

Wielokrotności i dzielniki liczb naturalnych

Materiał zawiera:

- animację, będącą wstępem do zrozumienia pojęcia "wielokrotność" ,
- animację "chodniczek liczbowy", pokazującą kolejne wielokrotności liczby 3,
- ćwiczenia interaktywne kształtujące umiejętności znajdowania wielokrotności liczb naturalnych (wypisywanie kolejnych wielokrotności, określanie wielokrotności przy wykorzystaniu osi liczbowej, znajdowanie NWW, zadania tekstowe).

Materiał zawiera:

- animację będącą wstępem do wprowadzania pojęcia dzielnik liczby naturalnej,
- ćwiczenia interaktywne utrwalające umiejętności związane z wyznaczeniem dzielników liczb naturalnych.

Materiał zawiera:

- ćwiczenia interaktywne na wyznaczenie dzielników liczb naturalnych, w tym NWD,
- ciekawostkę na temat liczb doskonałych,
- ćwiczenia interaktywne na wyznaczenie liczb doskonałych.

Wielokrotności i dzielniki liczb naturalnych

Wielokrotności



↑ 5 euro



↑ $2 \cdot 5 \text{ euro} = 10 \text{ euro}$



↑ $3 \cdot 5 \text{ euro} = 15 \text{ euro}$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RXxyR7TbY3WXI>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia wielokrotności liczb naturalnych na przykładzie obliczania wielokrotności pewnej kwoty pieniędzy.

Przykład 1

Spójrz na fragment chodniczka liczbowego. Co wspólnego mają liczby umieszczone na niebieskich polach?



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RN2p2Gf9BJGC5>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia za pomocą chodniczka liczbowego wielokrotności liczby 3.

Ważne!

- Liczby: 0, 3, 6, 9, ... to kolejne wielokrotności liczby 3. Każda wielokrotność jest wynikiem mnożenia liczby naturalnej przez liczbę 3, np.

$$0 \cdot 3 = 0,$$

$$1 \cdot 3 = 3,$$

$$2 \cdot 3 = 6.$$

- Nie możemy wypisać wszystkich wielokrotności liczby 3, jest ich bowiem nieskończenie wiele.
- Liczba zero jest najmniejszą wielokrotnością liczby 3, jak również każdej innej liczby naturalnej.

Ćwiczenie 1



Wypisz pięć dowolnych wielokrotności liczby

a. 7,

b. 12,

c. 15,

d. 31.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Na dywaniku 100 liczb zaznacz wszystkie wielokrotności liczby 5 większe od 20, a mniejsze od 60.

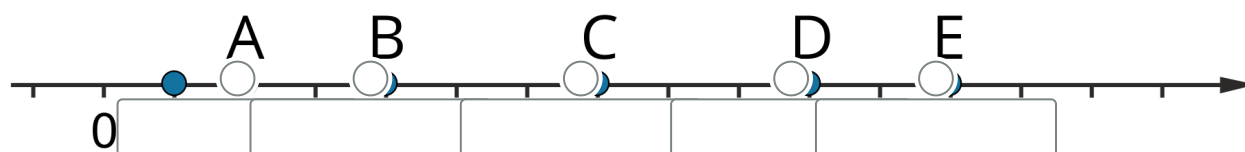
1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐
6 ☐	7 ☐	8 ☐	9 ☐	10 ☐
11 ☐	12 ☐	13 ☐	14 ☐	15 ☐
16 ☐	17 ☐	18 ☐	19 ☐	20 ☐
21 ☐	22 ☐	23 ☐	24 ☐	25 ☐
26 ☐	27 ☐	28 ☐	29 ☐	30 ☐
31 ☐	32 ☐	33 ☐	34 ☐	35 ☐
36 ☐	37 ☐	38 ☐	39 ☐	40 ☐
41 ☐	42 ☐	43 ☐	44 ☐	45 ☐
46 ☐	47 ☐	48 ☐	49 ☐	50 ☐
51 ☐	52 ☐	53 ☐	54 ☐	55 ☐
56 ☐	57 ☐	58 ☐	59 ☐	60 ☐
61 ☐	62 ☐	63 ☐	64 ☐	65 ☐
66 ☐	67 ☐	68 ☐	69 ☐	70 ☐
71 ☐	72 ☐	73 ☐	74 ☐	75 ☐
76 ☐	77 ☐	78 ☐	79 ☐	80 ☐
81 ☐	82 ☐	83 ☐	84 ☐	85 ☐
86 ☐	87 ☐	88 ☐	89 ☐	90 ☐
91 ☐	92 ☐	93 ☐	94 ☐	95 ☐
96 ☐	97 ☐	98 ☐	99 ☐	100 ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej są wielokrotnościami liczby 23. Odczytaj współrzędne punktów A , B , C , D , E . Uzupełnij luki na osi, wpisując odpowiednie wartości.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Sprawdź za pomocą kalkulatora, czy liczba 11151 jest wielokrotnością podanej liczby. Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz zdania prawdziwe.

☐ Liczba 11151 jest wielokrotnością liczby 11.

☐ Liczba 11151 jest wielokrotnością liczby 7.

☐ Liczba 11151 jest wielokrotnością liczby 9.

☐ Liczba 11151 jest wielokrotnością liczby 13.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Wielokrotnością jakich liczb są podane liczby? Przeciągnij każdy element do odpowiedniej grupy.

Wielokrotności liczby 5:

Wielokrotności liczby 6:

Wielokrotności liczby 5 oraz 6:

Najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 5 i 6:

45	60	48	40	5	30
30	66	42	30	36	
30	12	54	25	60	6
24	55	18	72	50	
10	20	60	35	15	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Wyznacz NWW podanych liczb. Uzupełnij luki w zdaniach, wpisując odpowiednie liczby.

- NWW (2, 3) wynosi
- NWW (3, 4) wynosi
- NWW (5, 10) wynosi
- NWW (2, 9) wynosi
- NWW (6, 8) wynosi
- NWW (6, 9) wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Jaką najmniejszą długość powinien mieć sznurek, aby można go było pociąć na kawałki długości 20 cm lub 25 cm? Uzupełnij lukę w odpowiedzi, wpisując poprawną wartość.

Odpowiedź: Sznurek powinien mieć cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Janek i Wojtek przygotowywali się do zawodów lekkoatletycznych i biegali dookoła boiska. Wojtek przebiegał ten dystans w ciągu 5 minut, a Janek w ciągu 4 minut. Chłopcy o godzinie 14 : 00 wystartowali równocześnie z tego samego miejsca i pobiegli w tę samą stronę. O której godzinie spotkają się ponownie na starcie?

Uzupełnij poniższą lukę. Kliknij w nią, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

Odpowiedź: Chłopcy spotkają się na starcie o godzinie .

14 : 30

14 : 20

14 : 09

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Dwa statki jednocześnie wypływają z portu. Pierwszy z nich odbywa ośmiodniowe rejsy, drugi zaś rejsy trwające 12 dni. Za ile dni statki znów spotkają się w porcie? Uzupełnij lukę w odpowiedzi, wpisując poprawną wartość.

Odpowiedź: Statki spotkają się za dni.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielniki

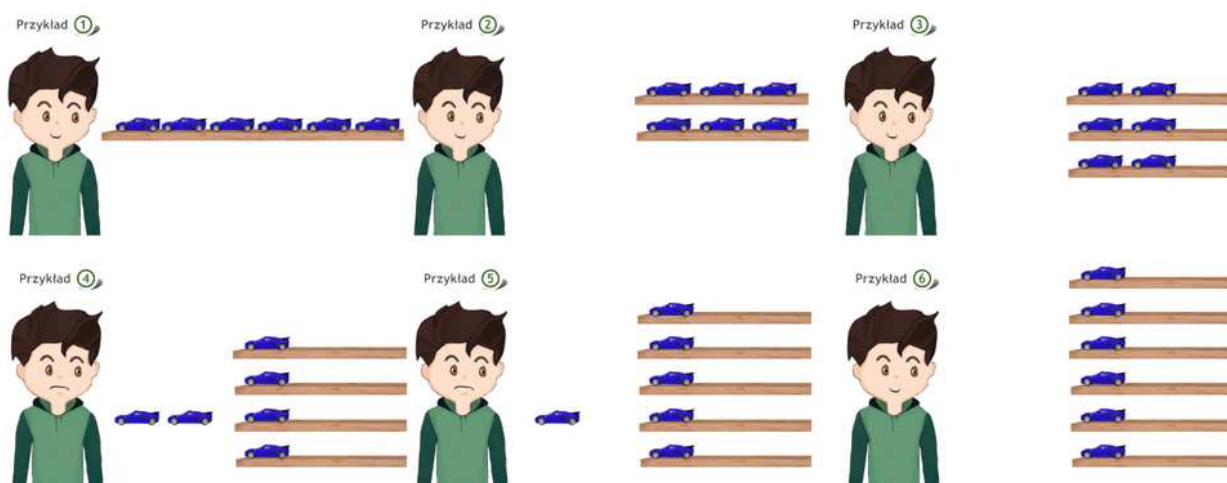
Przykład 2

Adaś ma 6 samochodzików, które postanowił poukładać na regale, tak by na każdej półce było ich tyle samo. Pomóż Adasiowi poukładać samochodziki na półkach, na różne sposoby. Sprawdź, ile półek w regale Adaś może wykorzystać.

Rozważ:

1. jedną półkę,
2. dwie półki,
3. trzy półki,
4. cztery półki,
5. pięć półek,

6. sześć półek.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RjOvOWpOCmaRp>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia dzielniki liczby 6 na przykładzie ustawiania samochodzików na półkach.

Ważne!

- Liczba 6 dzieli się bez reszty przez 1, 2, 3 i 6. Mówimy, że liczby 1, 2, 3, 6 są dzielnikami liczby 6.
- Liczba 6 jest podzielna przez 1, 2, 3 i 6.
- Liczba 6 nie jest podzielna przez 4 i 5, bo reszta z dzielenia nie jest równa zero.

Ćwiczenie 10



Poniżej przedstawiono pewne liczby oraz ich dzielniki. Połącz liczbę ze wszystkimi jej dzielnikami.

4	1, 3, 9
9	1, 2, 4
49	1, 3, 5, 15
21	1, 3, 7, 21
15	1, 7, 49

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Z poniższych odpowiedzi wybierz tę, która zawiera wszystkie dzielniki liczby 36. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ 1, 2, 3, 6, 9, 12, 36

☐ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

☐ 1, 6, 12, 36

☐ 1, 3, 4, 12, 9, 36

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Poniżej przedstawiono dzielniki pewnych liczb. Jakie to liczby? Uzupełnij puste miejsca w poniższych stwierdzeniach, wpisując najmniejszą liczbę podzielną przez podane dzielniki.

- Liczba której wszystkimi dzielnikami są 1, 2, 5, 10 to .
- Liczba której wszystkimi dzielnikami są 1, 2, 3, 6, 9, 18 to .
- Liczba której wszystkimi dzielnikami są 1, 2, 4, 13, 26, 52 to .
- Liczba której wszystkimi dzielnikami są 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz prawidłowe odpowiedzi.

☐ Liczba 3 jest dzielnikiem każdej liczby nieparzystej.

☐ Liczba 1 jest dzielnikiem każdej liczby.

☐ Każda liczba, różna od zera, jest swoim dzielnikiem.

☐ Liczba 2 jest dzielnikiem każdej liczby parzystej.

☐ Każda liczba, różna od zera, jest dzielnikiem zera.

☐ Każda liczba ma przynajmniej dwa dzielniki.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Które z podanych iloczynów są podzielne przez 9? Zaznacz prawidłowe odpowiedzi.

☐ $18 \cdot 6 \cdot 4$

☐ $25 \cdot 5 \cdot 4$

☐ $27 \cdot 21 \cdot 7$

☐ $9 \cdot 4 \cdot 25$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielniki – zadania

Ćwiczenie 15



Znajdź dzielniki poniższych liczb, a następnie uzupełnij luki. Kliknij w nie, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź. Liczby uporządkuj w kolejności rosnącej.

1. Wszystkie dzielniki liczby 15:

, , ,

2. Wszystkie dzielniki liczby 45:

, , , , ,

3. Wszystkie wspólne dzielniki liczb 15 i 45:

, , ,

4. Największy wspólny dzielnik liczb 15 i 45:

35

5

3

45

15

1

30

5

1

3

9

15

3

15

10

1

5

15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Wyznacz NWD podanych liczb. Uzupełnij puste miejsca.

- NWD (12, 3) wynosi
- NWD (8, 10) wynosi
- NWD (5, 10) wynosi
- NWD (6, 18) wynosi
- NWD (10, 15) wynosi
- NWD (18, 27) wynosi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Ania ma 18 cukierków i 12 ciasteczek. Ilu najwięcej gości może zaprosić, aby każdy z uczestników przyjęcia, łącznie z Anią, otrzymał po tyle samo słodczy? Uzupełnij lukę w zdaniu, wpisując poprawną wartość.

Odpowiedź: Ania może zaprosić osób.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Wypisz wszystkie dzielniki liczby 28. Uzupełnij puste pole, wpisując liczbę będącą sumą wszystkich dzielników z wyjątkiem największego.

Odpowiedź: Suma wszystkich dzielników z wyjątkiem największego wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ciekawostka

Liczba 28 jest liczbą doskonałą.

Liczba jest doskonała, gdy jest równa sumie swoich dzielników właściwych (tj. wszystkich dzielników naturalnych mniejszych od niej samej).

Ćwiczenie 19



Znajdź inną liczbę doskonałą, mniejszą od 10. Uzupełnij puste pole, wpisując liczbę.

Odpowiedź: Liczba doskonała mniejsza od 10 to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 1



Poszukaj informacji, ile jest liczb doskonałych mniejszych od 1000. Jakie to liczby?