

Stożek. Pole powierzchni stożka

Powstawanie stożka. Zasób zawiera prezentację multimedialną i animację ilustrującą powierzchnie i odcinki w stożku. Przykłady zadań na obliczanie długości odcinków i pola powierzchni stożka.

Prezentacja różnych przekroi stożka. Odcinki w stożku. Prezentacja multimedialna ukazująca przekroje stożka.

Siatka stożka. Zaznaczanie odcinków na siatce. Tworząca stożka. Obwód podstawy stożka. Kąty w stożku. Prezentacja multimedialna - zmiana kształtu stożka w zależności od położenia wierzchołka trójkąta prostokątnego. Film ilustrujący kształt powierzchni stożka.

Przykłady zadań na obliczanie pola powierzchni stożka. Zasób zawiera prezentację multimedialną i animację 3D o powstawaniu stożka przez obrót trójkąta prostokątnego wokół przyprostokątnej.

Zadania na obliczanie pola powierzchni stożka i długości odcinków w stożku. Rozwiązania do zadań otwartych.

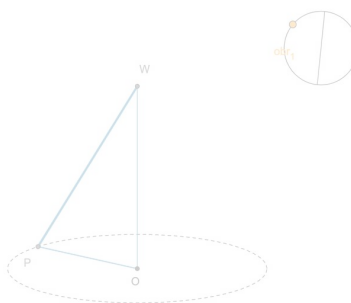
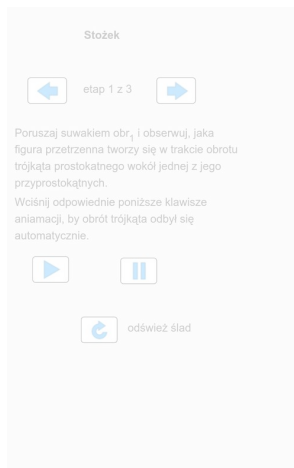
Zadania na obliczanie pola powierzchni stożka i długości odcinków w stożku. Zasób zawiera zadania interaktywne.

Stożek. Pole powierzchni stożka

Analizując poniższy materiał poznasz najważniejsze pojęcia związane ze stożkiem, przekroje stożka i siatkę stożka. Dowiesz się, jak obliczyć pole powierzchni stożka.

Przykład 1

Zaobserwuj, jaką bryłę otrzymujemy w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego wokół jednej z przyprostokątnych. W kształcie jakiej figury jest podstawa bryły? Ile ma wierzchołków?



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PafHObSoZ>

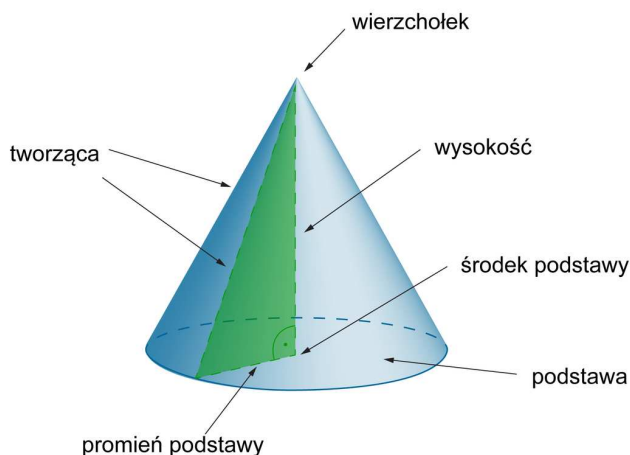
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

W wyniku obrotu trójkąta prostokątnego wokół prostej, na której leży jedna z przyprostokątnych, otrzymujemy bryłę, zwaną **stożkiem**.

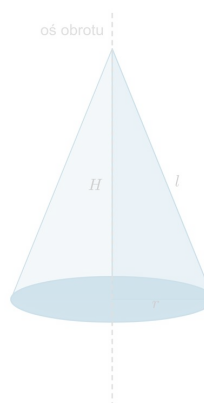
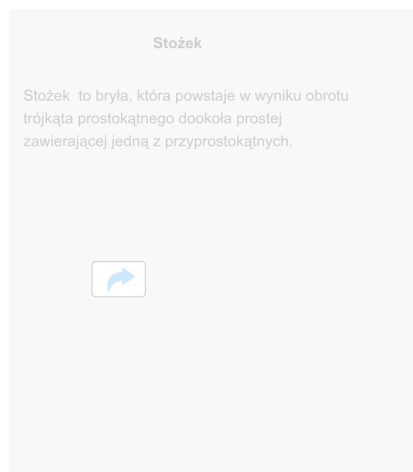
Prosta ta jest **osią obrotu** stożka. Jest to również **oś symetrii** stożka. **Podstawą stożka** jest koło. **Wysokość H** stożka jest równa przyprostokątnej, wokół której obracaliśmy trójkąt, a promień r podstawy jest równy drugiej z przyprostokątnych. Wysokość jest prostopadła do płaszczyzny, na której leży podstawa stożka, a więc i do każdego z promieni podstawy.

Wierzchołek obracanego trójkąta nieleżący na podstawie to **wierzchołek stożka**.

Przeciwprostokątna obracanego trójkąta zakresliła **powierzchnię boczną** stożka. Jest ona **tworzącą stożka**. Tworzącą stożka jest zatem każdy odcinek łączący wierzchołek stożka z punktem leżącym na okręgu będącym brzegiem podstawy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PafHObSoZ>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Na oklejenie runda kartonowej czapeczki w kształcie stożka zużyto 44 cm niebieskiej taśmy.

Wysokość czapeczki jest trzykrotnie większa od promienia podstawy. Oblicz tę wysokość. Przyjmij $\pi = \frac{22}{7}$.

Z treści zadania wynika, że długość okręgu, będącego brzegiem podstawy stożka, w kształcie którego jest czapeczka, jest równy 44 cm.

Obliczmy promień r tego okręgu.

$$2\pi r = 44,$$

$$2 \cdot \frac{22}{7} \cdot r = 44,$$

$$r = 7 \text{ cm.}$$

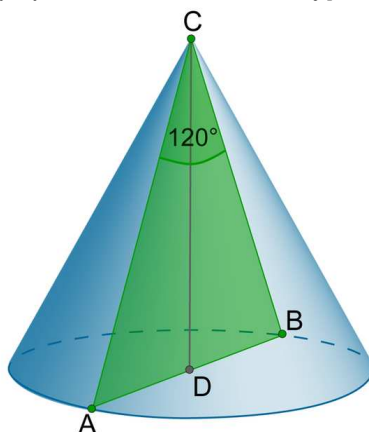
Wysokość czapeczki jest trzykrotnie większa od promienia, czyli wynosi

$$3 \cdot 7 \text{ cm} = 21 \text{ cm.}$$

Przykład 3

W trójkącie równoramiennym ABC kąt ACB między ramionami ma miarę 120° , a ramię BC ma długość 10 dm.

Trójkąt ten obrócono wokół prostej, na której leży wysokość CD . Oblicz średnicę podstawy tak utworzonego stożka i jego wysokość.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kąt BCD jest połową kąta ACB , ma zatem miarę 60° .

Trójkąt BCD jest więc trójkątem prostokątnym, w którym jeden z kątów ostrych ma miarę 60° . Z własności takiego trójkąta wynika, że

$$|CD| = \frac{1}{2}|BC| = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5,$$

$$|BD| = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}.$$

Zatem wysokość stożka jest równa 5 dm, a średnica podstawy ma długość

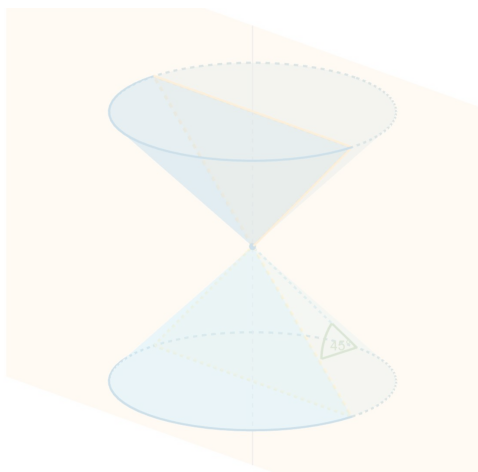
$$2 \cdot 5\sqrt{3} \text{ dm} = 10\sqrt{3} \text{ dm}.$$

Przekroje stożka

Przykład 4

Przyjrzyj się przekrojom stożka. Jaki kształt ma przekrój osiowy? Jaki kształt ma przekrój poprzeczny?

Dowiedz się, jak nazywa się figura otrzymana w wyniku przekroju stożka płaszczyzną, która nie jest ani równoległa, ani prostopadła do podstawy.

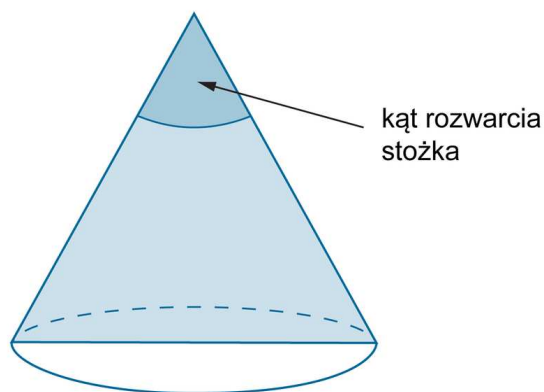
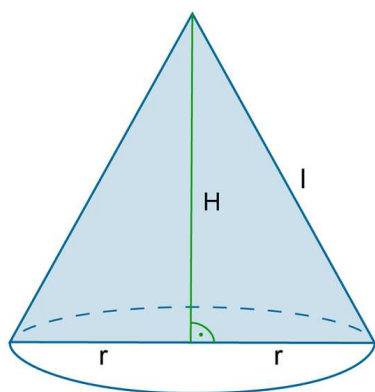


Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PafHObSoZ>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

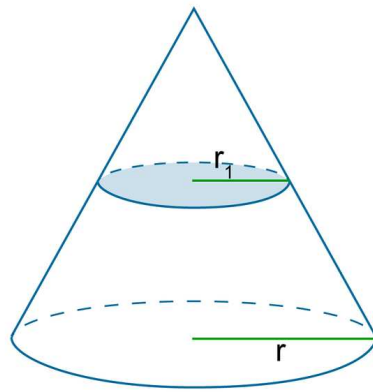
Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym. Podstawa tego trójkąta jest równa średnicy podstawy stożka, ramię jest równe tworzącej, a wysokość poprowadzona z wierzchołka między ramionami jest równa wysokości stożka.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Przekrój poprzeczny stożka jest kołem. Promień tego koła jest nie większy od promienia podstawy stożka.



$$r_1 \leq r$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 5

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem, w którym jeden z kątów ma miarę 160° .

Znajdź miary pozostałych kątów tego trójkąta.

Trójkąt będący przekrojem osiowym stożka jest równoramienny. Kąt o mierze 160° jest kątem rozwartym, zatem jest kątem między ramionami tego trójkąta. Kąty przy podstawie trójkąta równoramiennego mają równe miary.

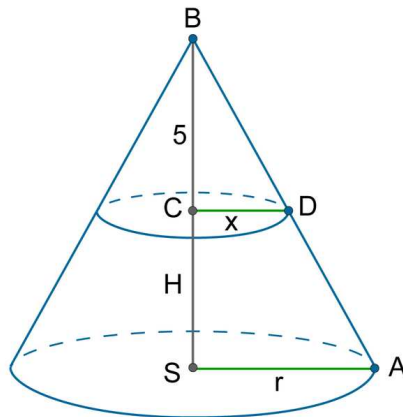
Każdy z nich jest więc równy

$$\frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ.$$

Pozostałe kąty trójkąta są równe $10^\circ, 10^\circ$.

Przykład 6

Wysokość stożka jest równa 12, a średnica podstawy ma długość 7. W odległości 5 od wierzchołka przecięto stożek płaszczyzną prostopadłą do wysokości. Oblicz pole tak utworzonego przekroju.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oznaczmy:

- B – wierzchołek stożka,
- C – środek przekroju poprzecznego,
- $|CD| = x$ – promień przekroju poprzecznego,
- $|SA| = r$ – promień podstawy stożka,
- H – wysokość stożka.

Zauważmy, że trójkąty BCD i BSA są podobne na podstawie cechy podobieństwa trójkątów **kąt-kąt-kąt**.

Istotnie:

Oba trójkąty są prostokątne, kąt SBA jest kątem wspólnym obu trójkątów i $|\angle CDB| = |\angle SAB|$ – jako kąty odpowiadające przy prostych równoległych.

Zapisujemy proporcję wynikającą z podobieństwa tych trójkątów i wyznaczamy promień przekroju poprzecznego.

$$\frac{5}{x} = \frac{H}{r},$$

$$\frac{5}{x} = \frac{12}{\frac{7}{2}},$$

$$12x = \frac{35}{2},$$

$$x = \frac{35}{2} \cdot \frac{1}{12},$$

$$x = \frac{35}{24}.$$

Obliczamy pole przekroju.

$$P = \pi x^2,$$

$$P = \left(\frac{35}{24}\right)^2 \cdot \pi,$$

$$P = \frac{1225\pi}{576} = 2\frac{73}{576}\pi.$$

Pole przekroju stożka jest równe $2\frac{73}{576}\pi$.

Siatka stożka

Przykład 7

Wytnij z papieru trzy koła.

Pierwsze koło przetnij na pół. Drugie przetnij wzdłuż średnic na 4 równe części. Z trzeciego wytnij dowolny wycinek koła. Zwiń wycięte figury tak, aby otrzymać „czapeczkę”.

Jaki ma kształt każda z otrzymanych „czapeczek”?



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RAaoaDoSn2NPg>

Stozek. Pole powierzchni stożka_4113

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy wykonać papierowe czapeczki w kształcie pola bocznego stożka.

Przykład 8

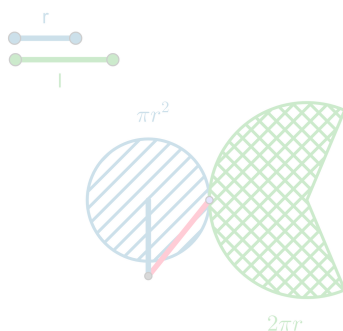
Wytnij z papieru koło. Oznacz jego środek S , a promień r . Przetnij koło wzdłuż promienia i zwiń tak, aby promienie wyznaczone przez miejsce przecięcia pokryły się. Zepnij tak otrzymaną powierzchnię boczną stożka.

- Jaka jest długość tworzącej?
- Jak obliczyć promień podstawy?
- Który z punktów koła jest wierzchołkiem stożka?
- W jakim kształcie jest powierzchnia boczna stożka?
- Z jakich figur składa się powierzchnia całkowita stożka?

Przykład 9

Zaobserwuj, jak zmienia się powierzchnia boczna stożka, gdy zmieniamy jego wysokość.

Jaka jest długość promienia podstawy stożka, a jaka tworzącej, gdy powierzchnia boczna jest półkolem?



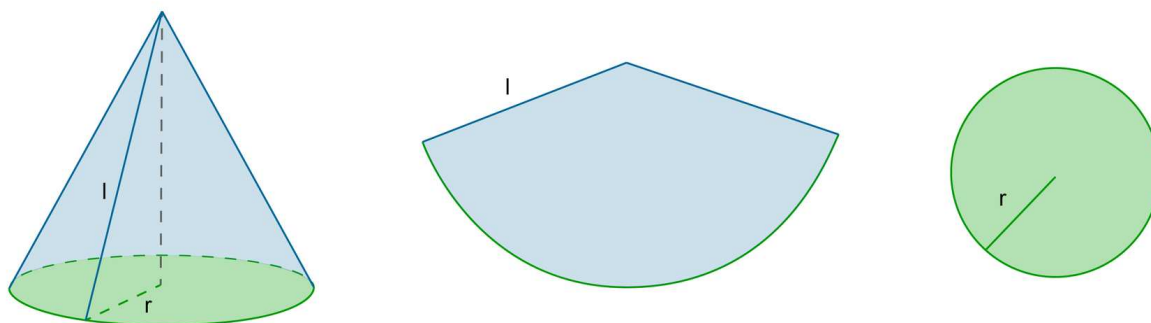
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PafHObSoZ>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Powierzchnia boczna stożka, po rozłożeniu na płaszczyźnie, jest wycinkiem kołowym.

Siatka stożka składa się z koła, będącego podstawą stożka i wycinka koła, będącego powierzchnią boczną.

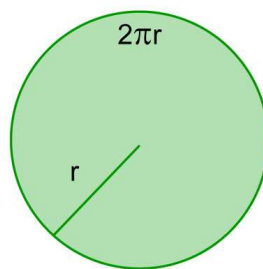
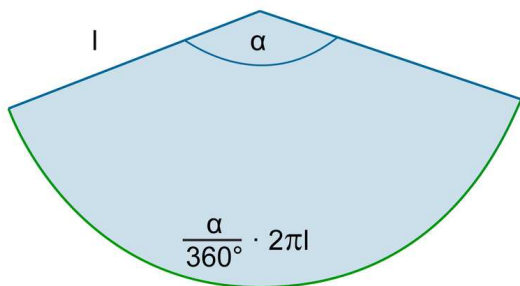
Ważne!



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Tworząca stożka jest równa promieniowi wycinka koła, będącego powierzchnią boczną stożka.

Obwód podstawy stożka jest równy długości łuku wyznaczonego przez wycinek koła, będący powierzchnią boczną.



$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi l = 2\pi r$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 10

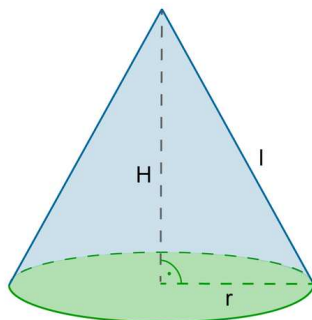
Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyźnie jest półkolem, którego promień jest równy 8. Oblicz wysokość stożka.

Obliczamy najpierw promień r podstawy stożka.

$$2\pi r = \frac{2\pi \cdot 8}{2},$$

$$r = 4.$$

Aby obliczyć wysokość H stożka, korzystamy z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta, którego boki mają długości H , r , l .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$H^2 + r^2 = l^2,$$

$$H^2 + 4^2 = 8^2,$$

$$H^2 = 64 - 16,$$

$$H^2 = 48,$$

$$H = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}.$$

Wysokość stożka jest równa $4\sqrt{3}$.

Przykład 11

Podstawą stożka jest koło o promieniu $r = 16$ cm. Powierzchnia boczna po rozwinięciu na płaszczyźnie jest wycinkiem koła o promieniu 18 cm. Obliczymy miarę kąta środkowego wyznaczającego ten wycinek.

Obliczamy obwód podstawy stożka.

$$L = 2\pi r,$$

$$L = 2\pi \cdot 16,$$

$$L = 32\pi \text{ cm.}$$

Oznaczmy:

α – miara kąta środkowego wyznaczającego wycinek, będący powierzchnią boczną stożka.

Obliczamy długość łuku wyznaczającego wycinek koła.

$$L_W = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 18,$$

$$L_W = \frac{\alpha}{10^\circ} \pi \text{ cm.}$$

Porównujemy obwód podstawy stożka i długość łuku wycinka koła i wyznaczamy α .

$$32\pi = \frac{\alpha}{10^\circ} \cdot \pi,$$

$$\alpha = 320^\circ.$$

Miara kąta środkowego wyznaczającego wycinek koła, będący powierzchnią boczną stożka, jest równa 320° .

Pole powierzchni stożka

Przykład 12

Obliczymy pole powierzchni bocznej stożka, która po rozwinięciu na płaszczyźnie jest wycinkiem koła o promieniu l . Promień podstawy tego stożka jest równy r .

Pole powierzchni bocznej P_b obliczymy jako pole wycinka koła. Niech α będzie kątem środkowym tego wycinka. Wtedy

$$P_b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot l^2.$$

Zapisujemy i przekształcamy równość wynikającą z tego, że długość łuku okręgu wyznaczonego przez wycinek jest równa obwodowi podstawy stożka.

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot l = 2 \cdot \pi \cdot r,$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} l = r,$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{r}{l}.$$

Stąd

$$P_b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot l^2 = \frac{r}{l} \cdot \pi \cdot l^2 = \pi r l.$$

Pole powierzchni bocznej jest równe $\pi r l$.

Ważne!

Obejrzyj animację pokazującą otrzymywanie siatki stożka.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R8KEdlk8r7QEQ>

Matematyka_3D_5010

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje stojące na drodze pachółki drogowe w kształcie stożka. Kreślone są krawędzie jednego pachółka - powstaje stożek, który następnie rozkłada się na siatkę stożka.

Ważne!

Obejrzyj, jak z danej siatki otrzymać stożek.

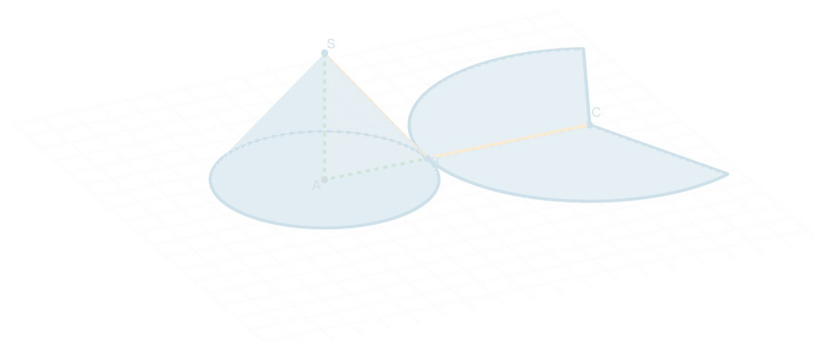


Film dostępny pod adresem </preview/resource/R3BWpF54Rbqwv>

Matematyka_3D_5011

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje siatkę stożka, która następnie składa się w stożek. Stożek zamienia się w pachółek drogowy. Na drodze stoją cztery pachółki.



Ważne!

Pole powierzchni całkowitej P_c stożka o promieniu podstawy r i tworzącej l jest równe

$$P_c = P_b + P_p,$$

gdzie:

P_b – pole powierzchni bocznej,

P_p – pole podstawy.

Ponieważ $P_b = \pi r l$, $P_p = \pi r^2$, stąd

$$P_c = \pi r l + \pi r^2.$$

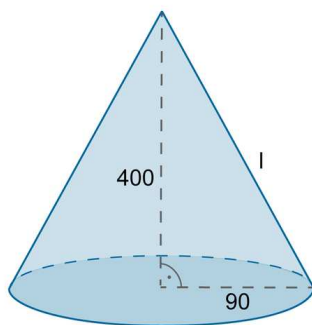
Przykład 13

Obliczmy, ile dm^2 szkła zużyto na wykonanie klosza do lampy, który ma kształt stożka o wysokości 400 mm i promieniu podstawy 90 mm.

Aby obliczyć ile dm^2 szkła użyto, obliczmy pole powierzchni bocznej stożka, w kształcie którego jest klosz.

$P_b = \pi r l$, gdzie $r = 90$ mm.

Najpierw jednak, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyznaczmy długość tworzącej odpowiedniego stożka.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$l^2 = 400^2 + 90^2,$$

$$l^2 = 160000 + 8100,$$

$$l^2 = 168100,$$

$$l = 410 \text{ mm}.$$

Zapisujemy wymiary stożka w decymetrach.

$$r = 90 \text{ mm} = 0,9 \text{ dm},$$

$$l = 410 \text{ mm} = 4,1 \text{ dm}.$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej stożka.

$$P = \pi \cdot 0,9 \cdot 4,1,$$

$$P = 3,69\pi \text{ dm}^2.$$

Na wykonanie klosza potrzeba $3,69\pi \text{ dm}^2$ szkła.

Przykład 14

Obliczmy pole powierzchni całkowitej stożka o tworzącej długości 4,2 cm i promieniu podstawy 2 cm.

Pole powierzchni całkowitej stożka obliczamy jako sumę pola powierzchni bocznej i pola podstawy.

$$P_c = P_b + P_p,$$

$$P_c = \pi \cdot 2 \cdot 4,2 + \pi \cdot 2^2,$$

$$P_c = 8,4\pi + 4\pi,$$

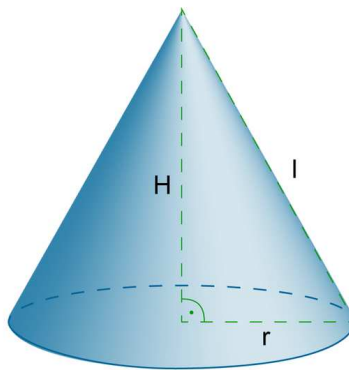
$$P_c = 12,4\pi \text{ cm}^2.$$

Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe $12,4\pi \text{ cm}^2$.

Przykład 15

Pole przekroju osiowego stożka jest równe 660. Pole podstawy wynosi 121π . Obliczmy pole powierzchni bocznej.

Pole podstawy stożka wynosi 121π , zatem promień podstawy stożka jest równy $\sqrt{121} = 11$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole przekroju osiowego to połowa iloczynu wysokości stożka i średnicy jego podstawy. Wiedząc, że pole to jest równe 660, a średnica $2 \cdot 11 = 22$, można obliczyć wysokość stożka.

$$H = 60.$$

Teraz musimy jeszcze wyznaczyć długość tworzącej – korzystamy z twierdzenia Pitagorasa.

$$l^2 = H^2 + r^2,$$

$$l^2 = 60^2 + 11^2,$$

$$l^2 = 3721,$$

$$l = 61.$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej.

$$P_b = \pi r l,$$

$$P_b = \pi \cdot 11 \cdot 61,$$

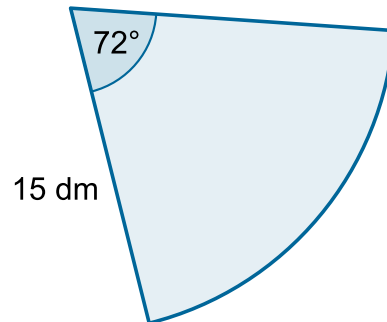
$$P_b = 671\pi.$$

Pole powierzchni bocznej stożka jest równe 671π .

Przykład 16

Pole powierzchni bocznej stożka jest wycinkiem koła o kącie środkowym 72° i promieniu 15 dm.

Obliczmy pole powierzchni całkowitej stożka.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczamy pole powierzchni bocznej stożka, jako pole wycinka koła.

$$P_b = \frac{72^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 15^2,$$

$$P_b = \frac{1}{5} \cdot \pi \cdot 225,$$

$$P_b = 45\pi.$$

Teraz wyznaczamy promień r podstawy stożka.

$$2\pi r = \frac{72^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 15,$$

$$r = \frac{1}{5} \cdot 15,$$

$$r = 3 \text{ dm}.$$

Obliczamy pole podstawy.

$$P_p = \pi \cdot 3^2 = 9\pi.$$

Dodajemy wyznaczone wartości, obliczając pole powierzchni całkowitej stożka.

$$P_c = P_b + P_p,$$

$$P_c = 45\pi + 9\pi = 54\pi.$$

Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe $54\pi \text{ dm}^2$.

Przykład 17

Trójkąt prostokątny o bokach długości 5, 12, 13 obracamy wokół przeciwprostokątnej. Obliczymy pole powierzchni tak powstałej bryły.

W wyniku obrotu trójkąta wokół przeciwprostokątnej powstała bryła składająca się z dwóch stożków o wspólnej podstawie. Tworzące stożków są równe przyprostokątnym trójkąta. Większy stożek ma tworzącą długości 12, a mniejszy ma tworzącą długości 5. Promienie podstaw obu stożków są równe.

Zauważmy, że promień r jest wysokością obracanego trójkąta. Jego długość obliczymy, porównując pole trójkąta obliczone dwoma sposobami.

$$\frac{1}{2} \cdot 13 \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5,$$

$$13r = 60 \quad | : 13,$$

$$r = \frac{60}{13}.$$

Obliczamy pole powierzchni bryły jako sumę pól powierzchni bocznych dwóch stożków.

$$P = \pi \cdot \frac{60}{13} \cdot 12 + \pi \cdot \frac{60}{13} \cdot 5,$$

$$P = \frac{720\pi}{13} + \frac{300\pi}{13},$$

$$P = \frac{1020}{13}\pi,$$

$$P = 78\frac{6}{13}\pi.$$

Pole powierzchni bryły jest równe $78\frac{6}{13}\pi$.

Ćwiczenie 1



Połącz w pary trójkąty prostokątne z promieniami r podstaw i wysokościami H stożków, które powstały w wyniku obrotu tych trójkątów wokół ich krótszych przyprostokątnych.

pole jest równe 60, a jedna z przyprostokątnych ma długość 15

$$r = 24, H = 7$$

jeden z kątów ostrych ma miarę 30° , a przeciwprostokątna ma długość 9

$$r = 15, H = 8$$

długość jednej z przyprostokątnych jest równa 24, a przeciwprostokątna ma długość 25

$$r = 4,5\sqrt{3}, H = 4,5$$

Ćwiczenie 2



Połącz w pary opis otrzymania stożka z polem powierzchni powstałego stożka.

Trójkąt równoboczny o boku długości 6 obrócono wokół prostej, na której leży jedna z wysokości trójkąta.

$$P = 192\pi + 128\sqrt{3}\pi$$

Trójkąt równoramienny obrócono wokół wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta między ramionami. Wysokość ta jest równa 8, a miara jednego z kątów 120° .

$$P = 200\pi(1 + \sqrt{2})$$

Trójkąt prostokątny równoramienny obrócono wokół prostej, na której leży jedna z przyprostokątnych. Pole koła opisanego na tym trójkącie jest równe 100π .

$$P = 27\pi$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wysokość poniższych stożków jest równa 12. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Jeżeli pole podstawy stożka jest równe 256π , to jego pole boczne wynosi .
- Jeżeli tworząca stożka ma długość 13, to jego pole boczne wynosi .
- Jeżeli przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym, to jego pole boczne wynosi .

74π

83π

65π

96π

320π

180π

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz, ile dm^2 srebrnego kartonu użyto na wykonanie 4 dekoracyjnych jednakowych choinek. Każda choinka ma kształt stożka (bez podstawy) o wysokości 0,5 m i promieniu podstawy 1,5 dm. Wynik podaj z dokładnością do 0,01 dm^2 . Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ ok. 92,40 dm^2

☐ ok. 98,35 dm^2

☐ ok. 96,30 dm^2

☐ ok. 94,45 dm^2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oblicz, ile cm^2 szkła użyto na wykonanie szklanego klosza do lampki nocnej. Klosz ma kształt stożka o promieniu podstawy 3 cm i wysokości 10 cm. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ ok. 92,95 cm^2

☐ ok. 94,75 cm^2

☐ ok. 98,35 cm^2

☐ ok. 96,55 cm^2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Podstawą stożka jest koło o polu 400π . Pole powierzchni bocznej jest równe 580π . Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Pole przekroju osiowego wynosi 420.
- ☐ Tworząca jest o 9 dłuższa od promienia podstawy.
- ☐ Wysokość stożka jest o 1 większa od średnicy podstawy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Tabela opisuje wymiary stożka, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym o przyprostokątnej długości 2. Uzupełnij tabelkę przeciągając odpowiedzi w puste miejsca.

Pole podstawy stożka	Wysokość stożka	Długość tworzącej	Pole powierzchni bocznej

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

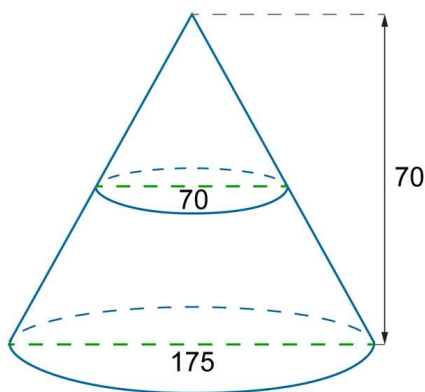
Ćwiczenie 8



Średnica podstawy stożka jest równa 175, a jego wysokość 70. Stożek przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy.

Średnica tak otrzymanego przekroju poprzecznego ma długość 70.

Oblicz pole powierzchni całkowitej stożka, który otrzymano w wyniku przekroju.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Oblicz pole powierzchni bocznej stożka, którego przekrój osiowy jest trójkątem równobocznym. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Jeżeli taki przekrój osiowy ma pole równe $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$, to pole powierzchni bocznej stożka wynosi cm^2 .
- Jeżeli taki przekrój osiowy ma obwód równy 15 cm , to pole powierzchni bocznej stożka wynosi cm^2 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Pole powierzchni bocznej stożka jest równe 3864π , a pole podstawy 3136π . Oblicz wysokość stożka. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Wysokość stożka wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Kąt rozwarcia stożka jest równy 120° , a tworząca jest równa 8. Oblicz obwód podstawy i wysokość stożka. Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $L = 4\pi\sqrt{3}, H = 2$

☐ $L = 10\pi\sqrt{3}, H = 6$

☐ $L = 8\pi\sqrt{3}, H = 4$

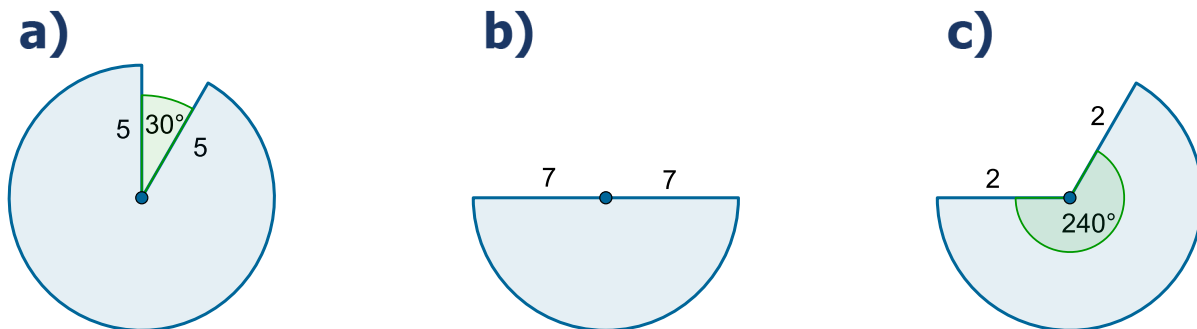
☐ $L = 6\pi\sqrt{3}, H = 8$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Powierzchnia boczna stożka jest wycinkiem koła przedstawionym na rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Oblicz pola podstaw stożków. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Pole podstawy stożka, o powierzchni bocznej przedstawionej na rysunku A, wynosi
- Pole podstawy stożka, o powierzchni bocznej przedstawionej na rysunku B, wynosi
- Pole podstawy stożka, o powierzchni bocznej przedstawionej na rysunku C, wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o boku długości 12 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Pole powierzchni bocznej tego stożka wynosi cm².

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Pole powierzchni całkowitej stożka wynosi 100π cm. Promień podstawy stożka ma długość 5 cm. Oblicz długość tworzącej tego stożka. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Długość tworzącej tego stożka wynosi cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Każdy przekrój stożka jest kołem.
- ☐ Stożek jest bryłą obrotową.
- ☐ Przekrój stożka może być trójkątem rozwartokątnym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Oceń prawdziwość zdania.

Istnieje stożek, którego pole powierzchni bocznej jest równe polu powierzchni jego podstawy. Odpowiedź uzasadnij.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Oblicz pole całkowite powierzchni stożka, którego powierzchnię boczną utworzono z półkola o promieniu długości a . Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Pole powierzchni całkowitej jest równe .

☐ $\frac{2}{5}\pi a^2$

☐ $\frac{3}{4}\pi a^2$

☐ $\frac{1}{4}\pi a^2$

☐ $\frac{3}{5}\pi a^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Koło o promieniu długości 10 cm rozcięto na dwa wycinki kołowe. Jeden z wycinków odpowiada kątowi środkowemu o mierze 60° . Z każdego wycinka utworzono powierzchnię boczną stożka. Oblicz sumę długości promieni podstaw tych stożków. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Suma długości tych promieni wynosi cm.

☐ 20

☐ 40

☐ 10

☐ 30

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Koło o promieniu długości a cm rozcięto na dwa wycinki kołowe. Jeden z wycinków odpowiada kątowi środkowemu o mierze α° . Z każdego wycinka utworzono powierzchnię boczną stożka. Oblicz sumę długości promieni podstaw tych stożków. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednie wyrażenie lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Suma długości tych promieni wynosi cm.

☐ $2a$

☐ $3a$

☐ $4a$

☐ a

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Tworząca stożka ma długość 20 cm i jest nachylona do podstawy pod kątem 30° . Oblicz pole powierzchni całkowitej stożka. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Pole powierzchni tego stożka wynosi cm^2 .

☐ $50\pi(4\sqrt{3} + 3)$

☐ $100\pi(2\sqrt{3} + 3)$

☐ $50\pi(2\sqrt{5} + 3)$

☐ $100\pi(4\sqrt{5} + 3)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Kąt między tworzącą i wysokością stożka ma miarę 45° . Promień podstawy stożka ma długość 5 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

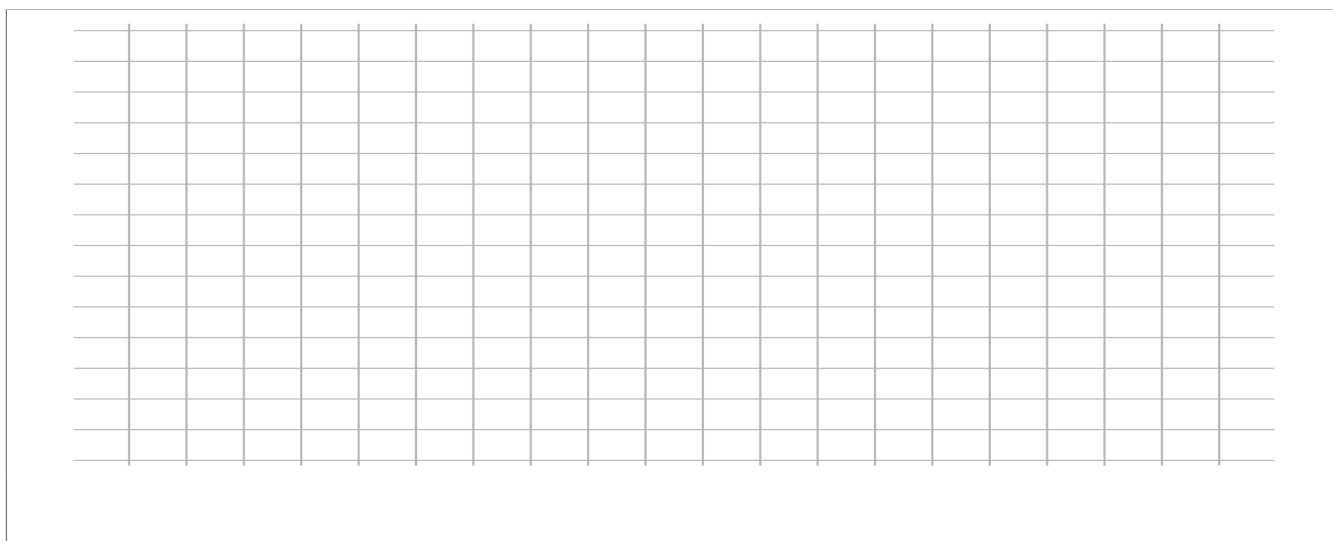
Pole powierzchni bocznej tego stożka wynosi cm^2 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Naszkicuj bryłę powstałą w wyniku obrotu trapezu prostokątnego wokół jego dłuższej podstawy. Podstawy trapezu mają długości 5 cm i 8 cm, a wysokość trapezu ma długość 4 cm.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdanie o szukaną liczbę.

Pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły jest równe $\pi \text{ cm}^2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.