

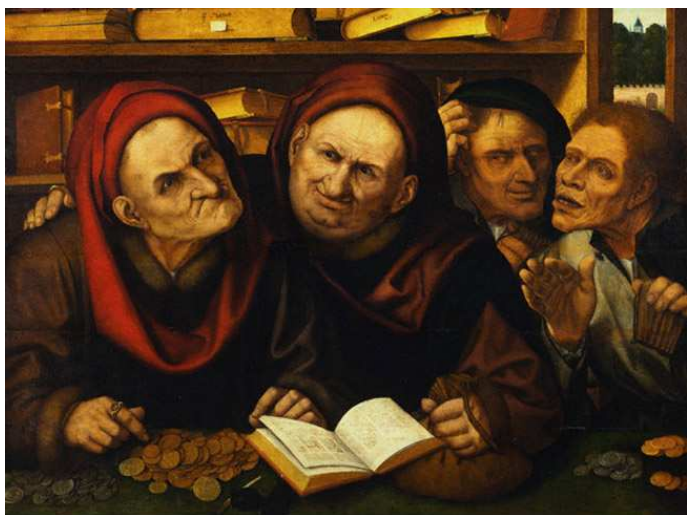


Liczby całkowite - zebranie wiadomości



Liczby całkowite - zebranie wiadomości

Źródło: dostępny w internecie: www.pexels.com, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: *Quentin Massys, Lichwiarze*, dostępny w internecie: Wikipedia.org, domena publiczna.

Koncepcja liczb ujemnych powstała w I wieku p. n. e w Chinach.

W VII wieku liczby ujemne stosowano w Indiach do księgowania długów. W Europie liczby ujemne również wykorzystywano przy operacjach finansowych, jednak aż do XVIII wieku nie uznawano powszechnie tych liczb i odrzucano ujemne rozwiązania równań.

Obecnie nikogo nie dziwi wzmianka o liczbach ujemnych. Spotykamy się

bowiem z nimi niemal codziennie – odczytując temperaturę powietrza, wzrost lub spadek kursów walut, określając poziomy pięter budynków.

W tym materiale znajdziesz najważniejsze informacje o liczbach całkowitych, a w szczególności o liczbach całkowitych ujemnych.

1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
2. [Gra edukacyjna](#)
3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
4. [Słownik](#)

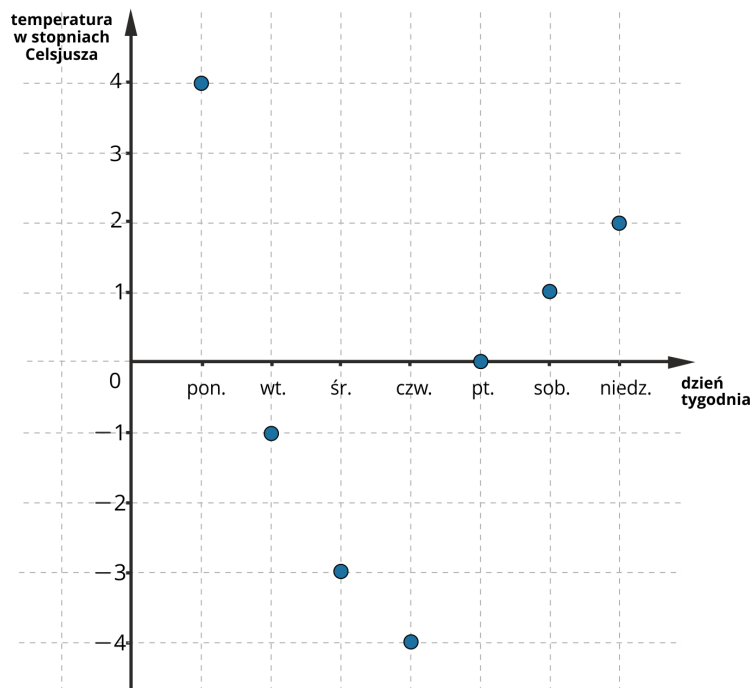
Twoje cele

- Rozpoznasz liczby dodatnie i ujemne.
- Podasz przykłady zastosowania liczb ujemnych w życiu codziennym.
- Podasz liczbę przeciwną do danej liczby całkowitej.
- Określisz wartość bezwzględną danej liczby całkowitej.
- Przedstawisz liczbę całkowitą na osi liczbowej.
- Porównasz liczby całkowite.
- Obliczysz wartość liczbową wyrażenia zawierającego liczby ujemne.

Miejsce na Twoje notatki

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Na wykresie przedstawiono, jak zmieniała się temperatura powietrza w miejscowości Jedlicze w pierwszym tygodniu listopada, notowana codziennie o godz. 13:30.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Na podstawie wykresu można stwierdzić, że w poniedziałek, sobotę i niedzielę, zanotowano temperatury powyżej zera. Natomiast we wtorek, środę i czwartek zanotowano temperatury poniżej zera.

Liczby wyrażające temperaturę powietrza w poniedziałek, sobotę i niedzielę to liczby dodatnie.

Liczby wyrażające temperaturę powietrza we wtorek, środę i czwartek to liczby ujemne.

Liczba zero, wyrażająca temperaturę powietrza w piątek, nie jest ani dodatnia, ani ujemna.

Liczbę ujemną oznaczamy znakiem minus.

Przykład 1

Przykłady liczb ujemnych

Piszemy	Czytamy
-1	minus jeden
-4	minus cztery
-7	minus siedem

Piszemy	Czytamy
-10	minus dziesięć
-26	minus dwadzieścia sześć
-138	minus sto trzydzieści osiem

Ważne!

Liczby $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ to liczby całkowite dodatnie.

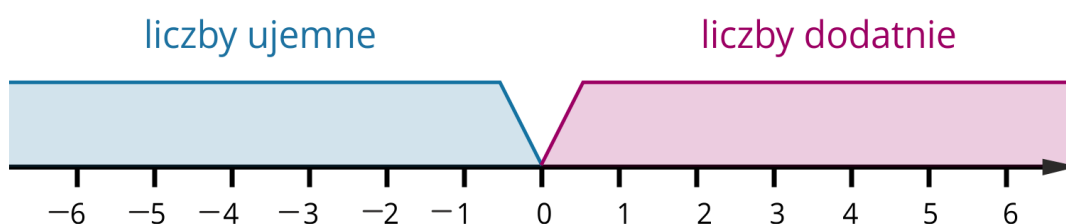
Liczby $-1, -2, -3, -4, \dots$ to liczby całkowite ujemne.

Liczba 0 nie jest liczbą dodatnią, ani ujemną.

Liczby $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ to liczby całkowite nieujemne.

Liczby $0, -1, -2, -3, -4, \dots$ to liczby całkowite niedodatnie.

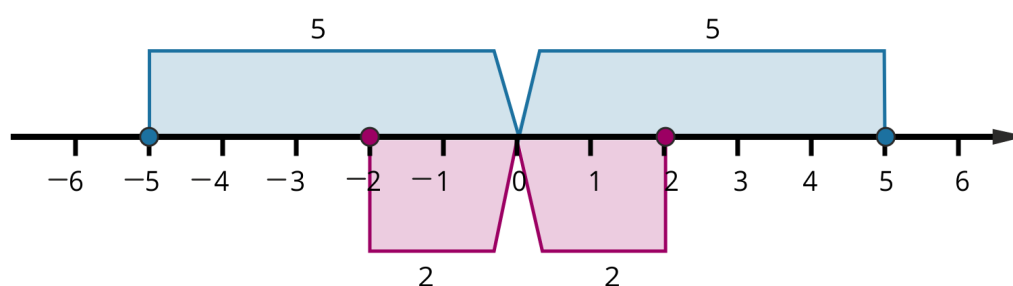
Liczby dodatnie na osi liczbowej położone są na prawo od zera, a liczby ujemne na lewo.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Zaznaczymy na osi liczbowej $-5, -2, 2, 5$.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że liczby -2 i 2 leżą na osi liczbowej po przeciwnych stronach zera w równych odległościach od zera. Podobnie liczby -5 i 5 leżą na osi liczbowej po przeciwnych stronach zera w równych odległościach od zera. Takie liczby nazywamy **przeciwnymi**.

Przykład 3

Przykłady liczb przeciwnych.

-4 i 4

10 i -10

-127 i 127

567 i -567

Ważne!

Liczby całkowite to liczby naturalne dodatnie, liczby do nich przeciwne i liczba zero.

Odległość liczby od zera na osi liczbowej nazywamy **wartością bezwzględną tej liczby**.

Na przykład odległość liczby 6 od zera jest równa 6 . Zapisujemy:

$$|6| = 6$$

Przykład 4

Określimy wartość bezwzględną każdej z liczb: 5 , 0 , -7 , -11 .

$$|5| = 5$$

$$|0| = 0$$

$$|-7| = 7$$

$$|-11| = 11$$

Liczby przeciwne leżą w tej samej odległości od zera na osi liczbowej. Zatem ich wartości bezwzględne są równe.

Na przykład:

$$|-1| = 1 \text{ i } |1| = 1$$

$$|-79| = 79 \text{ i } |79| = 79$$

Analizując położenie na osi liczbowej liczb dodatnich i ujemnych, zauważamy, że **każda liczba dodatnia jest większa od każdej liczby ujemnej i zera.**

Z dwóch liczb ujemnych ta jest większa, której wartość bezwzględna jest mniejsza.

Przykład 5

Zapiszemy liczby: 9, -1, 7, 0, -2, 4, -6, -11 od najmniejszej do największej.

$$-11 < -6 < -2 < -1 < 0 < 4 < 7 < 9$$

Aby dodać dwie liczby całkowite ujemne, dodajemy ich wartości bezwzględne i przed wynikiem stawiamy znak minus. Aby dodać dwie liczby całkowite różnych znaków, odejmujemy od większej wartości bezwzględnej, mniejszą wartość bezwzględną, a przed wynikiem stawiamy znak, jaki ma liczba o większej wartości bezwzględnej.

Przykład 6

Wykonamy dodawanie.

$$-1 + (-2) = -3$$

$$-8 + (-4) = -12$$

$$-4 + 6 = 6 - 4 = 2, \text{ bo } |6| > |-4|$$

$$-10 + 2 = -8, \text{ bo } |-10| > |2|$$

$$-3 + 3 = 0, \text{ bo } |-3| = |3|$$

Odejmowanie liczby można zastąpić dodawaniem [liczby przeciwnej](#).

Na przykład:

$$-8 - 4 = -8 + (-4) = -12$$

$$7 - 10 = 7 + (-10) = -3$$

Aby pomnożyć (podzielić) [liczby całkowite](#), różne od zera, należy pomnożyć (podzielić) ich wartości bezwzględne i przed wynikiem postawić znak

- plus, jeżeli w iloczynie (ilorazie) występuje parzysta ilość liczb ujemnych,
- minus, jeżeli w iloczynie (ilorazie) występuje nieparzysta ilość liczb ujemnych.

Przykład 7

Kolumna pierwsza	Kolumna druga
$-2 \cdot (-3) \cdot 10 = 60$	$-10 : (-2) = 5$
$5 \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-2) = -30$	$-4 : 2 = -2$
$0 \cdot (-2) = 0$	$0 : (-2) = 0$
$(-1) \cdot 6 \cdot (-2) \cdot 3 = 36$	$-12 : (-2) : (-3) = -2$

Reguły dotyczące wykonywania działań na liczbach całkowitych są takie same, jak reguły wykonywania działań na liczbach naturalnych.

Przykład 8

Monika pożyczyła od Magdy 10 zł, od Karola 6 zł i od Wandy 12 zł. Od dziadka dostała 15 zł, a od mamy taką kwotę, że obie te kwoty łącznie wystarczyły jej na spłatę zaciągniętych długów. Obliczymy, jaką kwotę dostała Monika od mamy.

Obliczymy najpierw, ile jeszcze pieniędzy potrzebowała Monika, po otrzymaniu pieniędzy od dziadka.

$$15 - (10 + 6 + 12) = 15 - 28 = -13$$

Monika potrzebowała jeszcze 13 zł, zatem mama dała jej właśnie taką kwotę.

Notatki

Miejsce na Twoje notatki

Gra edukacyjna

Zagraj w grę. Zaznacz prawdziwe równości oraz prawdziwe nierówności.



GRA EDUKACYJNA

Liczby
całkowite

START

Polecenie 1

Oblicz.

a. $-6 : 3 + 4 \cdot 5 - (-3) \cdot (-6)$

b. $(-7 - 8 - 9) - (-24)$

c. $(-3 + 7 + 3 - 7) \cdot 10$

d. $(10 - 9)(9 - 10)$

Polecenie 2

Porównaj liczby.

a. -12 i 10

b. -8 i 10

c. -9 i -12

d. 0 i -4

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

Oblicz iloczyn wszystkich liczb niedodatnich spośród liczb: 19 , (-19) , (-5) , 0 , 11 , 14 , (-24) .

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

Ćwiczenie 1

Połącz w pary liczby przeciwne.

-6	-15
$\frac{5}{5}$	3
-3	$\frac{12}{2}$
15	-2
$\frac{10}{5}$	-1

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wiadomo, że $|a| = 9$. Zaznacz, które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Odległość liczby a od zera na osi liczbowej jest równa 9.	☐	☐
Na osi liczbowej odległość między liczbami a i $(-a)$ jest równa 9.	☐	☐
Na osi liczbowej między punktami odpowiadającymi liczbom a i $(-a)$ leży punkt odpowiadający liczbie (-6) .	☐	☐
Liczba $ -a $ jest ujemna.	☐	☐
Suma wartości bezwzględnych liczb a i $(-a)$ jest równa zero.	☐	☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Między podane liczby wpisz znak: $<$, $>$ lub $=$.

$$-2 \quad \boxed{} \quad 2$$

$$-(-9) \quad \boxed{} \quad 9$$

$$-7 \quad \boxed{} \quad -10$$

$$-4 \quad \boxed{} \quad -(-(-5))$$

$$-8 \quad \boxed{} \quad (-7)$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Oblicz i wpisz w każde wolne pole odpowiedni wynik.

$$-3 + 6 = \boxed{}$$

$$4 - (-7) = \boxed{}$$

$$-1 - 2 - 3 - 4 + 10 = \boxed{}$$

$$16 - 5 - (-5) = \boxed{}$$

$$-(-4) - 4 - 6 = \boxed{}$$

$$2 - 2 + 3 - 3 - 4 = \boxed{}$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Wskaż wszystkie równości prawdziwe.

☐ $-6 : (-6) = 1$

☐ $6 : (-6) = -(-1)$

☐ $-3 \cdot (-2) = -6$

☐ $-6 : (-6) = 6 : 6$

☐ $-3 \cdot 2 = -6$

☐ $-(-3) \cdot (-2) = -(-6)$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Nie wykonując obliczeń, wpisz w wolne pole znak $+$ lub $-$, jaki miałby wynik po wykonaniu mnożenia.

$-5 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-4) \cdot (-4)$

$1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1)$

$-(-5) \cdot [-(-1)] \cdot (-5) \cdot (-1)$

$20 \cdot 6 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot 2$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uporządkuj liczby: 4, 0, (-2) , 11, (-8) , (-3) , (-4) od najmniejszej do największej.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Sumę liczb (-6) i (-9) pomnóż przez różnicę tych liczb i wynik podziel przez (-5) .

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Dzisiaj rano temperatura powietrza w Krakowie wynosiła -10°C . W Warszawie była o 4°C wyższa niż w Krakowie. W Poznaniu temperatura powietrza była o 7°C niższa niż w Warszawie.

W którym z miast – Poznaniu czy Krakowie temperatura powietrza była wyższa i o ile stopni Celsjusza?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

liczby całkowite

to liczby naturalne dodatnie, liczby do nich przeciwne i liczba zero.

wartość bezwzględna

odległość liczby od zera na osi liczbowej.

liczby przeciwne

różne liczby, które mają taką samą wartość bezwzględną.

Bibliografia

Stewart I., (2020), *Po co nam matematyka*, Warszawa: Prószyński i S-ka.