



Działania na pierwiastkach

Materiał zawiera ilustrację, filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Filmy: przykłady działań na pierwiastkach.

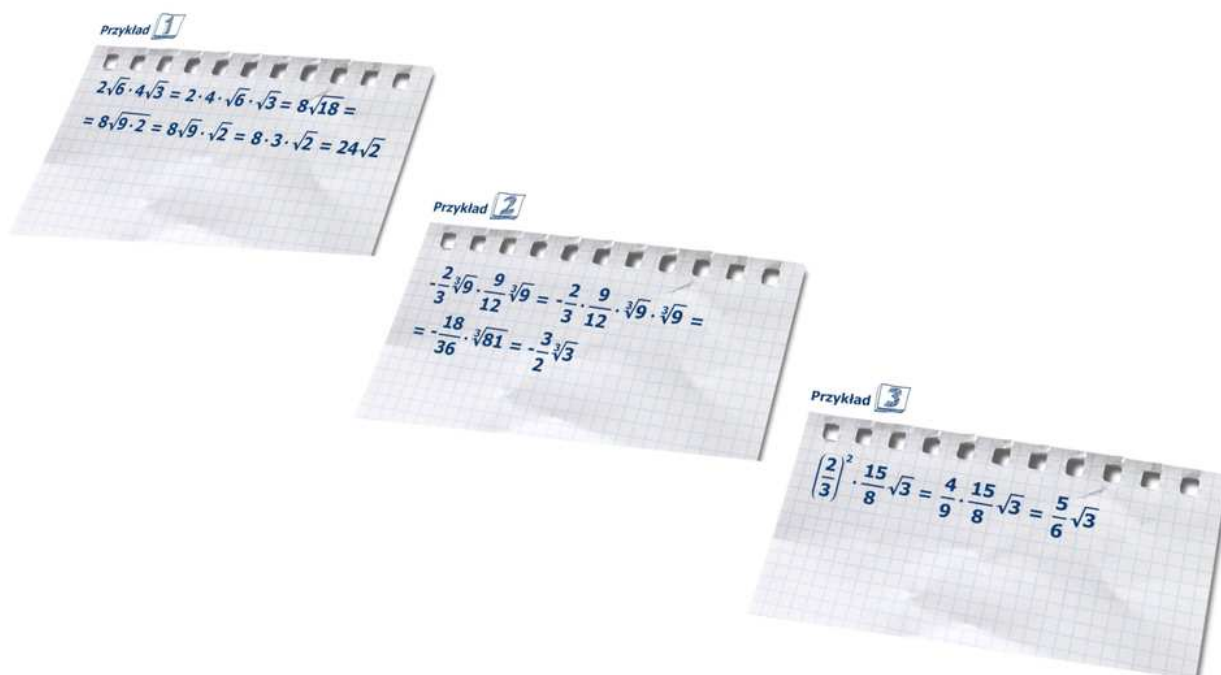
Ćwiczenia: usuwanie niewymierności z mianownika ułamka, rozpoznawanie liczb wymiernych i naturalnych, podnoszenie pierwiastków do potęgi, działania na pierwiastkach, obliczanie pól figur płaskich z wykorzystaniem pierwiastków

Działania na pierwiastkach

Ten materiał poświęcony jest zadaniom związanym z działaniami na pierwiastkach. Aby przypomnieć sobie podstawowe wiadomości na ich temat, zapoznaj się z poniższymi przykładami.

Przykład 1

Zapoznaj się z przykładami przedstawiającymi sposoby mnożenia wyrażeń zawierających pierwiastki.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1bRJXU2hAqDX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób obliczyć iloczyn dwóch liczb, które zawierają pierwiastki.

Przykład 2

Zapoznaj się z przykładami przedstawiającymi sposoby wykonywania działań na wyrażeniach zawierających pierwiastki.

Przykład 1

$$\left(-4\sqrt{2} + \frac{3}{4}\sqrt{32}\right) + (-7\sqrt{8} - 12\sqrt{0,25}) =$$

$$= -4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 14\sqrt{2} - 6 = -15\sqrt{2} - 6$$

Przykład 2

$$\left(4\sqrt[3]{40} + 7\sqrt[3]{125}\right) - \left(9\sqrt[3]{5} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{135}\right) =$$

$$= 8\sqrt[3]{5} + 35 - 9\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} = 35$$

Przykład 3

$$4\sqrt{10}(2\sqrt{10} - \sqrt{0,1}) =$$

$$= 80 - 4 = 76$$

Przykład 4

$$-3\sqrt{14}(4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}) =$$

$$= -12 \cdot 2\sqrt{7} - 6 \cdot 7\sqrt{2} = -24\sqrt{7} - 42\sqrt{2}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RNdocQMeehq4K>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak uprościć pewne wyrażenie zawierające pierwiastki.

Przykład 3

Zapoznaj się z przykładami przedstawiającymi sposoby usuwania niewymierności z mianownika ułamka.

Przykład 1

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Przykład 2

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{9}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$$

Przykład 3

$$\frac{4\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{14}}{3\sqrt{4}} = \frac{4\sqrt{14}}{6} =$$

$$= \frac{2\sqrt{14}}{3}$$

Przykład 4

$$= \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{6\sqrt{25}} = \frac{3\sqrt{10} + 9\sqrt{15}}{30} =$$

$$= \frac{3(\sqrt{10} + 3\sqrt{15})}{30} = \frac{\sqrt{10} + 3\sqrt{15}}{10}$$

Przykład 5

$$\frac{9}{\sqrt[3]{3}} = \frac{9 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{9\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{9\sqrt[3]{9}}{3} = 3\sqrt[3]{9}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1YXtaN7qAQkk>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy usunąć niewymierność z mianownika ułamka.

Ćwiczenie 1



Ile wynosi wartość wyrażenia $-(\sqrt{200} - \sqrt{8}) - (5\sqrt{50} - 2\sqrt{32})$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $25\sqrt{2}$

☐ $-41\sqrt{2}$

☐ $41\sqrt{2}$

☐ $-25\sqrt{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Ile wynosi wartość wyrażenia $\sqrt[3]{1029} - (\sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{189}) - (\sqrt[3]{108} + 3\sqrt[3]{7})$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $3\sqrt[3]{4} - 4\sqrt[3]{3}$

☐ $3\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{4}$

☐ $4\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{4} - 6\sqrt[3]{7}$

☐ $4\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{7}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Jaką liczbę otrzymamy po usunięciu niewymierności z mianownika ułamka $\frac{14}{3\sqrt{7}}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{14\sqrt{7}}{3}$

☐ $\frac{14}{21}$

☐ $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

☐ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Ile wynosi kwadrat liczby $\frac{4\sqrt[3]{4}}{3}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{8\sqrt[3]{2}}{9}$

☐ $\frac{32\sqrt[3]{2}}{9}$

☐ $\frac{16\sqrt[3]{2}}{9}$

☐ $\frac{32\sqrt[3]{2}}{27}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Ile wynosi sześćcian liczby $\frac{5\sqrt{3}}{6}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{375\sqrt{3}}{72}$

☐ $\frac{125\sqrt{3}}{72}$

☐ $\frac{125\sqrt{3}}{216}$

☐ $\frac{45\sqrt{3}}{216}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Wartość których wyrażeń jest wymierna, a wartość których wyrażeń jest niewymierna?
Uporządkuj wyrażenia, przeciągając je w odpowiednie miejsce.

liczby wymierne

$$\frac{10}{\sqrt{5}} - (-\sqrt{20} - \sqrt{4})$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} - (\sqrt{20} - \sqrt{4})$$

liczby niewymierne

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$$

$$-(3\sqrt{3} + 5) - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 9 + 2\sqrt[3]{125}\right)$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{16}\right) \cdot 2\sqrt[3]{2}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt[3]{16} \cdot 2\sqrt[3]{4}$$

$$3\sqrt{3} - 5 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 9 + 2\sqrt[3]{125}\right)$$

$$-(5\sqrt{6} + 6\sqrt{5}) - (6\sqrt{5} - 5\sqrt{6})$$

$$-(5\sqrt{6} - 6\sqrt{5}) - (6\sqrt{5} - 5\sqrt{6})$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{2}$$

Ćwiczenie 7



Połącz w pary wyrażenia o tych samych wartościach.

$$10\sqrt{2,5}$$

$$4\sqrt{10}$$

$$\frac{12\sqrt[3]{162}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$5\sqrt{10}$$

$$\sqrt[3]{1024}$$

$$8\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{5}$$

$$12\sqrt{18}$$

$$\frac{15}{\sqrt[3]{5}}$$

$$36\sqrt[3]{2}$$

$$3\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}$$

$$3\sqrt[3]{25}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Które z podanych liczb są liczbami naturalnymi?

Przeciągnij i upuść.

liczby naturalne

pozostałe liczby

$$\sqrt[3]{28^9}$$

$$\sqrt[3]{69^4}$$

$$67\sqrt{75^{67}}$$

$$\sqrt[3]{732^{20}}$$

$$\sqrt{576^5}$$

$$\sqrt[3]{64^4}$$

$$12\sqrt[3]{144^{12}}$$

$$103\sqrt{262^{36}}$$

$$\sqrt[3]{(-654)^{999}}$$

$$4\sqrt[3]{49^4}$$

$$\sqrt{1023^{101}}$$

$$129\sqrt{129^{10}}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Połącz w pary wyrażenia z ich wartościami.

$$\left(3\sqrt[3]{2}\right)^3$$

45

$$3\left(\sqrt[3]{2}\right)^3$$

6

$$\left(3\sqrt{5}\right)^2$$

75

$$2\left(\sqrt[3]{4}\right)^3$$

54

$$5\left(\sqrt{3}\right)^2$$

8

$$\left(5\sqrt{3}\right)^2$$

15

$$\left(2\sqrt[3]{4}\right)^3$$

32

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Połącz w pary wyrażenia z ich wartościami.

$$\left(\frac{\sqrt[3]{15}}{2}\right)^3$$

$$\frac{9}{40}$$

$$\left(\frac{3\sqrt{10}}{20}\right)^2$$

$$\frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{6\sqrt{5}}{15}\right)^2$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\left(\frac{3\sqrt[3]{12}}{4}\right)^3$$

$$\frac{15}{8}$$

$$\left(\frac{2\sqrt[3]{10}}{5}\right)^3$$

$$\frac{32}{27}$$

$$\left(\frac{4\sqrt[3]{9}}{3}\right)^3$$

$$\frac{81}{16}$$

$$\left(\frac{4\sqrt{6}}{9}\right)^2$$

$$\frac{75}{16}$$

$$\left(\frac{10\sqrt{12}}{16}\right)^2$$

$$\frac{64}{3}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Kwadrat liczby niewymiernej może być liczbą niewymierną.

☐ Kwadrat liczby niewymiernej jest zawsze liczbą wymierną.

☐ Różnica liczb niewymiernych może być liczbą wymierną.

☐ Różnica liczb niewymiernych jest zawsze liczbą niewymierną.

☐ Kwadrat liczby niewymiernej jest zawsze liczbą niewymierną.

☐ Różnica liczb niewymiernych jest zawsze liczbą wymierną.

☐ Kwadrat liczby niewymiernej może być liczbą wymierną.

☐ Różnica liczb niewymiernych może być liczbą niewymierną.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Suma liczb niewymiernych może być liczbą wymierną.

☐ Iloczyn liczb niewymiernych jest zawsze liczbą wymierną.

☐ Iloczyn liczb niewymiernych jest zawsze liczbą niewymierną.

☐ Suma liczb niewymiernych jest zawsze liczbą niewymierną.

☐ Suma liczb niewymiernych może być liczbą niewymierną.

☐ Suma liczb niewymiernych jest zawsze liczbą wymierną.

☐ Iloczyn liczb niewymiernych może być liczbą niewymierną

☐ Iloczyn liczb niewymiernych może być liczbą wymierną.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Niech $A = 2\sqrt{5}$, $B = \sqrt{3} - 4\sqrt{2}$, $C = -\frac{1}{2}\sqrt{12} + 3\sqrt{8}$. Znajdź najprostszą postać podanych wyrażeń. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Najprostsza postać wyrażenia $A \cdot B$ to .
- Najprostsza postać wyrażenia $A \cdot C$ to .
- Najprostsza postać wyrażenia $B + C$ to .
- Najprostsza postać wyrażenia $C - B$ to .

$2\sqrt{14} + 8\sqrt{12}$	$2\sqrt{12} + 6\sqrt{10}$	$-2\sqrt{15} + 12\sqrt{10}$	$2\sqrt{6} + 10\sqrt{4}$	$4\sqrt{2}$	$6\sqrt{4}$
$-2\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$	$-3\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$	$2\sqrt{16} - 8\sqrt{12}$	$-4\sqrt{10} - 9\sqrt{10}$	$2\sqrt{2}$	
$2\sqrt{15} - 8\sqrt{10}$					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Połącz w pary wyrażenia o tych samych wartościach.

$\frac{1}{9}\sqrt[3]{27} \cdot 4\sqrt[3]{81}$	$10\sqrt[3]{3}$
$4\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{21}$	$12\sqrt[3]{14}$
$3\sqrt[3]{-20} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt[3]{-32}$	$20\sqrt[3]{5}$
$0,5\sqrt[3]{20} \cdot 5\sqrt[3]{128}$	$24\sqrt[3]{5}$
$0,5\sqrt[3]{54} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{432}$	$4\sqrt[3]{3}$
$\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{-20}$	$3\sqrt[3]{10}$
$-2\sqrt[3]{5} \cdot 2\sqrt[3]{-2000}$	$3\sqrt[3]{4}$
$\frac{3}{4}\sqrt[3]{4} \cdot 16\sqrt[3]{10}$	$40\sqrt[3]{10}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Oblicz, następnie uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $3\sqrt{2}(6\sqrt{5} - 4\sqrt{10}) =$
- $2\sqrt{5}(3\sqrt{15} + \sqrt{35}) =$
- $-\sqrt{6}(8\sqrt{3} - 7\sqrt{2}) =$
- $4\sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) =$
- $5\sqrt{5}(\sqrt{15} - \sqrt{10}) =$
- $\sqrt{7}(2\sqrt{7} - 2\sqrt{8} + \sqrt{14}) =$
- $3\sqrt{3}(8\sqrt{21} - \sqrt{24} + 3\sqrt{30}) =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Oblicz. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{20} - 4\sqrt[3]{24}) =$
- $8\sqrt[3]{4}(\frac{1}{4}\sqrt[3]{80} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{160}) =$
- $4\sqrt[3]{3}(3\sqrt[3]{18} + 2\sqrt[3]{81}) =$
- $\sqrt[3]{10}(5\sqrt[3]{28} - 3\sqrt[3]{75}) =$

$10\sqrt[3]{35} - 5\sqrt[3]{6}$

$24\sqrt[3]{2} + 36\sqrt[3]{9}$

$4\sqrt[3]{5} - 16\sqrt[3]{6}$

$4\sqrt[3]{5} + 8\sqrt[3]{10}$

$10\sqrt[3]{7} - 15\sqrt[3]{3}$

$16\sqrt[3]{5} + 8\sqrt[3]{10}$

$2\sqrt[3]{5} - 16\sqrt[3]{6}$

$8\sqrt[3]{5} + 16\sqrt[3]{10}$

$36\sqrt[3]{2} + 24\sqrt[3]{9}$

$9\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{9}$

$10\sqrt[3]{35} - 15\sqrt[3]{6}$

$4\sqrt[3]{5} - 4\sqrt[3]{6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Uzupełnij nierówności, przeciągając w luki odpowiednie znaki lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{5}{\sqrt{2}}$ $\frac{9}{2\sqrt{2}}$
- $\frac{30}{4\sqrt{3}}$ $\frac{9}{\sqrt{3}}$
- $\frac{6}{\sqrt{5}}$ $\frac{15}{2\sqrt{5}}$
- $\frac{2}{5\sqrt{7}}$ $\frac{5}{2\sqrt{7}}$
- $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ $\frac{5}{2\sqrt[3]{2}}$
- $\frac{60}{5\sqrt[3]{6}}$ $\frac{18}{\sqrt[3]{6}}$
- $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$
- $\frac{17}{2\sqrt[3]{19}}$ $\frac{100}{12\sqrt[3]{19}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Usuń niewymierność z mianownika. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} =$
- $\frac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$
- $\frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} =$
- $\frac{2\sqrt{6}+6\sqrt{2}}{\sqrt{10}} =$
- $\frac{10\sqrt{3}-10\sqrt{5}}{7\sqrt{3}} =$
- $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} =$
- $\frac{2\sqrt{2}+3}{\sqrt{8}} =$
- $\frac{\sqrt{10}+11}{\sqrt{1000}} =$
- $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{27}} =$
- $\frac{5\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{\sqrt{12}} =$

$\frac{15\sqrt{2}+5\sqrt{6}}{5}$	$\frac{1+\sqrt{2}}{3}$	$\frac{30-10\sqrt{15}}{21}$	$\frac{5\sqrt{2}+2}{2}$	$\frac{2\sqrt{15}+6\sqrt{5}}{5}$	$\frac{4+3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{6\sqrt{3}+3}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}+5}{9}$
$\frac{10+11\sqrt{10}}{100}$	$\frac{3-\sqrt{3}}{3}$	$\frac{5\sqrt{2}+4}{2}$	$\frac{5-2\sqrt{5}}{6}$	$\frac{3\sqrt{2}+2}{3}$	$\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{10}$	$\frac{3\sqrt{5}+5}{10}$	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej.

$$6\sqrt{3}$$



$$\frac{48}{5\sqrt{3}}$$



$$\frac{12\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$



$$5\sqrt{27}$$



$$\frac{12}{\sqrt{3}}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Usuń niewymierność z mianownika ułamka. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{6}{\sqrt{50}+\sqrt{2}} = \boxed{}$
- $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{12}-\sqrt{27}} = \boxed{}$
- $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{80}+\sqrt{45}} = \boxed{}$
- $\frac{-2}{\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}} = \boxed{}$
- $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{192}+2\sqrt[3]{81}} = \boxed{}$

$$\frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{10}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8}}{5}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$\sqrt[3]{6}$$

$$\frac{5\sqrt{8}}{6}$$

$$-\sqrt[3]{4}$$

$$-\sqrt[2]{3}$$

$$\frac{\sqrt[2]{3}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-\frac{4\sqrt{15}}{2}$$

$$-\frac{2\sqrt{10}}{4}$$

$$-\frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Połącz w pary liczbę z jej odwrotnością.

$$\frac{3}{5} \sqrt[3]{5}$$

$$-\frac{\sqrt[3]{4}}{16}$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\sqrt{128} + \sqrt{200}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\sqrt[3]{4}$$

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{4}$$

$$\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt[3]{25}}{3}$$

$$\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2000}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{36}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Połącz w pary liczbę z sumą tej liczby i jej odwrotności.

$$\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2000}$$

$$\frac{17\sqrt{2}}{12}$$

$$\sqrt[3]{4}$$

$$\frac{4\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2}}{4}$$

$$\sqrt{6}$$

$$\frac{649\sqrt{2}}{36}$$

$$\frac{3}{5} \sqrt[3]{5}$$

$$\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

$$\sqrt{128} + \sqrt{200}$$

$$\frac{-128\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}}{16}$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{2}$$

$$\frac{9\sqrt[3]{5} + 5\sqrt[3]{25}}{15}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej.

$$\frac{9}{\sqrt{11}}$$



$$7\sqrt{11}$$



$$\frac{\sqrt{33}}{3\sqrt{3}}$$



$$\frac{88}{4\sqrt{11}}$$



$$2\sqrt{176}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej.

$$\frac{6}{2\sqrt[3]{3}}$$



$$\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$



$$\frac{1}{8}\sqrt[3]{72}$$



$$4\sqrt[3]{9}$$



$$\frac{\sqrt[3]{81}}{2\sqrt[3]{9}}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



Oblicz. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{32}} = \boxed{}$
- $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}} = \boxed{}$
- $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{2\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{2}} = \boxed{}$
- $\frac{1}{5\sqrt[3]{5}} + \frac{1}{10\sqrt[3]{5}} + \frac{1}{15\sqrt[3]{5}} = \boxed{}$

$\frac{7\sqrt{3}}{2}$	$\frac{11\sqrt[3]{25}}{150}$	$\frac{14\sqrt[3]{24}}{110}$	$\frac{21\sqrt{2}}{25}$	$\frac{16\sqrt[3]{3}}{9}$	$\frac{11\sqrt[3]{4}}{12}$	$\frac{9\sqrt[3]{5}}{120}$	$\frac{7\sqrt{2}}{8}$	$\frac{23\sqrt{3}}{45}$	$\frac{26\sqrt{4}}{15}$
$\frac{6\sqrt{2}}{5}$	$\frac{12\sqrt[3]{4}}{10}$								

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Rozwiąż równania. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

• $x\sqrt{5} = 20$

$x =$

• $7x\sqrt{2} = 21$

$x =$

• $\frac{3}{4}x\sqrt{3} = 27$

$x =$

• $12x\sqrt{10} = 30\sqrt{2}$

$x =$

• $x\sqrt[3]{7} = 14$

$x =$

• $5x\sqrt[3]{6} = 40$

$x =$

• $6x\sqrt[3]{4} = 120\sqrt[3]{3}$

$x =$

$\frac{4\sqrt[3]{36}}{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$10\sqrt[3]{6}$	$2\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$4\sqrt{7}$	$2\sqrt[3]{5}$	$6\sqrt{3}$	$3\sqrt[3]{7}$	$\frac{3\sqrt[3]{5}}{3}$	$12\sqrt{3}$
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$3\sqrt[3]{6}$	$4\sqrt{5}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$2\sqrt[3]{49}$						



Rozwiąż równania. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

$$\bullet \quad x\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{20}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \sqrt{32} + x\sqrt{27} = \sqrt{50}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \sqrt{5} - 2\sqrt{24}x = \sqrt{600}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\bullet \quad x\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{250}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{81} + x\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{3000}$$

$$x = \boxed{}$$

$$\frac{6\sqrt[3]{6}}{7}$$

$$-\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{30}}{24}$$

$$-\frac{7\sqrt[3]{6}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$5 - 2\sqrt[3]{12}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$\frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$6 + 2\sqrt[3]{12}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{30}}{12}$$

Ćwiczenie 28



Niech $A = 3\sqrt[3]{6}$, $B = \sqrt[3]{-2^2} + \sqrt[3]{72}$, $C = \sqrt[3]{-4^2}$. Znajdź najprostszą postać podanych wyrażeń. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $\frac{B}{A} =$
- $\frac{B}{C} =$
- $\frac{A \cdot B}{C} =$
- $\frac{B \cdot C}{A} =$
- $A \cdot B \cdot C =$

$\frac{4\sqrt[3]{11}-42}{5}$	$\frac{\sqrt[3]{15}+3\sqrt[3]{16}}{6}$	$\frac{6\sqrt[3]{9}-25}{6}$	$\frac{\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{25}}{9}$	$\frac{-\sqrt[3]{16}-3\sqrt[3]{16}}{8}$	$\frac{-\sqrt[3]{18}+3\sqrt[3]{12}}{9}$
$\frac{2\sqrt[3]{36}-12\sqrt[3]{3}}{9}$	$8\sqrt[3]{4} - 16\sqrt[3]{5}$	$\frac{3\sqrt[3]{12}-18}{2}$	$\frac{2\sqrt[3]{49}-8\sqrt[3]{2}}{9}$	$\frac{2\sqrt[3]{25}-16\sqrt[3]{3}}{9}$	$12\sqrt[3]{6} - 36\sqrt[3]{4}$
$16\sqrt[3]{6} - 25\sqrt[3]{4}$	$\frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{36}}{2}$	$\frac{\sqrt[3]{12}-3\sqrt[3]{42}}{8}$			

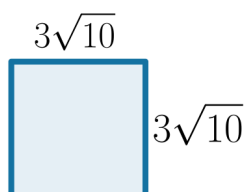
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 29

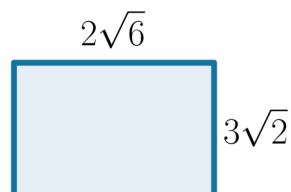


Oblicz pola poniższych figur.

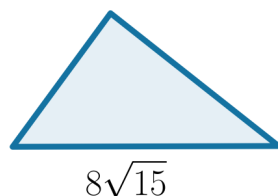
a)



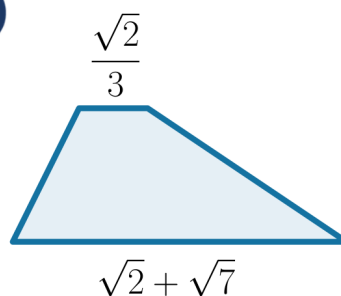
b)



c)



d)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij luki, przeciągając w nie odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

a)

b)

c)

d)

$16\sqrt{4}$	$72\sqrt{5}$	$8\sqrt{2}$	$12\sqrt{3}$	$\frac{4\sqrt{6}}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{4}$	$\frac{5\sqrt{7}}{3} + \frac{8\sqrt{2}}{6}$	90	80	100
$64\sqrt{6}$	$\frac{4\sqrt{7}}{3} + \frac{7\sqrt{2}}{2}$	$81\sqrt{2}$						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.