



Równania wymierne sprzeczne i nieoznaczone

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Równania wymierne sprzeczne i nieoznaczone

Źródło: [Tomislav Jakupec z Pixabay](#), domena publiczna.

Czasem spotykamy się z równaniami wymiernymi, które nie posiadają rozwiązań lub z równaniami, które są spełnione przez wiele liczb rzeczywistych.

W tym materiale zajmiemy się rozwiązywaniem równań wymiernych sprzecznych i nieoznaczonych.

Poznasz równania, których rozwiązanie nie istnieje, lub wręcz przeciwnie – jest ono spełnione przez każdą liczbę rzeczywistą należącą do dziedziny równania.

Twoje cele

- Rozwiążesz równanie wymierne sprzeczne i równanie wymierne nieoznaczone.
- Rozpoznasz równania sprzeczne i równania nieoznaczone.
- Wyznaczysz dziedzinę równania sprzecznego i równania nieoznaczonego.

Przeczytaj

Definicja: równanie wymierne

Jeżeli $W(x)$ i $P(x)$ są wielomianami, $P(x)$ nie jest wielomianem zerowym ($P(x) \neq 0$), to równanie $\frac{W(x)}{P(x)} = 0$ nazywamy równaniem wymiernym z jedną niewiadomą x .

Rozwiązać równanie to znaleźć takie pierwiastki wielomianu $W(x)$, które nie są miejscami zerowymi wielomianu $P(x)$.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania równania wymiernego, należy określić jego dziedzinę.

Dziedziną równia wymiernego jest zbiór liczb rzeczywistych pomniejszony o zbiór pierwiastków wielomianu $P(x)$.

Równanie sprzeczne jest to równanie, które nie posiada rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Równanie tożsamościowe jest to równanie, którego rozwiązaniem jest każda liczba rzeczywista należąca do dziedziny równania. Równanie nieoznaczone posiada nieskończenie wiele rozwiązań.

Pokażemy przykłady rozwiązań równań wymiernych sprzecznych i **nieoznaczonych**.

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $\frac{x^2-64}{x+8} = \frac{2x-16}{2}$.

Ustalimy najpierw dziedzinę równania.

$$x + 8 \neq 0$$

$$x \neq (-8)$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-8\}$$

Korzystając z własności proporcji, otrzymujemy:

$$2(x^2 - 64) = (x + 8)(2x - 16)$$

$$2(x^2 - 64) = 2(x^2 - 64)$$

$$0 = 0$$

Otrzymaliśmy równanie tożsamościowe. Rozwiązaniem równania są liczby $x \in \mathbb{R} \setminus \{-8\}$.

Przykład 2

Wykażemy, że równanie $\frac{x^2-6x+9}{x-3} = 0$ jest sprzeczne.

Wyznamy najpierw dziedzinę równania.

$$x - 3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

Przyrównujemy licznik ułamka algebraicznego do zera.

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

Korzystając ze wzoru skróconego mnożenia otrzymujemy:

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

Ale $3 \notin D$, zatem **równanie jest sprzeczne**.

Przykład 3

Obliczymy, dla jakich wartości parametru m równanie $\frac{2 \cdot (2x)^4 \cdot x^8}{32 \cdot x^{2m}} = 1$ jest tożsamościowe.

Dziedziną równania jest $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Zapiszemy równanie w postaci równoważnej.

$$\frac{32 \cdot x^4 \cdot x^8}{32 \cdot x^{2m}} = 1$$

$$\frac{x^{12}}{x^{2m}} = 1$$

$$x^{12-2m} = x^0$$

$$12 - 2m = 0$$

$$-2m = (-12)$$

$$m = 6$$

Dla $m = 6$ równanie jest tożsamościowe.

Przykład 4

Obliczymy, dla jakiej wartości parametru p równanie $\frac{x+2}{x-p} = 4$ jest sprzeczne.

Dziedziną równania jest zbiór $D = \mathbb{R} \setminus \{p\}$.

Mnożymy obie strony równania przez $(x - p)$.

$$x + 2 = 4(x - p)$$

$$x + 2 = 4x - 4p$$

$$-3x = -4p - 2$$

$$x = \frac{-4p-2}{-3}$$

$$x = \frac{4p+2}{3}$$

Uwzględniając dziedzinę równania mamy $\frac{4p+2}{3} \neq p$.

$$4p + 2 \neq 3p$$

$$p \neq (-2)$$

Sprawdzimy, co się stanie jak $p = (-2)$ podstawimy do równania.

$$\frac{x+2}{x-(-2)} = 4$$

$$\frac{x+2}{x+2} = 4$$

$$1 = 4$$

Jest to równanie sprzeczne.

Dla $p = (-2)$ równanie jest sprzeczne.

Przykład 5

Rozwiążemy równanie $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x-3}{x+4} = 2$.

Ustalimy najpierw dziedzinę równania.

$$x + 2 \neq 0 \text{ i } x + 4 \neq 0$$

$$x \neq (-2) \text{ i } x \neq (-4)$$

$$D : \mathbb{R} \setminus \{-4, -2\}$$

Sprowadzimy lewą stronę równania do wspólnego mianownika.

$$\frac{(x+1)(x+4)-(x-3)(x+2)}{(x+2)(x+4)} = 2$$

Przekształćmy równoważnie równanie.

$$\frac{x^2+4x+x+4-x^2-2x+3x+6}{x^2+4x+2x+8} = 2$$

$$\frac{6x+10}{x^2+6x+8} = \frac{2}{1}$$

Korzystając z własności proporcji otrzymujemy:

$$6x + 10 = 2(x^2 + 6x + 8)$$

$$6x + 10 = 2x^2 + 12x + 16$$

$$2x^2 + 6x + 6 = 0$$

$$x^2 + 3x + 3 = 0$$

$$\Delta = 9 - 12 = -3 < 0$$

Równanie jest sprzeczne. Nie posiada rozwiązań.

Słownik

równanie sprzeczne

równanie, które nie posiada rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych

równanie nieoznaczone

równanie, które ma nieskończenie wiele rozwiązań

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Przeanalizuj sposób rozwiązania równania wymiernego.

Polecenie 2

Rozwiąż równanie $\frac{1}{(x+2)(x^2-2x+4)} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x^2-2x+4} = 0$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat zajęć: Równanie wymierne sprzeczne i nieoznaczone

Grupa docelowa: III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż

$$\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności,
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,
- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje równanie wymierne sprzeczne i równanie wymierne nieoznaczone,
- rozpoznaje równania sprzeczne i równania nieoznaczone,
- wyznacza dziedzinę równania wymiernego sprzecznego i równania nieoznaczonego,
- przeprowadza rozumowania związane z analizą równania wymiernego, formułuje wnioski i uzasadnia ich poprawność.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania

- analiza przypadku,

- dyskusja,
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem galerii zdjęć interaktywnych

Formy zajęć:

- praca indywidualna,
- praca w grupach,
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do internetu, słuchawki,
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale,
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Faza wprowadzająca:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają w grupach definicję równania wymiernego.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi uczniów o samodzielne rozwiązanie przykładów z sekcji Przeczytaj.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują wyniki. Tworzą wspólny plakat ilustrujący sposoby rozwiązania równań sprzecznych i nieoznaczonych.
3. Uczniowie oglądają galerię zdjęć interaktywnych i omawiają ją wraz z nauczycielem.
4. Uczniowie indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń interaktywnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Polecenie 2 umieszczone pod galerią zdjęć interaktywnych

Materiały pomocnicze:

[Wyrażenia wymierne. Równania wymierne](#)

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Przykład zawarty w galerii uczniowie mogą wykorzystać jako materiał powtórzeniowy przed sprawdzianem. Galerię zdjęć interaktywnych można wykorzystać jako materiał pokazujący zastosowanie wzorów skróconego mnożenia.