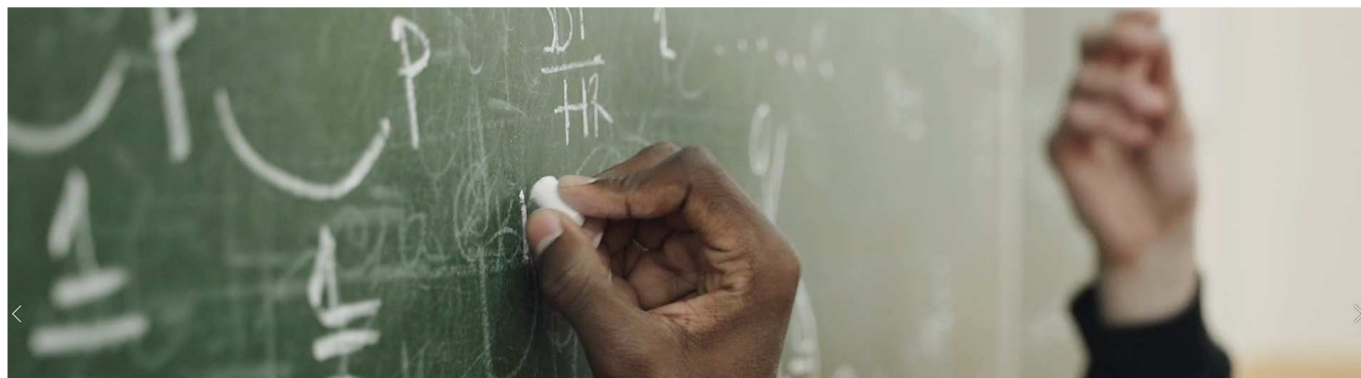
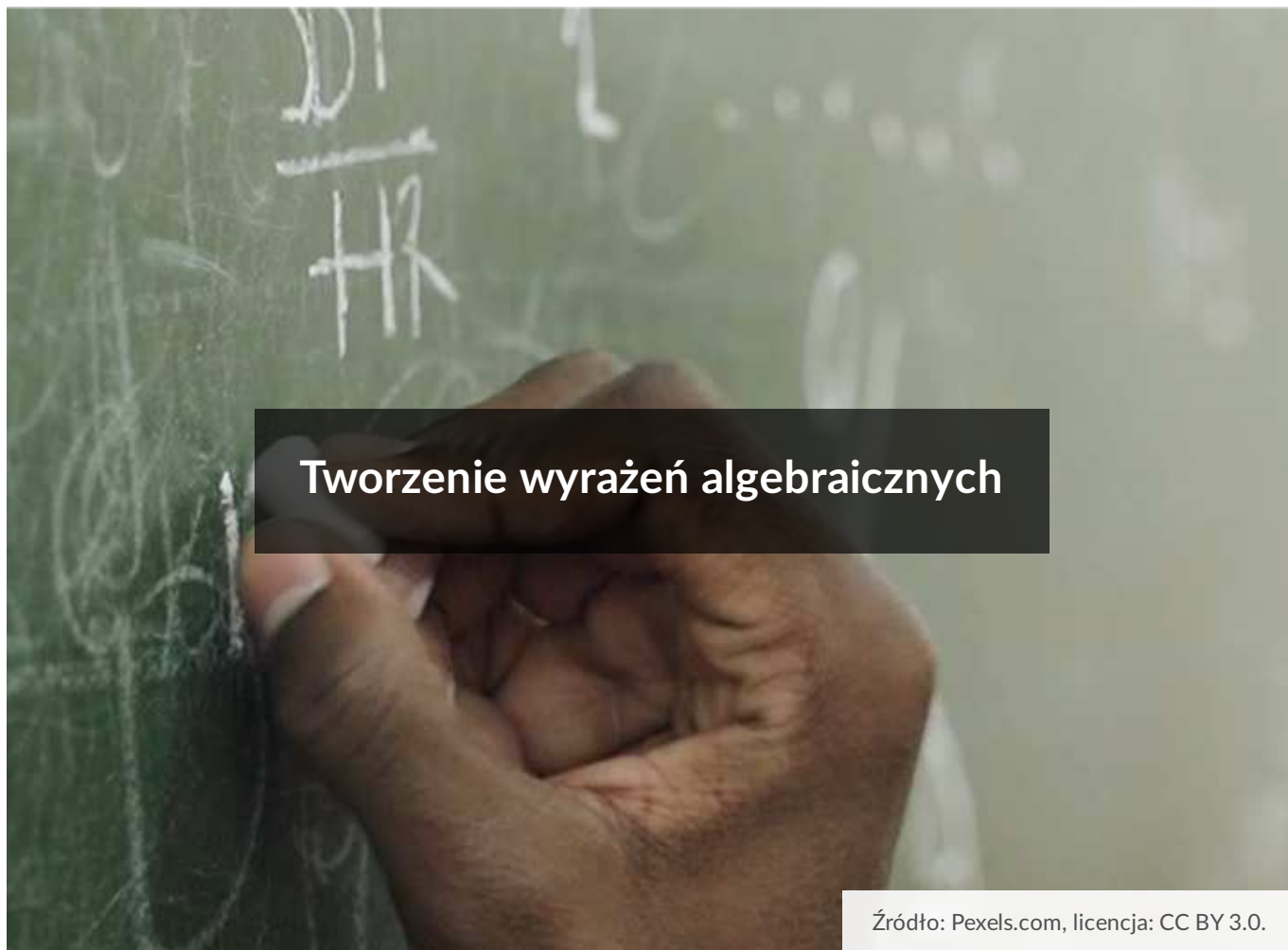




Tworzenie wyrażeń algebraicznych



Tworzenie wyrażeń algebraicznych

Źródło: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Słowo „wzór” ma wiele znaczeń. Na przykład wzór kulturowy to ustalony sposób zachowania się i myślenia w danej zbiorowości. Wzór kwiatowy to zapis służący do przedstawiania budowy kwiatu za pomocą symboli, liter i liczb. Wzór to też rysunek, motyw odbity lub wyhaftowany w celu ozdobienia czegoś. Wzorem może być osoba lub rzecz, którą warto naśladować. W matematyce wzorem określa się ciąg symboli wyrażający prawo matematyczne.

Wzory matematyczne najczęściej przedstawiane są za pomocą wyrażeń algebraicznych. Jak tworzymy, zapisujemy i odczytujemy wyrażenia algebraiczne dowiesz się, analizując przykłady zawarte w tym materiale. Sprawdzisz ukształtowane umiejętności – rozwiązując problemy zawarte w ćwiczeniach.

1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
2. [Prezentacja multimedialna](#)
3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
4. [Słownik](#)

Twoje cele

- Podasz przykład wyrażenia algebraicznego.
- Odczytasz dane wyrażenie algebraiczne.
- Zapiszesz wyrażenie algebraiczne określone słownie.

- Utworzysz wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.
- Zapiszesz zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Wyrażenia typu $7 + 9$, $(24 - 3) : 5$, $10 \cdot 2$ to wyrażenia arytmetyczne. W wyrażeniach arytmetycznych występują liczby, znaki działania, nawiasy.

Bardzo często posługujemy się wyrażeniami zawierającymi również litery. Na przykład obwód L prostokąta o bokach długości a , b możemy obliczyć, korzystając ze wzoru:
 $L = 2 \cdot a + 2 \cdot b$.

Wyrażenie zbudowane z liczb, liter, znaków działań, nawiasów nazywamy **wyrażeniem algebraicznym.**

Ważne!

Pojedyncza liczba lub litera też jest **wyrażeniem algebraicznym**.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Podamy przykłady wyrażeń algebraicznych

Wyrażenie algebraiczne	Komentarz
4	pojedyncza liczba
k	pojedyncza litera
$-5 \cdot a \cdot b$	iloczyn liczb i liter
$f + 7 - g - 18$	liczby i litery połączone znakami działań
$6 \cdot (a - b) : d + (90 - d)$	liczby i litery połączone znakami działań i nawiasami

Litery występujące w **wyrażeniach algebraicznych** nazywamy **zmiennymi**. Jeżeli w **wyrażeniu algebraicznym zmienne** zastąpimy konkretnymi liczbami i wykonamy działania występujące w tym wyrażeniu, to otrzymamy wartość liczbową tego wyrażenia.

Przykład 2

Obliczymy wartość liczbową wyrażenia $2 \cdot (x - y) + x^2$ dla $x = 3$, $y = (-2)$. Zastępujemy zmienną x liczbą 3, a zmienną y liczbą (-2) . Obliczenia wykonujemy, pamiętając o właściwej kolejności wykonywania działań.

$$2 \cdot [3 - (-2)] + 3^2 = 2 \cdot 5 + 9 = 10 + 9 = 19$$

Odpowiedź:

Wartość liczbową wyrażenia jest równa 19.

W **wyrażeniach algebraicznych** typu: $7 \cdot x$, $5 \cdot x \cdot y$, $8 \cdot (x - y)$, $(x + y) \cdot (x^2 + y)$ możemy pominąć znak mnożenia. Zapisujemy wtedy: $7x$, $5xy$, $8(x - y)$, $(x + y)(x^2 + y)$.

W wyrażeniach typu: $(4 - a) : (a + b)$, $a^2 : 11$ możemy znak dzielenia zastąpić kreską ułamkową. Zapisujemy wtedy: $\frac{4-a}{a+b}$, $\frac{a^2}{11}$. Zauważ, że w pierwszym przypadku opuściliśmy też nawiasy.

Gdy w **wyrażeniu algebraicznym** występuje dzielenie, określamy, dla jakich liczb ma ono wartość liczbową.

Na przykład wyrażenie $x - 10$ dla $x = 10$ ma wartość zero. Zatem, na przykład, wyrażenie $\frac{8}{x-10}$ dla $x = 10$ nie ma wartości liczbowej, bo nie jest wykonalne dzielenie przez zero. Możemy też powiedzieć, że dla $x = 10$ wyrażenie $\frac{8}{x-10}$ nie ma sensu.

Przykład 3

Zapiszemy w prostszej postaci każde z podanych wyrażień.

Wyrażenie algebraiczne	Komentarz	Najprostsza postać wyrażenia
$6 \cdot x \cdot y^2$	Pomijamy znaki mnożenia.	$6xy^2$
$10 \cdot b \cdot c \cdot a$	Pomijamy znaki mnożenia, litery zapisujemy w porządku alfabetycznym.	$10abc$
$0,5 \cdot w^3 \cdot z \cdot 4$	Mnożymy liczby, pomijamy znaki mnożenia.	$2w^3z$
$[10(a - b)] : 2$	Zapisujemy za pomocą kreski ułamkowej i skracamy.	$\frac{10(a-b)}{2} = 5(a - b)$
$\frac{2-a}{2-a}$	Wyrażenie ma sens dla $a \neq 2$ (mianownik jest wtedy różny od zera). Skracamy ułamek.	1

Ważne!

W **wyrażeniu algebraicznym** nie pomijamy znaku mnożenia, jeżeli litera występuje przed liczbą. Na przykład w wyrażeniach: $a \cdot 8$, $x \cdot y \cdot 4 \cdot a$, $(x \cdot 70 - 5) \cdot 2$.

Zapamiętaj!

Jednomian jest uporządkowany, jeżeli jego pierwszym czynnikiem jest liczba, a następnymi litery w kolejności alfabetycznej.

Za pomocą **wyrażeń algebraicznych** zapisujemy różne wzory, twierdzenia, zwroty matematyczne.

Przykład 4

Oznaczmy przez x pewną liczbę różną od zera. Zapiszemy w postaci wyrażeń algebraicznych podane zwroty.

Liczba o 1 większa od x :

$$x + 1.$$

Liczba o 1 mniejsza od x :

$$x - 1.$$

Liczba dwukrotnie większa od x :

$$2x.$$

Liczba dwukrotnie mniejsza od x :

$$\frac{x}{2}.$$

Liczba przeciwna do x :

$$(-x).$$

Odwrotność liczby x :

$$\frac{1}{x}.$$

Kwadrat liczby x :

$$x^2.$$

Przykład 5

Zapiszemy w postaci wyrażeń algebraicznych podane zwroty.

Zwrot	Zapis symboliczny
Podwojony iloczyn liczb a, b, c .	$2abc$
Iloraz liczb c i 8.	$\frac{c}{8}$

Zwrot	Zapis symboliczny
Suma liczby 10 i kwadratu różnicy liczb x i y .	$10 + (x - y)^2$
Sześcian iloczynu liczb a i b .	$(ab)^3$

Wyrażenia algebraiczne można opisać słownie. Wyrażenia mają swoje nazwy. Na przykład $x + 5y$ to suma algebraiczna, $3 \cdot (a - b)$ to iloczyn. Nazwa **wyrażenia algebraicznego** określa to działanie, które zapisujemy jako ostatnie.

Przykład 6

Zapiszemy słowami każde z podanych wyrażeń.

Wyrażenie zapisane symbolami	Nazwa wyrażenia	Wyrażenie zapisane słowami
$x + 100$	suma	suma liczb x i 100
$y - 2x$	różnica	różnica liczby y i podwojonej liczby x
$3(a + 7)$	iloczyn	iloczyn liczby 3 i sumy liczb a i 7
$a^2 + b^2$	suma	suma kwadratów liczb a i b
$\frac{x+y}{x-y}$	iloraz	iloraz sumy liczb x i y przez różnicę tych liczb

Wyrażenia algebraiczne wykorzystujemy do zapisania informacji osadzonych w kontekście praktycznym.

Przykład 7

Zapiszemy odpowiedzi na pytania za pomocą wyrażeń algebraicznych.

Pytanie	Wyrażenie algebraiczne
Ewa ma a lat. Ile lat będzie miała za dwa lata?	$a + 2$
Zenon ma b lat. Ile lat miał 5 lat temu?	$b - 5$
Bilet normalny kosztuje x zł, a ulgowy y zł. Ile zapłacimy za dwa bilety normalne i cztery ulgowe?	$(2x + 4y)$ zł
Zeszyt kosztuje a zł, a notes jest o 3 zł droższy. Ile kosztują cztery notesy?	$4(a + 3)$ zł
Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość x , a ramię ma długość y . Ile jest równy obwód tego trójkąta?	$x + 2y$

Zależności przedstawione w zadaniach można zapisywać w postaci **wyrażeń algebraicznych** jednej lub kilku **zmiennych**.

Przykład 8

W dzbanku było x litrów wody, a w butelce y litrów syropu malinowego. Z butelki przelano do dzbanka 0,5 litra syropu, otrzymując napój malinowy. Monika odlała z dzbanka 0,2 l napoju dla mamy, a resztę przelała do 6 szklanek, napełniając każdą z nich całkowicie.

Ile jest teraz napoju w dzbanku? Ile jest teraz syropu w butelce? Jaka była pojemność szklanki?

Treść zadania zapiszemy w tabelce.

Zawartość	dzbanka (w l)	butelki (w l)	jednej szklanki (w l)
początkowa	x	y	—
po przelaniu syropu do dzbanka	$x + 0,5$	$y - 0,5$	—
po odlaniu napoju dla mamy	$x + 0,5 - 0,2$	$y - 0,5$	—
po rozlaniu do szklanek	0	$y - 0,5$	$\frac{x+0,5-0,2}{6}$

Otrzymane wyrażenie opisujące pojemność szklanki, możemy zapisać w prostszej postaci:

$$\frac{x+0,5-0,2}{6} = \frac{x+0,3}{6}.$$

Odpowiedź:

W dzbanku nie ma już napoju, w butelce jest $y - 0,5$ litra syropu, pojemność jednej szklanki jest równa $\frac{x+0,3}{6}$.

Notatki

Miejsce na Twoje notatki

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Prezentacja multimedialna

Polecenie 1

Zapoznaj się z prezentacją pokazującą przykłady tworzenia [wyrażeń algebraicznych](#) opisujących zależności występujące w treści zadania. Zwróć uwagę na różne sposoby zapisywania obliczeń.



Kliknij, aby uruchomić w trybie pełnoekranowym.

Polecenie 2

Wzorując się na Przykładzie 1 podanym w prezentacji, zapisz dowolną liczbę naturalną czterocyfrową za pomocą [wyrażenia algebraicznego](#).

Polecenie 3

Korzystając z danych zawartych w Przykładzie 2 prezentacji, określ najmniejszą liczbę osób, które mogły wsiąść na parterze do windy oraz najmniejszą liczbę osób, które mogły wysiąść na IV piętrze.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 4

Wykaż, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych dodatnich jest podzielna przez 3.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

Ćwiczenie 1

Bilet normalny do kina kosztuje x zł, a ulgowy jest o połowę tańszy. Ile zapłacimy za dwa bilety normalne i cztery ulgowe?

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $6x$ zł

☐ $(2x + 4)$ zł

☐ $4x$ zł

☐ $(x + 2)$ zł

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zaznacz poprawną odpowiedź.

Długości boków trójkąta wyrażają się kolejnymi liczbami naturalnymi, z których najmniejsza to n . Obwód tego trójkąta jest równy

☐ $3n$.

☐ $3n + 4$.

☐ $n + 3$.

☐ $3n + 3$.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Połącz w pary każde wyrażenie zapisane słowami i to samo wyrażenie zapisane symbolami.

Liczba o trzy większa od a .

$$3a$$

Liczba trzy razy większa od a .

$$\frac{a}{3}$$

Sześcian liczby a .

$$3 - a$$

Liczba o 3 mniejsza od potrojonej liczby a .

$$a + 3$$

Liczba o a mniejsza od trzech.

$$a^3 + 3$$

Liczba trzy razy mniejsza od a .

$$a^3$$

Liczba o trzy większa od sześcianu liczby a .

$$3a - 3$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Rafał jest o 2 lata starszy od Julka i 4 razy starszy od Anki.

Określ, które z podanych zdań jest prawdziwe, a które fałszywe.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Jeśli Julek ma j lat, to Rafał ma $2j$ lat.	☐	☐
Jeśli Rafał ma r lat, to Julek ma $r - 2$ lat.	☐	☐
Jeśli Anka ma a lat, to Julek ma $4a - 2$ lat.	☐	☐
Jeśli Julek ma j lat, to Anka ma $4(j + 2)$ lat.	☐	☐
Jeśli Rafał ma r lat, to Anka ma $4a$ lat.	☐	☐
Jeśli Anka ma a lat, to Rafał ma $a + 4$ lat.	☐	☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

W torebce było x cukierków, a w pudełku było sześć razy więcej cukierków niż w torebce. Uzupełnij zdania, przeciągając odpowiednie wyrażenia.

- Jeżeli do pudełka dołożymy x cukierków, to w pudełku będzie teraz cukierków.
- Jeśli z pudełka przełożymy połowę cukierków do torebki, to w torebce będzie o cukierków więcej niż w pudełku.
- Jeśli do torebki dołożymy sześć cukierków, to będzie teraz w torebce cukierków.
- Jeśli do torebki dołożymy x cukierków, to w torebce i pudełku będzie łącznie cukierków.
- Jeśli z pudełka wyjmemy cukierków, to w pudełku będzie teraz dwa razy tyle cukierków co w torebce.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij zdania, wpisując odpowiednie liczby.

W sklepie są jabłka w cenie 2 zł, gruszki w cenie 6 zł i banany w cenie 4 zł.

Arek kupił kilogramów jabłek oraz x kilogramów gruszek i zapłacił $6(x + 2)$ złotych.

Bolek kupił x kilogramów bananów oraz razy więcej jabłek i zapłacił $8x$ złotych.

Celina kupiła pół kilograma bananów, x kilogramów jabłek oraz kilogramy gruszek i zapłaciła $2x + 20$ złotych.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

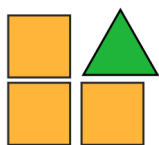
Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego każde z podanych twierdzeń.

1. Podwojona suma liczb x i $3y$.
2. Iloraz sumy liczb x i y przez kwadrat liczby y .
3. Kwadrat różnicy liczby y i x .
4. Iloczyn liczby o 4 większej od x przez y .
5. Różnica kwadratu liczby y i liczby $3x$.

Ćwiczenie 8

Pole kwadratu jest równe a . Pole trójkąta jest równe $1 + b$. Opisz wyrażeniem algebraicznym pole każdej z figur.

a



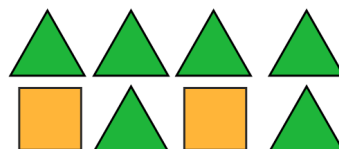
b



c



d



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

wyrażenie algebraiczne

wyrażenie zbudowane z liczb, liter, znaków działań, nawiasów.

zmiennie

litery występujące w wyrażeniach algebraicznych.

Bibliografia

Gonick L., (2016), *Algebra w obrazkach*, Warszawa: Prószyński i S-ka.