



Układ dwóch równań liniowych - zadania

Rozwiązywanie układu dwóch równań liniowych. Interpretacja geometryczna układu dwóch równań liniowych. Liczba rozwiązań układu dwóch równań liniowych. Zadania o różnym stopniu trudności.

Układ dwóch równań liniowych - zadania

Pokaż ćwiczenia:   

Ten materiał poświęcony jest zadaniom związanym z układami dwóch równań liniowych. Jeżeli chcesz sobie przypomnieć podstawowe wiadomości na temat takich układów, zajrzyj do materiałów [Układ dwóch równań liniowych](#) oraz [Układ równań liniowych](#).

Ćwiczenie 1



W punkcie $(1, 3)$ przecinają się wykresy jednej z podanych par funkcji. Zaznacz, która to para.

☐ $h(x) = 2x + 1$ i $k(x) = -x + 4$

☐ $l(x) = 3x$ i $m(x) = 3x + 2$

☐ $f(x) = 1$ i $g(x) = x + 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Dokończ zdanie, zaznaczając jego prawidłowe zakończenie. Proste o równaniach $2x - 3y = 0$ i $x + y = 5$

☐ mają dokładnie jeden punkt wspólny.

☐ pokrywają się.

☐ są równoległe i różne.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wykresy funkcji $f(x) = -3x - 6$, $g(x) = ax + 4$ i $h(x) = 5x + b$ mają punkt wspólny leżący na osi X . Zaznacz, co z tego wynika.

☐ $a = -2$

☐ $b = 10$

☐ Wykresy funkcji g i h pokrywają się.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Dane są punkty $A = (0, 2)$, $B = (1, -1)$, $C = (-3, 5)$, $D = (-2, -2)$ oraz funkcje określone wzorami $f(x) = -3x + 2$, $g(x) = 2x + 2$, $h(x) = -x + 2$, $k(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. Zaznacz wszystkie zdania opisujące, co wówczas dzieje się na wykresie.

☐ Na wykresie funkcji h leżą punkty B i D .

☐ A jest punktem wspólnym wykresów funkcji f , g i h .

☐ Na wykresie funkcji k leżą punkty B i C .

☐ Na wykresie funkcji g leżą punkty C i D .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Połącz w pary układy równań z ich rozwiązaniami.

$$x = \frac{7}{2}, y = -1$$

$$x = 3, y = -1$$

$$x = 4, y = -\frac{2}{3}$$

układ równań posiada nieskończenie wiele rozwiązań

$$x = 5, y = -2$$

układ równań nie posiada rozwiązań

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 10 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

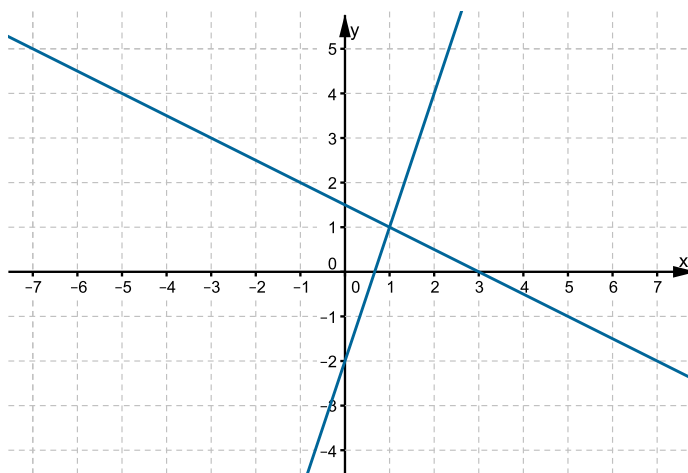
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



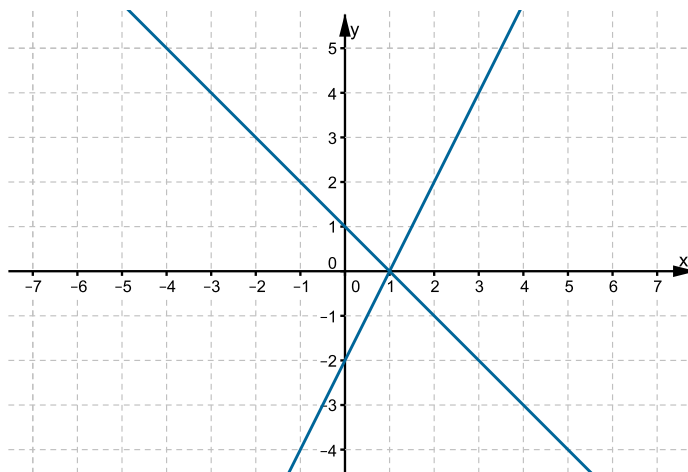
Rysunki przedstawiają interpretację geometryczną układów równań. Przyporządkuj układy równań odpowiednim rysunkom.

a.



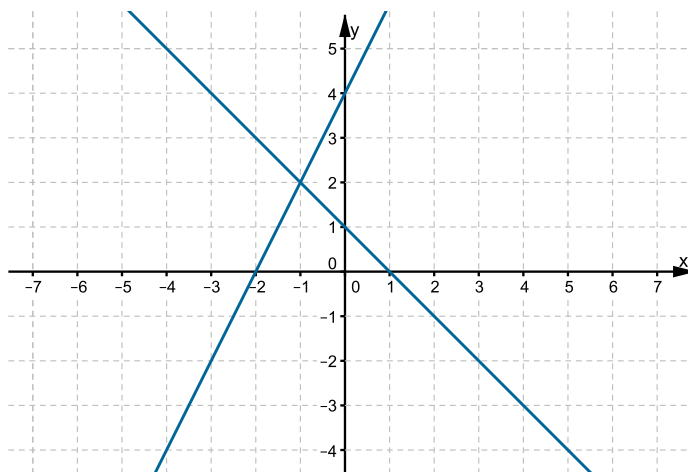
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

b.



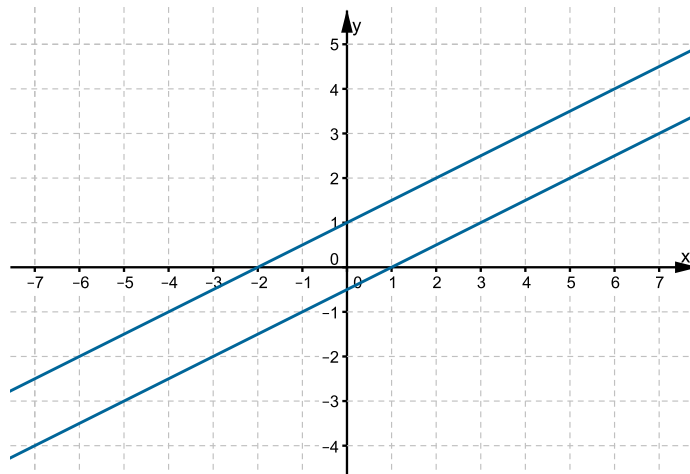
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

c.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$\begin{cases} y + x = 1 \\ y - 2x = 4 \end{cases}$$

Ilustracja c

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Ilustracja b

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

Ilustracja a

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + 4y = 4 \end{cases}$$

Ilustracja d

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Dany jest układ równań $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ ax + by = 6 \end{cases}$ z niewiadomymi x i y . Zaznacz wszystkie zdania mówiące o tym, co się wówczas dzieje.

- ☐ Dla $a = 1$ i $b = 2$ układ nie ma rozwiązań.
- ☐ Dla $a = -4$ i $b = -2$ układ ma nieskończenie wiele rozwiązań.
- ☐ Dla $a = 1$ i $b = 1$ układ ma jedno rozwiązanie.
- ☐ Dla $a = 2$ i $b = 1$ układ ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Wyznacz wszystkie wartości a i c , dla których układ równań $\begin{cases} ax + y = 5 \\ 6x - 2y = c \end{cases}$ nie ma rozwiązań. Zaznacz poprawną odpowiedź.

- ☐ $a = -3$ i $c \neq -12$
- ☐ $a = -3$ i $c \neq -10$
- ☐ $a = -1$ i $c \neq -10$
- ☐ $a = -5$ i $c \neq -8$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Wyznacz wszystkie wartości m , dla których rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x - y = m \\ 2x - 5y = 3m - 1 \end{cases}$ jest para liczb (x, y) , takich że $x > 0$ i $y > 0$.
Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $-\frac{3}{5} < m < 3$

☐ $-\frac{1}{3} < m < 1$

☐ $-\frac{1}{2} < m < 1$

☐ $-\frac{2}{3} < m < 2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zaznacz, w którym punkcie przecinają się wykresy funkcji $f(x) = -2x + 4$ i $g(x) = x + 7$.

☐ $(2, 0)$

☐ $(1, 8)$

☐ $(-1, 6)$

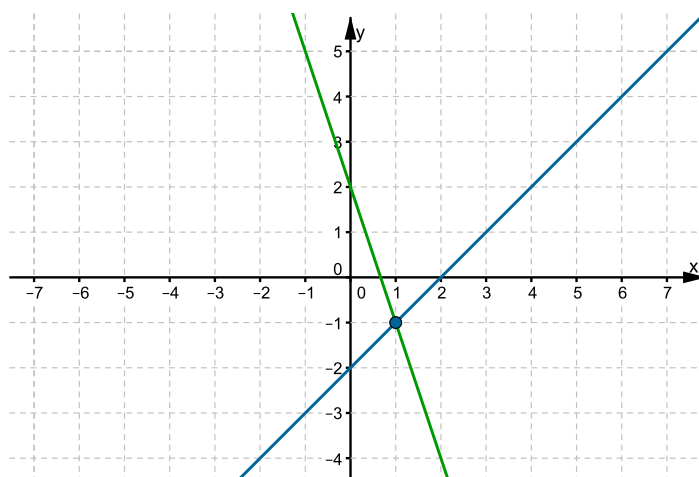
☐ $(0, 4)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Zaznacz układ równań, którego geometryczna interpretacja przedstawiona jest na rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

☐ $\begin{cases} x - y = 2 \\ -3x + y = 2 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + y = -2 \\ -3x + y = 2 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + y = -2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz, która para liczb jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$.

☐ $x = -7$ i $y = 12$

☐ $x = 2$ i $y = 3$

☐ $x = -8$ i $y = 13$

☐ $x = -6$ i $y = 11$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Zaznacz układ równań, który ma nieskończenie wiele rozwiązań.



☐ $\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x - 4y = 8 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} 3x + 6y = 21 \\ 5x + 10y = 35 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$ jest para liczb (x, y) , takich że

☐ $x < 0$ i $y < 0$.

☐ $x < 0$ i $y > 0$.

☐ $x > 0$ i $y < 0$.

☐ $x > 0$ i $y > 0$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + by = -2 \\ ax - 4y = 3 \end{cases}$ jest para liczb $x = 1$ i $y = 1$. Zaznacz, co z tego wynika.

☐ $a = -1$ i $b = -1$

☐ $a = 7$ i $b = -1$

☐ $a = 7$ i $b = -3$

☐ $a = -1$ i $b = -3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Zaznacz poprawne zakończenie zdania. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 11x + 5y = -3 \end{cases}$ jest para liczb (a, b) , takich że

☐ $a + b = 0$.

☐ $a + b = -9$.

☐ $a + b = -5$.

☐ $a + b = -2$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Układ równań $\begin{cases} 14x - 21y = 63 \\ ax + 6y = -18 \end{cases}$ z niewiadomymi x i y ma nieskończenie wiele rozwiązań. Zaznacz, w którym przypadku.

☐ $a = 31$

☐ $a = -4$

☐ $a = 1$

☐ $a = -29$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Połącz w pary współrzędne punktu, ze wzorami funkcji, których wykresy przecinają się w tym punkcie.

$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}, g(x) = \frac{3}{8}x - \frac{5}{8}$

$(-1, -1)$

$f(x) = 2x - 5, g(x) = x - 6$

$(-1, -7)$

$f(x) = -4x, g(x) = x + 10$

$(-2, 8)$

$f(x) = -x + 4, g(x) = 3x - 8$

$(3, 1)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Który układ równań ma dokładnie jedno rozwiązanie? Zaznacz wszystkie prawidłowe odpowiedzi.

☐ $\begin{cases} 119x + 211y = -73 \\ 211x + 119y = 37 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20

Połącz w pary układy równań z ich rozwiązaniami.



$$\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = -8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 17y = 51 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21

Połącz w pary układy równań z ich rozwiązaniami.



$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 4x + 7y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 5x + 6y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Rozwiąż każdy układ równań i podaj jego interpretację geometryczną.

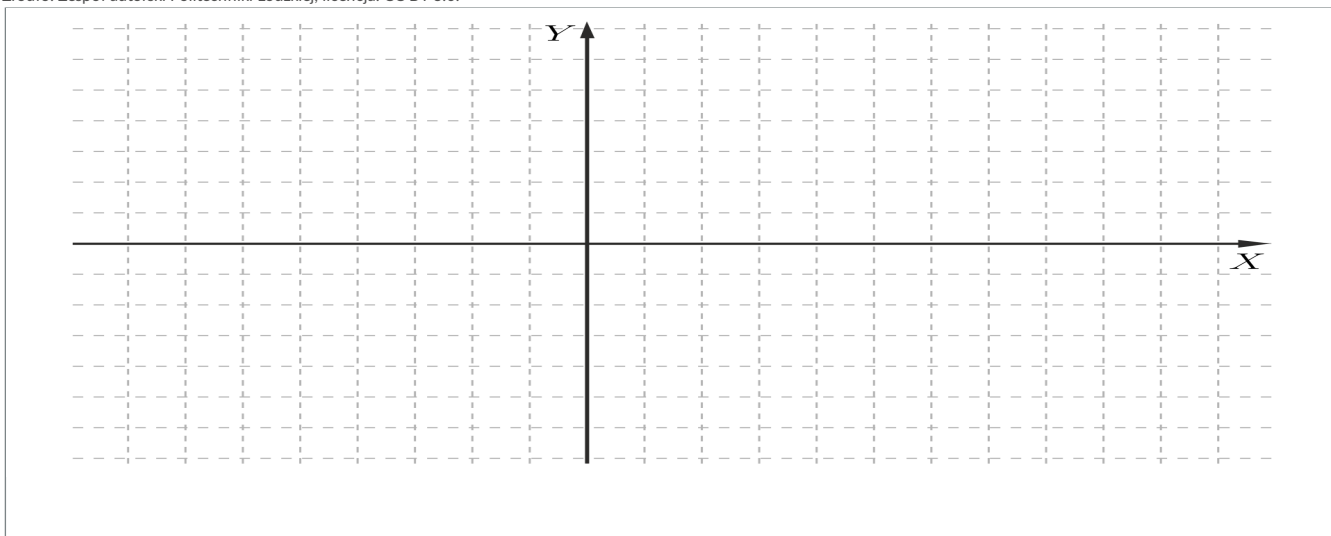
a.
$$\begin{cases} 95x - 57y = 38 \\ -60x + 36y = -24 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 119x - 34y = 68 \\ -35x + 10y = -25 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 0,3x - 0,3y = 0,3 \\ -2,5x + 2,5y = 0 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}y = -\frac{1}{8} \\ -\frac{6}{7}x + \frac{3}{7}y = \frac{3}{7} \end{cases}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Wyznacz wszystkie wartości a , dla których układ równań $\begin{cases} ax - y = 5 \\ 2x + 3y = -15 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Układ ma nieskończenie wiele rozwiązań dla $a =$

- ☐ $-\frac{2}{5}$
- ☐ $-\frac{2}{3}$
- ☐ $-\frac{1}{5}$
- ☐ $-\frac{1}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Rozstrzygnij, czy istnieje liczba b taka, że układ równań $\begin{cases} 4x - 2y = 7 \\ 3x + by = 10 \end{cases}$ nie ma rozwiązań. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ Tak, istnieje $b = -\frac{5}{2}$

☐ Nie, nie istnieje.

☐ Tak, istnieje $b = -\frac{3}{2}$

☐ Tak, istnieje $b = -\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



Wyznacz wszystkie wartości c , dla których rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + 2y = c \\ 3x + 7y = 2c - 1 \end{cases}$ jest para liczb (x, y) , takich że $x < 0$ i $y < 0$.

☐ $-1 < c < -\frac{1}{3}$

☐ $-1 < c < -\frac{2}{3}$

☐ $-2 < c < -\frac{2}{6}$

☐ $-2 < c < -\frac{2}{5}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Wyznacz wszystkie wartości m i k , dla których układ równań $\begin{cases} x + 3y = m \\ kx - 12y = -8 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań. Wpisz w luki prawidłowe odpowiedzi.

Układ ma nieskończenie wiele rozwiązań dla $m =$ oraz $k =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 27



Wyznacz wszystkie wartości m , dla których rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 5x - 2y = m - 3 \\ x + 3y = 2m - 3 \end{cases}$ jest dokładnie jedna para liczb (x, y) , spełniająca warunek $y = x + 1$. Wpisz w lukę prawidłową odpowiedź.

Pasująca wartość to $m =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.