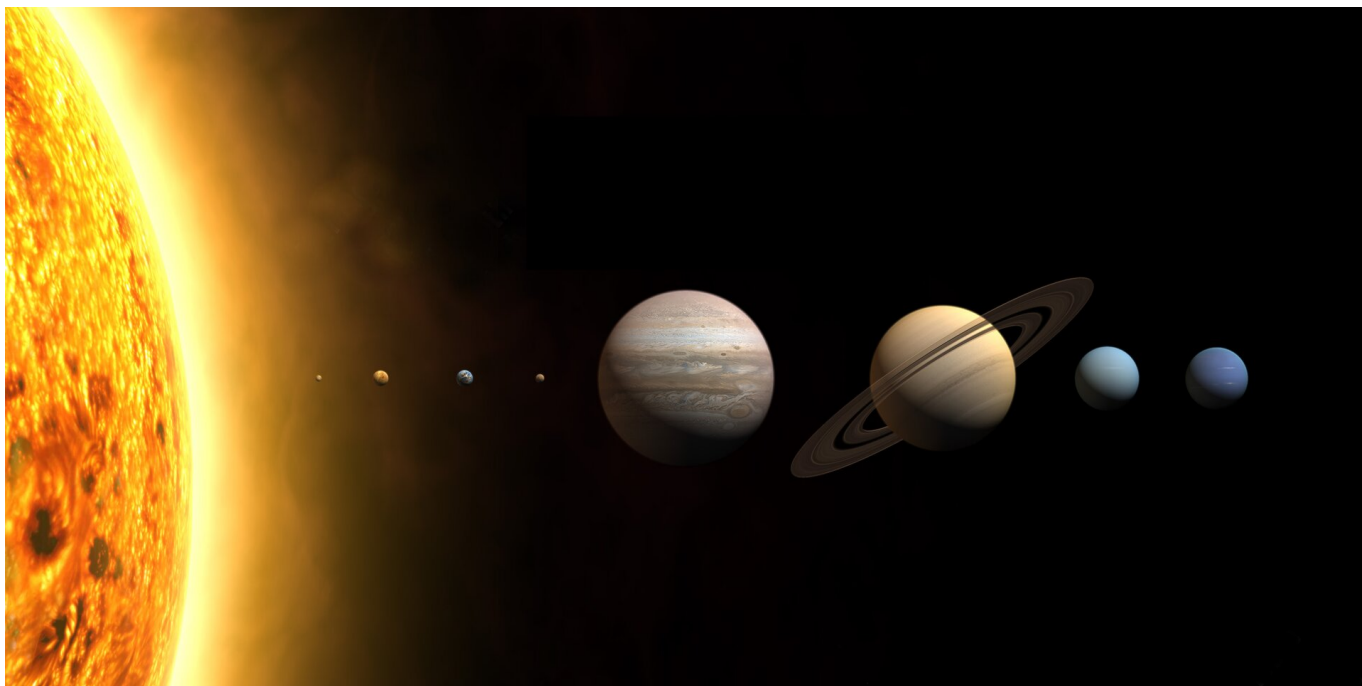




Jaka jest treść II prawa Keplera?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Jaka jest treść II prawa Keplera?

### Czy to nie ciekawe ?

Johannes Kepler był niemieckim uczonym, żyjącym na przełomie XVI i XVII wieku. Dzięki analizie wieloletnich obserwacji Tychona Brahe, Kepler odkrył i sformułował trzy prawa, którymi rządzi się Układ Słoneczny. Jak później się okazało, prawa te obowiązują również w każdym innym układzie planetarnym. Ale to nie wszystko – prawom tym podlegają również ruchy satelitów wokół planet. W pierwszym prawie, Kepler zdefiniował kształt orbit planet okrążających Słońce. Natomiast drugie prawo określa, jak zmieniają się prędkości planet w zależności od położenia na orbicie. Ruch po orbicie eliptycznej może wydawać się skomplikowany, jednak Kepler zauważył jedną bardzo charakterystyczną zależność. Jaką? Tego dowiesz się w tym e-materiale.

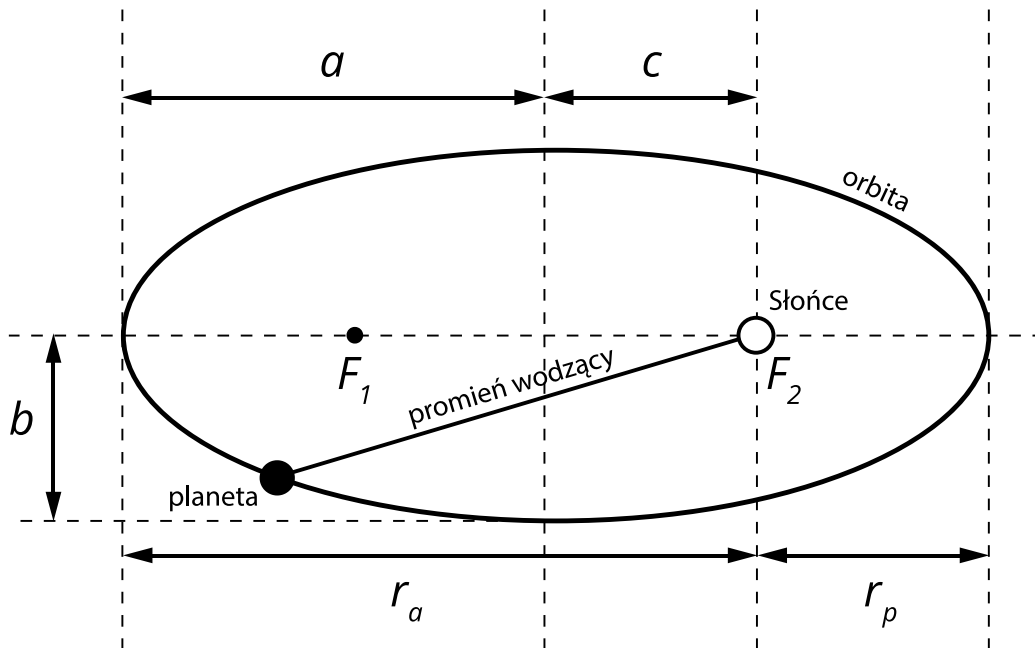
#### Twoje cele

- poznasz II prawo Keplera,
- zrozumiesz, czym jest prędkość polowa,
- opisziesz ruch planet po orbitach eliptycznych.

# Przeczytaj

## Warto przeczytać

Z pierwszego prawa Keplera dowiadujemy się, że planety krążą po elipsach, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk tych elips.



Rys .1. Elipsa z zaznaczonymi parametrami.

Punkty  $F_1$  i  $F_2$  to ogniska elipsy. W  $F_2$  znajduje się Słońce. Odległość  $a$  nazywamy **wielką półosią** elipsy,  $b$  - **małą półosią** elipsy, natomiast  $c$  to odległość pomiędzy ogniskiem elipsy a jej środkiem. Odległości  $r_a$  i  $r_p$  to odpowiednio odległość do **aphelium** oraz odległość do **perihelium**. Zauważmy, że  $r_a = a + c$ , natomiast  $r_p = a - c$ .

Kepler na początku XVII wieku analizował obserwacyjne dane, które dotyczyły położenia planet na niebie w znanych odstępach czasu pomiędzy kolejnymi pomiarami. Dzięki temu wyznaczył zależność, jaką sformułował w swoim drugim prawie.

### II prawo Keplera:

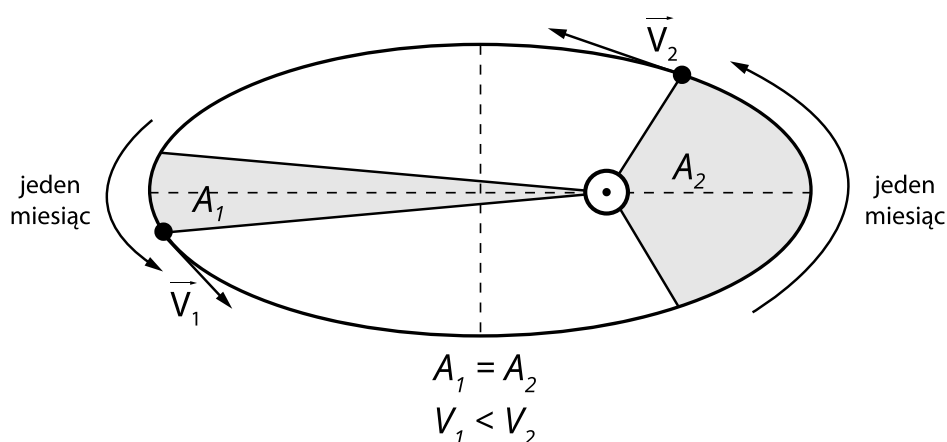
**W równych odstępach czasu promień wodzący planety, poprowadzony od Słońca, zakreśla równe pola.**

Kepler sformułował to prawo również w następujący sposób: prędkość polowa w ruchu planet wokół Słońca jest stała. Czym jest prędkość polowa? Dziś nie używamy często tego pojęcia. Zostało one wprowadzone w czasach, kiedy nie znano prawa grawitacji (Newton

urodził się kilkadziesiąt lat później), a także nie znano zasady zachowania momentu pędu, z której wynika drugie prawo Keplera. Jeżeli promień wodzący zakreśla w pewnym czasie  $\Delta t$  pole powierzchni  $\Delta A$ , wówczas prędkość połowa zdefiniowana jest jako

$$\frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Więcej o zależności pomiędzy momentem pędu a drugim prawem Keplera dowiesz się w e-materiale „Jaki jest związek między II prawem Keplera a zasadą zachowania momentu pędu?”.



Rys. 2. Dowolna planeta okrążająca Słońce w takim samym odstępie czasu (np. jednego miesiąca) zakreśli dłuższy łuk na orbicie będąc w peryhelium, niż będąc w pobliżu aphelium.

Zgodnie z II prawem Keplera, pola zaznaczone w różnych miejscach orbity szarym kolorem na Rys. 2., zakreślone przez promienie wodzące w równych odstępach czasu, są sobie równe. Blisko peryhelium, gdzie promienie wodzące są najkrótsze, planeta zakreśla większy łuk – przebywa dłuższą drogę  $\Delta s$  – niż w pobliżu aphelium, w którym promienie wodzące są najdłuższe.

Wyobraźmy sobie, że elipsa jest tak duża, że jej wybrane fragmenty w krótkich przedziałach czasu możemy przybliżyć trójkątami. Rozważmy pola powierzchni zakreślone przez promienie wodzące w peryhelium ( $r_p$ ) i aphelium ( $r_a$ ) w czasie  $\Delta t$ . Zgodnie z drugim prawem Keplera, pola te są sobie równe. Jeżeli skorzystamy z przybliżenia tych pól trójkątami równoramiennymi, wówczas w aphelium pole powierzchni zakreślone przez promień wodzący jest równe

$$\Delta A_1 = \frac{1}{2} \cdot r_a \cdot \Delta s_1,$$

a w peryhelium

$$\Delta A_2 = \frac{1}{2} \cdot r_p \cdot \Delta s_2,$$

przy założeniu, że promienie  $r_a$  i  $r_p$  są wysokościami tych trójkątów, a przebyte przez planetę drogi  $\Delta s_1$  i  $\Delta s_2$  ich podstawami.

Dodatkowo wiemy, że  $\Delta s = v \cdot \Delta t$ . Ponieważ pole musi zostać zachowane w ustalonym przedziale czasu, to otrzymujemy równość

$$\frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot v_a \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot (a - c) \cdot v_p \cdot \Delta t.$$

Z równości tej otrzymujemy zależność pomiędzy prędkościami w aphelium i peryhelium

$$\frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{r_a} = \frac{a-c}{a+c} = \frac{1-e}{1+e},$$

gdzie  $a$  to wielka półoś,  $c$  to odległość ogniska od środka elipsy, a  $e$  to [mimośród elipsy](#). Z tej zależności jasno wynika, że prędkość orbitalna planety w peryhelium będzie zawsze największa, a w aphelium najmniejsza.

## Słowniczek

### Wielka półoś

(ang.: *semi-major axis*) - odległość pomiędzy środkiem elipsy a jej najdalszym punktem od tego środka.

### Mała półoś

(ang.: *semi-minor axis*) - odległość pomiędzy środkiem elipsy a jej najbliższym punktem od tego środka.

### Mimośród (ekscentryczność)

(ang.: *eccentricity*) - określa, jak bardzo elipsa jest spłaszczona. Im większy mimośród, tym większe spłaszczenie. Gdy mimośród jest równy zero, wówczas mamy do czynienia z okręgiem.

### Aphelium

(ang.: *aphelion*) - najdalszy od Słońca punkt orbity.

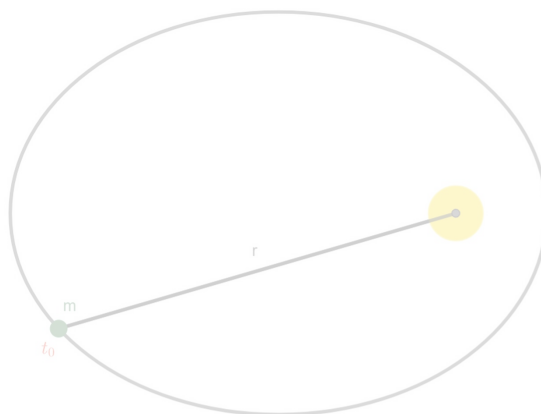
### Peryhelium

(ang.: *perihelion*) - najbliższy Słońcu punkt orbity.

# Symulacja interaktywna

## Jaka jest treść drugiego prawa Keplera?

Animacja prezentuje ruch planety po elipsie. Można w niej zauważyć, jak prędkość zmienia się w zależności od położenia na orbicie.



START STOP RESET

☐ wektor prędkości ?

Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DL6yWhcpH>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

### Polecenie 1

Zastanów się nad następującym zagadnieniem - czy potrafisz wyobrazić sobie taką orbitę planety, dla której planeta pokonywałaby taką samą drogę w równych sobie odcinkach czasu.

### Polecenie 2

Gdzie planeta poruszająca się po orbicie takiej, jak na animacji, będzie miała największą energię potencjalną - w peryhelium czy w aphelium?

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

## Ćwiczenie 1



O czym mówi II prawo Keplera?

- ☐ O polu powierzchni orbit planet w Układzie Słonecznym.
- ☐ O kształcie orbity planety.
- ☐ O zależności pomiędzy okresami obiegu planet wokół Słońca.
- ☐ O prędkościach planety w ruchu po elipsie.

## Ćwiczenie 2



Jaka jest treść II prawa Keplera?

- ☐ Prędkość planety jest taka sama tylko w peryhelium i aphelium.
- ☐ Planeta porusza się najwolniej w peryhelium, a najszybciej w aphelium.
- ☐ Pola zakreślane przez promień wodzący w jednakowych odstępach czasu są sobie równe.
- ☐ Długość promienia wodzącego planety jest wprost proporcjonalna do iloczynu prędkości i pola zakreślonego przez ten promień w ciągu jednego miesiąca.
- ☐ Prędkość w ruchu po elipsie jest stała.

### Ćwiczenie 3



Połącz części zdania tak, aby odpowiadały one prawom Keplera.

W równych odstępach czasu promień wiodący planety, poprowadzony od Słońca,

jest stała.

Prędkość polowa planety podczas ruchu po orbicie eliptycznej

ze Słońcem w jednym z ognisk tej elipsy.

Każda planeta krąży po orbicie eliptycznej

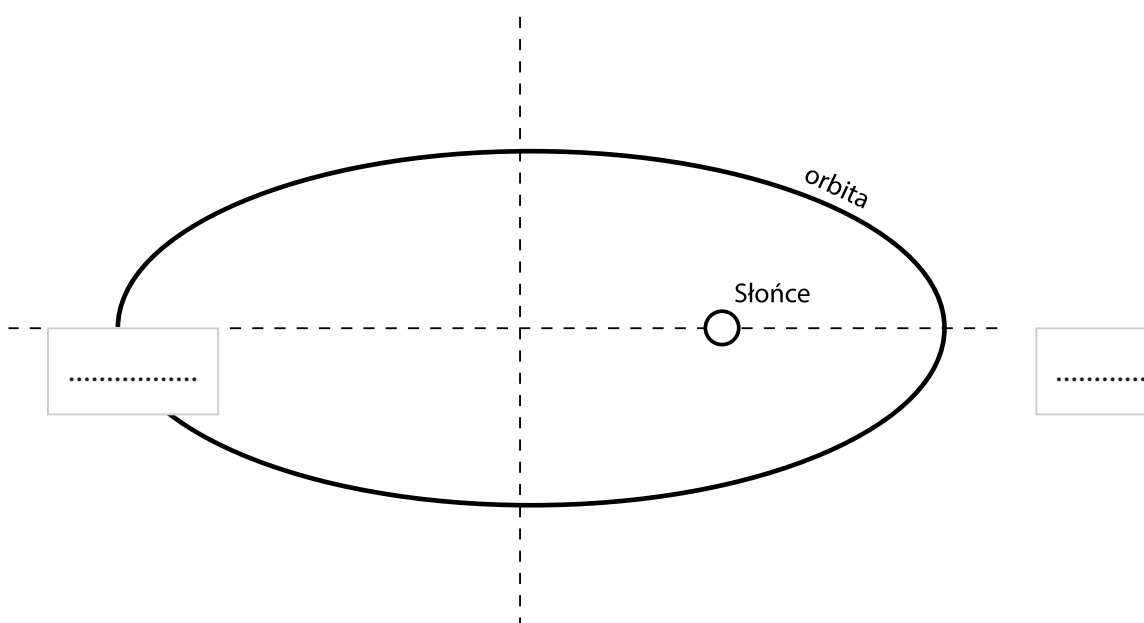
zakreśla równe pola.

### Ćwiczenie 4



Zaznacz na poniższym rysunku, w których punktach na orbicie prędkość planety będzie największa/najmniejsza.

największa prędkość, najmniejsza prędkość



### Ćwiczenie 5



Gdy Saturn znajduje się na orbicie w aphelium (1510 mln km), jego prędkość wynosi  $9,1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ .

Oblicz prędkość planety w chwili, gdy jest najbliżej Słońca (1350 mln km). Odpowiedź podaj w  $\frac{\text{km}}{\text{s}}$  z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

$v_p =$    $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ .

### Ćwiczenie 6



W 2006 roku Międzynarodowa Unia Astronomiczna (IAU) uznała Plutona za planetę karłowatą. Jego mimośród i kształt orbity znacznie różnią się od pozostałych planet Układu Słonecznego. Wiedząc, że  $e = 0,2488$ , oblicz stosunek prędkości Plutona w aphelium do prędkości w peryhelium. Wynik podaj z dokładnością do jednej cyfry znaczącej.

Odpowiedź: .

### Ćwiczenie 7



Wyznacz prędkość Marsa w aphelium wiedząc, że mimośród  $e = 0,0934$ , a prędkość w peryhelium wynosi  $26,50 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ . Wynik podaj z dokładnością do czterech cyfr znaczących.

$v_a =$    $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ .

### Ćwiczenie 8



Zastanów się lub sprawdź w dostępnych źródłach, jak satelity poruszają się po orbitach. Następnie zastanów się nad zagadnieniem zmiany kształtu orbity wskutek zwiększania prędkości i zaznacz poprawną odpowiedź w poniższym zdaniu.

Jeżeli zwiększymy prędkość satelity znajdującego się na orbicie kołowej, to punkt, w którym się znajdował przed zwiększeniem prędkości, będzie apogeum (najbardziej oddalony od Ziemi) / perygeum (najbliżej Ziemi) nowej eliptycznej orbity tego satelity.

# Dla nauczyciela

---

## Scenariusz lekcji:

|                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Imię i nazwisko autora:</b>            | Monika Sitek                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Przedmiot:</b>                         | Fizyka                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Temat zajęć:</b>                       | <b>Jak jest treść II prawa Keplera?</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Grupa docelowa:</b>                    | III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Podstawa programowa:</b>               | <p><b>Cele kształcenia – wymagania ogólne</b></p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.</p> <p>IV. Grawitacja i elementy astronomii. Uczeń:</p> <p>6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.</p> |
| <b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b> | <p><b>Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li><li>• kompetencje cyfrowe,</li><li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li><li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Cele operacyjne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. podaje treść drugiego prawa Keplera,</li> <li>2. wyjaśnia w jasny sposób drugie prawo Keplera,</li> <li>3. opisuje prędkości planety w różnych fragmentach orbity.</li> </ol> |
| <b>Strategie nauczania:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | blended-learning                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Metody nauczania:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | pokaz multimedialny, analiza pomysłów                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Formy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | praca wspólna                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Środki dydaktyczne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | rzutnik, ekran                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Materiały pomocnicze:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | E-materiały: „Co mówi III prawo Keplera?”, „Pierwsze prawo Keplera”.                                                                                                                                                                  |
| <b>PRZEBIEG LEKCJI</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Faza wprowadzająca:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>Materiał należy połączyć z materiałami o pozostałych prawach Keplera, e-materiałami „Co mówi III prawo Keplera?” oraz „Pierwsze prawo Keplera”.</p> <p>Uczeń zapoznaje się z całym e-materiałem samodzielnie w domu.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Faza realizacyjna:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>Nauczyciel pyta uczniów o to, co zapamiętali z e-materiałów. Następuje burza mózgów. Nauczyciel wypisuje na tablicy najważniejsze elementy przytoczone przez uczniów. Uczniowie rozpoczynają burzę mózgów pod nadzorem merytorycznym nauczyciela. Debata nad tym, jak należy zmienić elipsę (zwiększyć/zmniejszyć mimośród), aby uzyskać jak największą różnicę prędkości w skrajnych punktach elipsy (aphelium, peryhelium). Uczniowie zastanawiają się nad tym, jakie ma znacznie drugie prawo Keplera w inżynierii kosmicznej. Czy zasada zachowania prędkości polowej ma znaczenie w ruchu satelitów wokół Ziemi? Jaki moment w ruchu satelity jest najlepszy, aby zmienić trajektorię ruchu satelity na większą orbitę?</p> |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Faza podsumowująca:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>Uczniowie zapisują na dwóch kartkach dwa pytania dotyczące tematu lekcji. Jedną kartkę pozostawiają sobie, a drugą przekazują sąsiadowi. Zapisują odpowiedzi do swoich pytań oraz do pytań otrzymanych od sąsiada. Nauczyciel sprawdza odpowiedzi uczniów w ramach mini kartkówki sprawdzającej wiedzę uczniów. Ocenia trudność pytań własnych ucznia i wyczerpującą odpowiedź na wszystkie pytania metodą opisową.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Praca domowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>Uczniowie utrwalają wiedzę i zdobyte umiejętności przez rozwiązanie w domu zadań z zestawu ćwiczeń.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                       |

**Wskazówki metodyczne  
opisujące różne zastosowania  
danego multimedium:**

Animacja może zostać dla przypomnienia  
odtworzona w czasie lekcji.