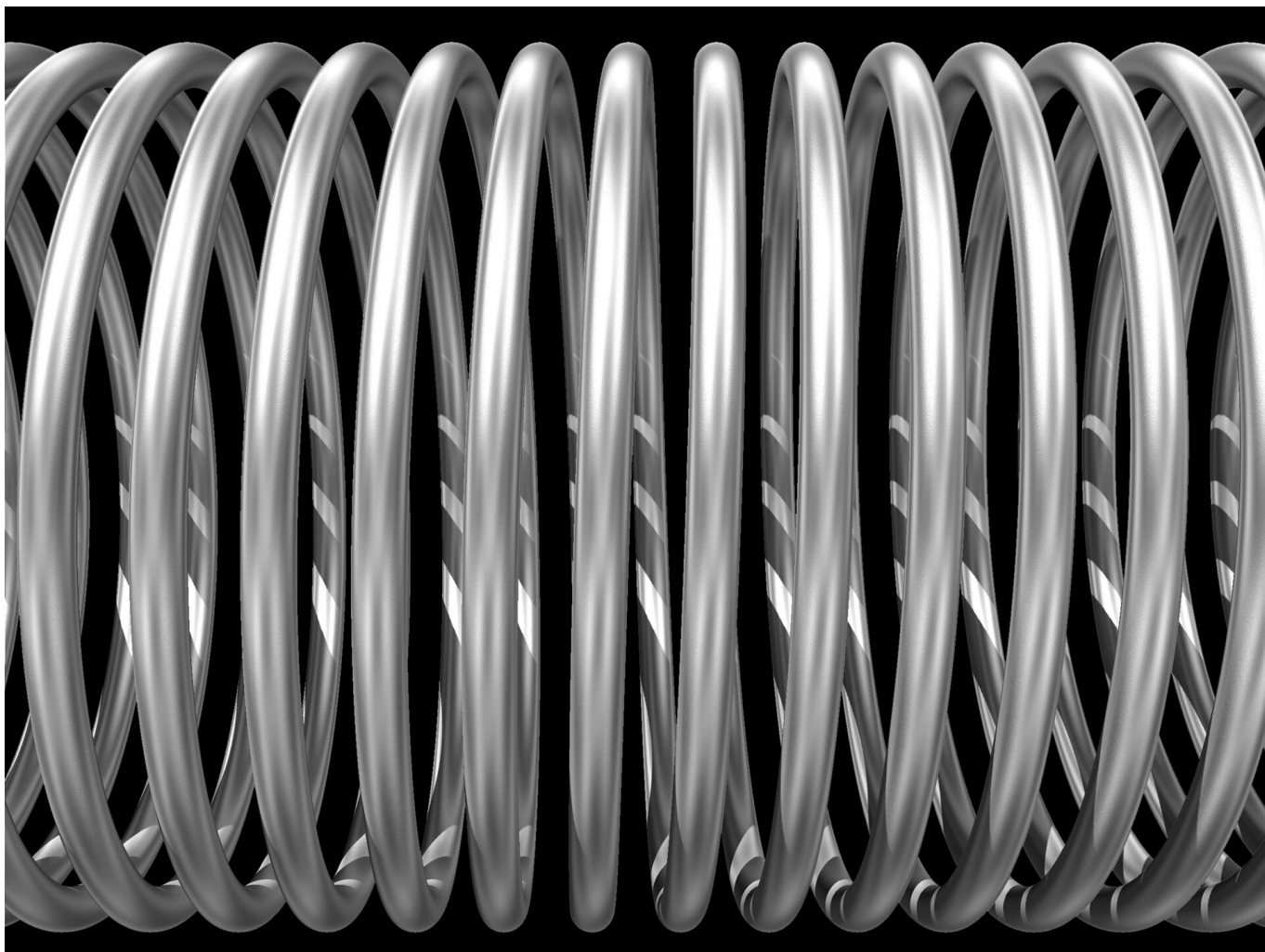
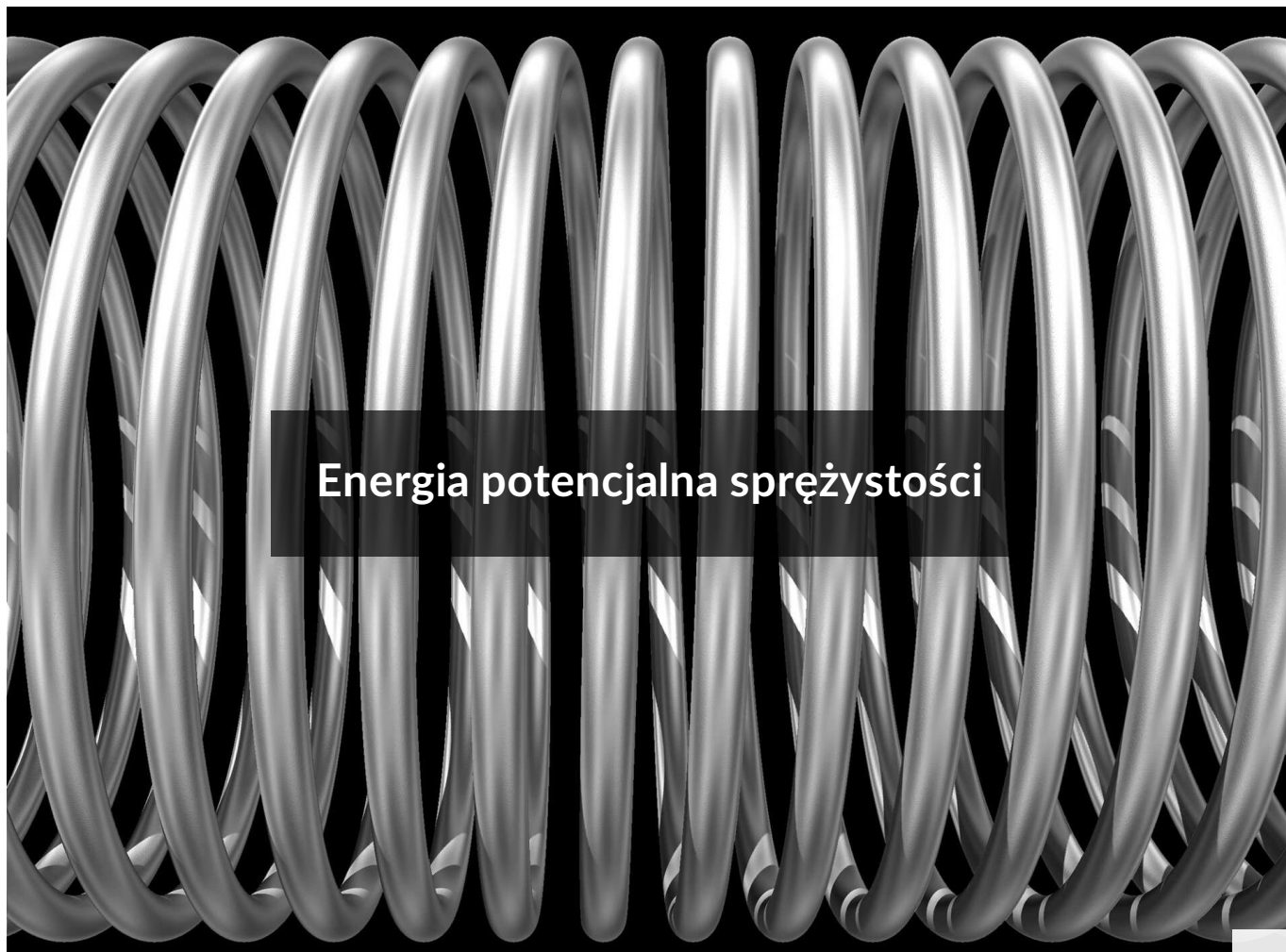




Energia potencjalna sprężystości

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Energia potencjalna sprężystości

Czy to nie ciekawe?

Napięty łuk (Rys. a.), ugięta trampolina (Rys. b.), ściśnięta lub rozciągnięta sprężyna - każdy z tych przedmiotów posiada pewną energię - zwaną energią potencjalną sprężystości, która jest związana z ich odkształceniem od położenia (lub stanu) równowagi.



Rys. a. Napięty łuk.



Rys. b. Skoki na trampolinie.

Energia ta może być wykorzystana do wykonania pracy. Na przykład, nakręcając zegarek mechaniczny wykonujemy pracę, która zostaje zmagazynowana w sprężynie napędowej zegarka, w postaci energii potencjalnej sprężystości. Energia ta jest później zużywana podczas działania zegarka, powodując ruch jego wskazówek, generowanie sygnału dźwiękowego itp.

Twoje cele

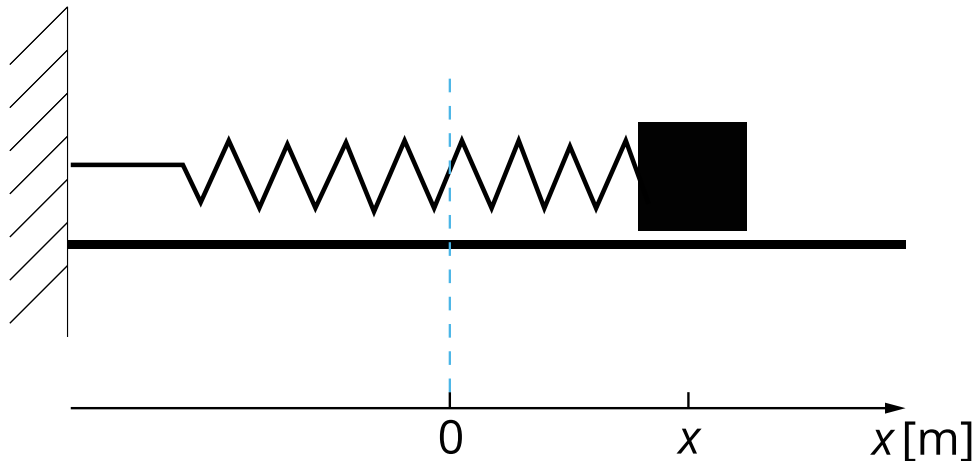
W tym e-materiale:

- poznasz pojęcie energii potencjalnej sprężystości,
- zrozumiesz, że energia potencjalna sprężystości jest równoważna pracy,
- dowiesz się, jak obliczyć energię potencjalną sprężystości oscylatora harmonicznego,
- zinterpretujesz wykres zależności energii potencjalnej sprężystości od wydłużenia sprężyny,
- ocenisz poprawność zaprojektowanego doświadczenia, wykorzystującego energię sprężystości.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Rozważmy ciężarek na sprężynie, który po rozciągnięciu i zwolnieniu sprężyny porusza się po gładkiej poziomej płaszczyźnie (Rys. 1.).



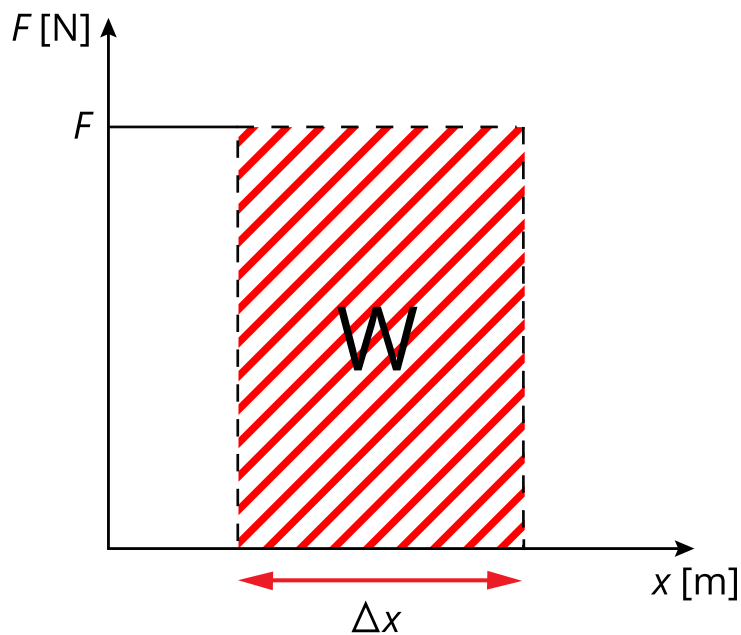
Rys. 1. Rozciągnięta sprężyna.

Rozciągając sprężynę ruchem jednostajnym równoważymy siłę sprężystości, przeciwdziałającą wydłużaniu sprężyny. Wykonujemy pracę, która zostaje zmagazynowana w postaci energii potencjalnej, którą nazywamy **energią potencjalną sprężystości**. Jak obliczyć tę energię? Od jakich parametrów zależy ta energia mechaniczna?

Gdy siła jest stała, pracę wykonaną przy przesunięciu ciała o Δx można obliczyć ze wzoru:

$$W = F \cdot \Delta x,$$

gdzie F oznacza składową siły równoległą do kierunku przesunięcia Δx . Na wykresie przedstawionym na Rys. 2. pokazano, że praca ta jest, co do wartości, równa polu zakreskowanego prostokąta.

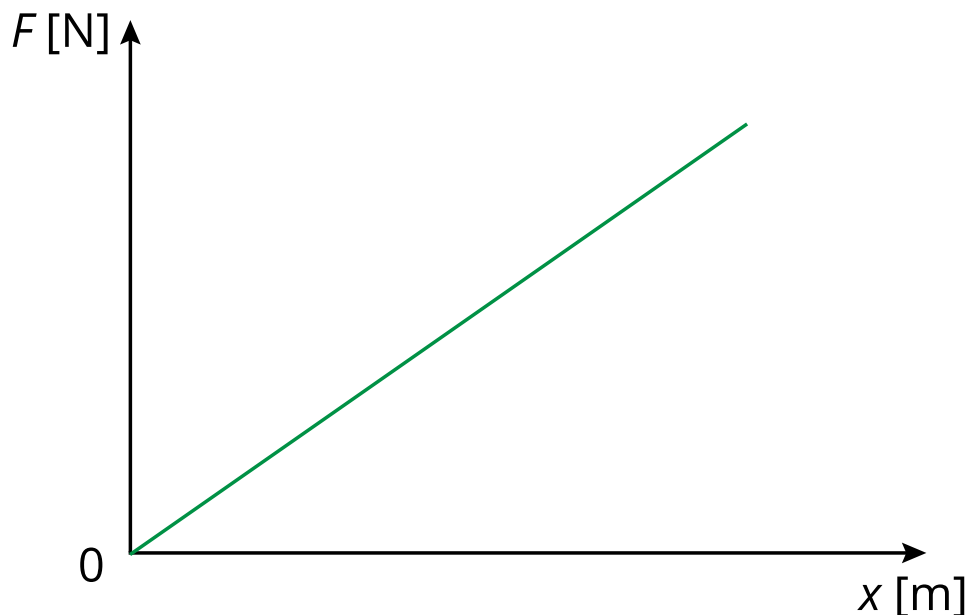


Rys. 2. Graficzna interpretacja pracy wykonanej przez stałą siłę.

Siła sprężystości nie jest jednak stała, ale jej wartość zależy liniowo od wydłużenia sprężyny:

$$F = k \cdot x,$$

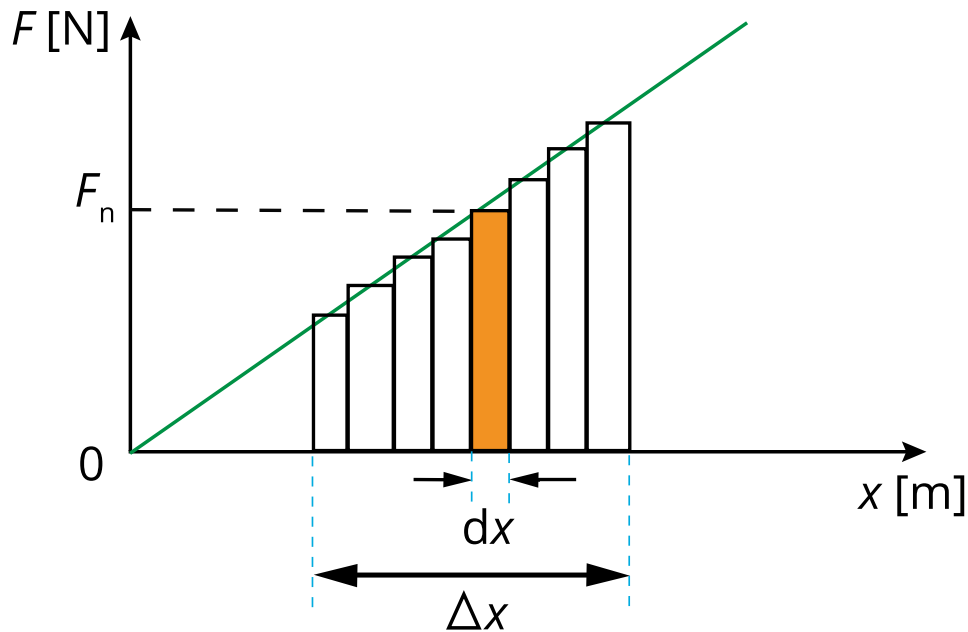
gdzie k to **stała sprężystości sprężyny**. Wykres wartości siły F od wydłużenia x zatem jest linią prostą, o początku w środku układu współrzędnych. Wykres taki przedstawiono na Rys. 3. Jak w tym wypadku obliczyć pracę siły F ? Którą wartość siły wybrać do obliczeń?



Rys. 3. Wykres zależności wartości siły, która podczas rozciągania sprężyny równoważy siłę sprężystości, od wydłużenia sprężyny.

Spróbujmy wykonać następujące przybliżenie: Podzielmy odcinek Δx na bardzo małe fragmenty dx . Jak małe? Tak małe, że każdemu z nich można przypisać jedną określoną

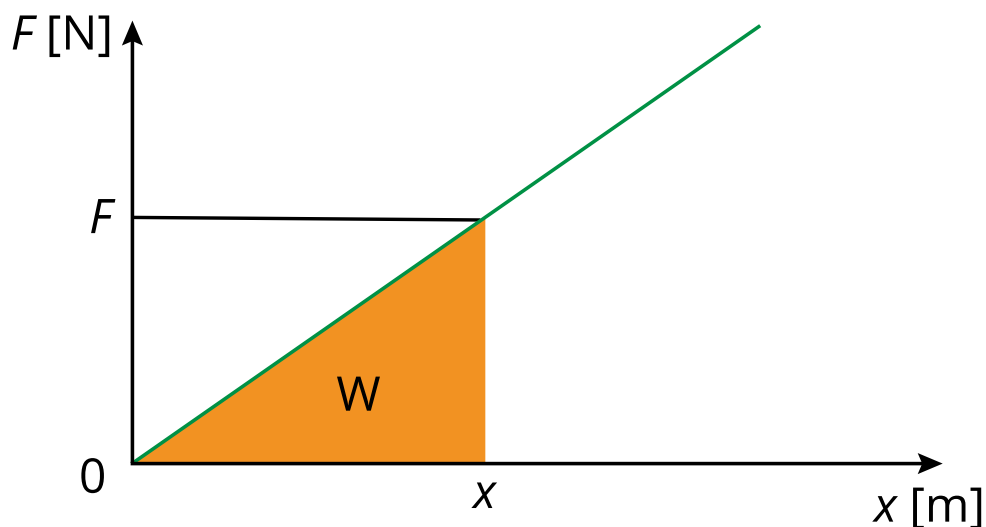
wartość siły (Rys. 4.). Praca wykonana przy rozciąganiu sprężyny o dx jest, co do wartości, równa polu prostokąta: $F_n \cdot dx$. Suma pól takich prostokątów będzie równa polu pod wykresem.



Rys. 4. Gdy dx jest bardzo małym przesunięciem (tj. $dx \rightarrow 0$), możemy przyjąć, że $F_n \approx \text{const.}$

Praca wykonana przez siłę zewnętrzną, która podczas rozciągania sprężyny cały czas równoważy siłę sprężystości, jest zatem, co do wartości, równa polu trójkąta prostokątnego o wysokości $F = k \cdot x$ i podstawie x (Rys. 5.). Jest więc ona równa:

$$W = \frac{1}{2}x \cdot F = \frac{1}{2}x \cdot (k \cdot x) = \frac{k \cdot x^2}{2}.$$



Rys. 5. Graficzna interpretacja pracy wykonanej podczas rozciągania sprężyny.

Praca wykonana przez siłę zewnętrzną zostaje zmagazynowana w postaci energii potencjalnej sprężystości.

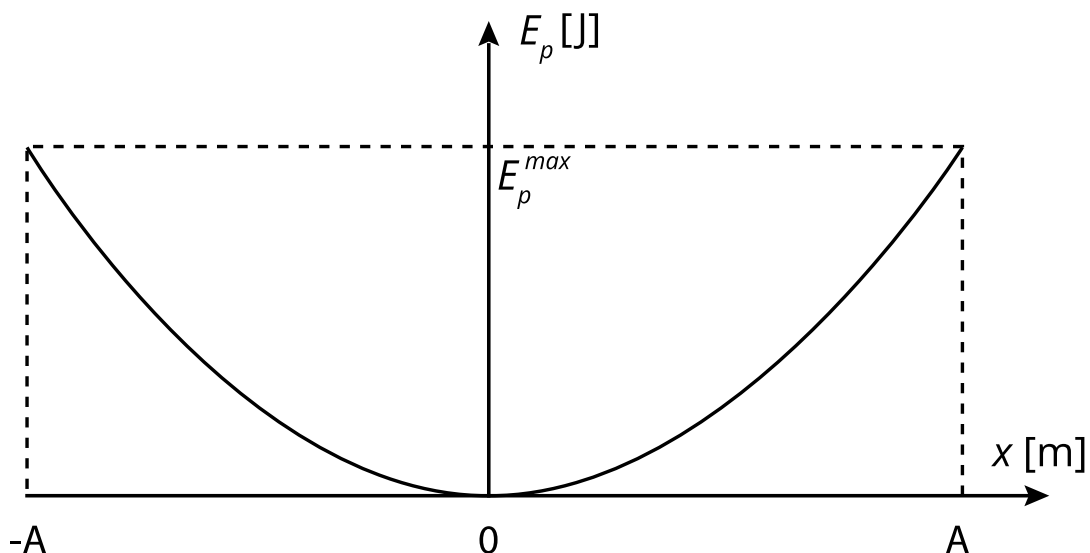
Energia potencjalna sprężystości można zatem przedstawić jako kwadratową funkcję wydłużenia sprężyny:

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2},$$

gdzie k to współczynnik sprężystości sprężyny, a x to jej wydłużenie.

Przypomnijmy, że w układzie SI jednostką energii jest dżul [J].

Energia potencjalna sprężystości jest proporcjonalna do kwadratu wydłużenia. Wykres $E_p(x)$ jest więc parabolą (Rys. 6.). Zauważ, że wydłużenie x może również przyjmować wartości ujemne, które odpowiadają ściśnięciu sprężyny, tzn. skróceniu jej długości. To dlatego wykres energii potencjalnej sprężystości $E_p(x)$ jest symetryczny względem osi rzędnych. Wykres ten przechodzi przez początek układu współrzędnych, ponieważ w położeniu równowagi ($x = 0$) energia potencjalna sprężystości jest równa zero. Po obu stronach tego położenia ($x \neq 0$), ciężarek ma pewną, różną od zera, dodatnią wartość energii potencjalnej sprężystości. Oczywiście z największą wartością tej energii mamy do czynienia przy maksymalnym wydłużeniu lub skróceniu sprężyny. Na Rys. 6. sytuacji tej odpowiada wydłużenie $x = \pm A$, gdzie A można też interpretować jako amplitudę drgań oscylatora harmonicznego.

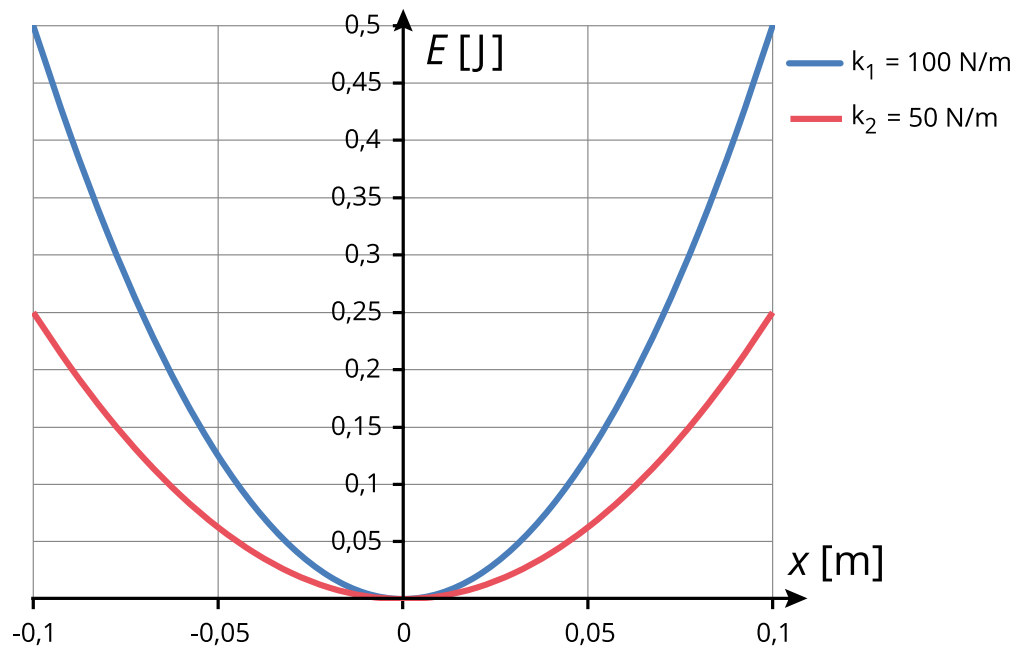


Rys. 6. Wykres zależności energii potencjalnej sprężystości od wydłużenia sprężyny.

Przykład 1.

Sporządź wykresy **energii potencjalnej sprężystości** dla dwóch sprężyn, o **współczynnikach sprężystości**: $k_1 = 100 \text{ N/m}$ i $k_2 = 50 \text{ N/m}$. Przyjmij, że maksymalne

wydłużenie obu sprężyn jest równe 0,1 m.



Rys. 7. Energia potencjalna sprężystości w funkcji wydłużenia sprężyny dla dwóch różnych sprężyn, mających różne stałe sprężystości.

Wykresy, o których mowa w przykładzie zostały pokazane na Rys. 7. Z wykresów tych wynika, że takiemu samemu wydłużeniu (lub skróceniu) sprężyn odpowiadają różne wartości energii potencjalnej, przy czym większa energia mechaniczna jest zmagazynowana w sprężynie o większej stałej sprężystości.

Przykład 2.

Sporządź wykres zależności energii potencjalnej od czasu dla **oscylatora harmonicznego** o amplitudzie $A = 0,2 \text{ m}$, częstotliwość drgań $f = 2 \text{ Hz}$ i masie $m = 0,1 \text{ kg}$.

W ruchu harmonicznym wychylenie zmienia się w czasie według zależności:

$$x(t) = A \sin(\omega t) = A \sin(2\pi f t),$$

gdzie $\omega = 2\pi f$ jest częstością kątową oscylatora.

Energia potencjalna sprężystości wynosi więc:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(2\pi f t)}{2}.$$

Uwzględniając, że w ruchu harmonicznym:

$$k = m\omega^2 = 4\pi^2 f^2 m,$$

gdzie m – masa oscylatora, ω – jego częstość, a f – częstotliwość drgań, otrzymujemy następującą zależność energii potencjalnej sprężystości od czasu:

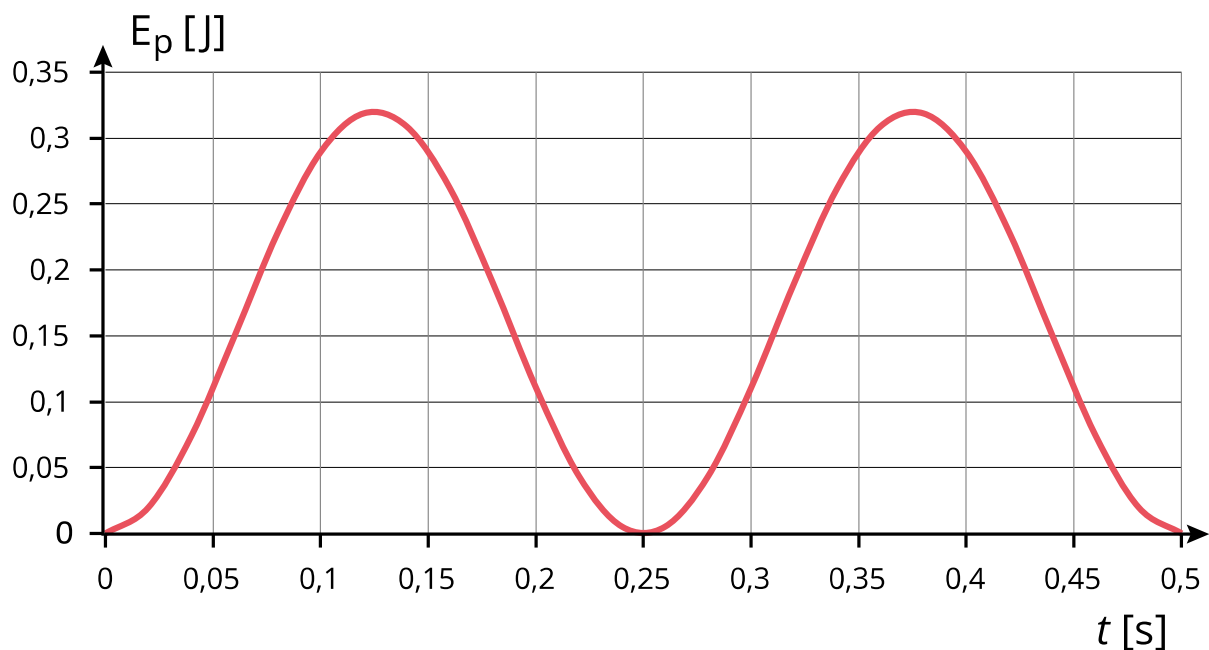
$$E_p(t) = 2\pi^2 f^2 m A^2 \sin^2(2\pi f t).$$

Po wstawieniu danych liczbowych otrzymamy:

$$E_p(t) \approx 0,32 \cdot \sin^2(4\pi t \text{ s}^{-1}) \text{ J},$$

gdzie s i J to sekunda i dżul - oznaczenia jednostek.

Wykres zależności **energii potencjalnej sprężystości** oscylatora harmonicznego od czasu (Rys. 8.), sporządzony dla jednego okresu drgań ($T = \frac{1}{f} = 0,5 \text{ s}$) pokazuje, że w ciągu okresu, energia potencjalna sprężystości dwukrotnie osiąga wartość maksymalną (dla $t = \frac{1}{4}T = 0,125 \text{ s}$ i $t = \frac{3}{4}T = 0,375 \text{ s}$, gdy wychylenie jest równe amplitudzie drgań: $x = \pm A$).



Rys. 8. Wykres zależności energii potencjalnej od czasu dla oscylatora harmonicznego o częstotliwości drgań $f = 2 \text{ Hz}$, dla jednego okresu drgań ($T = 0,5 \text{ s}$).

Słowniczek

Energia potencjalna sprężystości

(ang.: *elastic potential energy*) - energia układu poddanego działaniu sił sprężystości. W przypadku sprężyny, w której siła sprężystości jest proporcjonalna do wydłużenia (lub skrócenia) sprężyny x , energia sprężystości jest dana wzorem: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, gdzie k to stała sprężystości sprężyny.

Oscylator harmoniczny

(ang.: *harmonic oscillator*) - układ drgający wykonujący ruch harmoniczny. Ruch taki może występować w rozmaitych układach fizycznych, takich jak np. wahadło, ciężarek na sprężynie itd. W oscylatorze występuje siła sprężysta $F = k \cdot x$ proporcjonalna do jego przemieszczenia (lub odchylenia) x od stanu równowagi $x = 0$, gdzie k to stała sprężystości. Zależne od czasu położenie oscylatora jest opisane sinusoidą:

$x(t) = A \sin(\omega t)$, gdzie A to amplituda drgań oscylatora, $\omega =$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ to tzw. częstość kołowa, T to okres drgań oscylatora, a $f = \frac{1}{T}$ to

częstotliwość drgań. Można pokazać, że związek między stałą sprężystości k , występującą w sile działającej na oscylator, a pozostałymi wielkościami opisującymi jego ruch ma postać: $k = m\omega^2 = 4\pi^2 f^2 m$, gdzie m to masa oscylatora (np. ciała umieszczonego na końcu sprężyny).

Prawo Hooke'a

(ang.: *Hooke's law*) - prawo mechaniki, które głosi, że odkształcenie ciała pod wpływem działającej na nie siły jest proporcjonalne do tej siły.

Stała sprężystości sprężyny

(ang.: *spring constant*) ozn. k - stała materiałowa występująca w [prawie Hooke'a](#) dla tzw. liniowych sprężyn, w których wartość siły sprężystości F jest proporcjonalna do wydłużenia (lub skrócenia) x sprężyny: $F = k \cdot x$. Jednostką stałej sprężystości jest $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ (newton na metr). Im większa jest stała sprężystości sprężyny, tym trudniej ją odkształcić, czyli rozciągnąć lub ścisnąć.

Film samouczek

Energia potencjalna sprężystości

Samouczek przedstawia, w jaki sposób wyznacza się energię potencjalną sprężystości.

Polecenie 1

Korzystając z wyprowadzonego wzoru na energię sprężystości, oblicz energię sprężyny o stałej sprężystości $k=10 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, wydłużonej o $x=0,1 \text{ m}$. Porównaj tę wielkość z energią potencjalną metalowej kulki o masie $m=0,01 \text{ kg}$, podniesionej na wysokość $h=1 \text{ m}$ względem powierzchni Ziemi.

Załącz, że przyspieszenie grawitacyjne jest równe $g=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Wpisz obliczone wartości:

Energia potencjalna sprężystości: $E_s =$ J,

Energia potencjalna grawitacji: $E_g =$ J,

Uzupełnij poniższe zdanie:

Energia grawitacyjna jest razy od energii sprężystości.

Wyobraź sobie, że rozważaną kulkę o masie $m=0,01 \text{ kg}$ umieszczono na sprężynie takiej samej, jak ta z pierwszej części polecenia. Jaki musiałby być okres drgań tej sprężyny, by obie energie (sprężystości i potencjalna) były sobie równe?

Załącz, że stała $\pi=3,14$.

Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących:

$T =$ s.

Polecenie 2

Zastanów się, w jaki sposób można wyznaczyć prędkość piłki umieszczonej na sprężynie, która była rozważana w drugiej części poprzedniego polecenia. Swoje rozumowanie zapisz w polu poniżej, a następnie zajrzyj do odpowiedzi, gdzie wypisaliśmy najważniejsze etapy prawidłowego rozumowania.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wskaż, które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe.

- ☐ Napięty łuk ma energię potencjalną sprężystości.
- ☐ Energia potencjalna sprężystości ciężarka na sprężynie nie zmienia się podczas drgań.
- ☐ Jednostką energii potencjalnej w układzie SI jest dżul (J).
- ☐ Jednostką energii potencjalnej w układzie SI jest wat (W).

Ćwiczenie 2



Energia potencjalna sprężystości rozciągniętej sprężyny jest:

- ☐ odwrotnie proporcjonalna do kwadratu wydłużenia sprężyny.
- ☐ wprost proporcjonalna do kwadratu wydłużenia sprężyny.
- ☐ odwrotnie proporcjonalna do wydłużenia sprężyny.
- ☐ wprost proporcjonalna do wydłużenia sprężyny.

Ćwiczenie 3



Krzywa przedstawiająca zależność energii potencjalnej sprężystości od wydłużenia to:

☐ parabola.

☐ sinusoida.

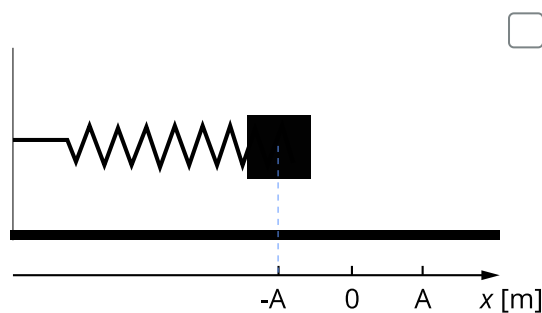
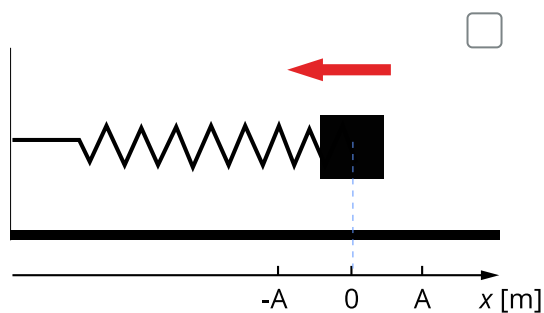
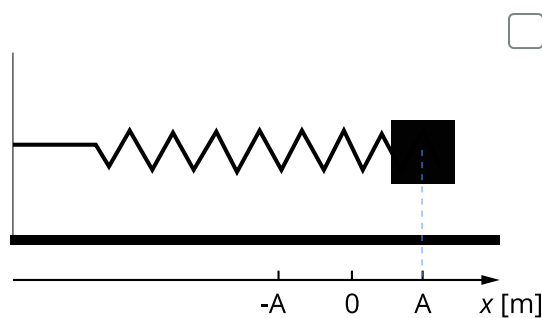
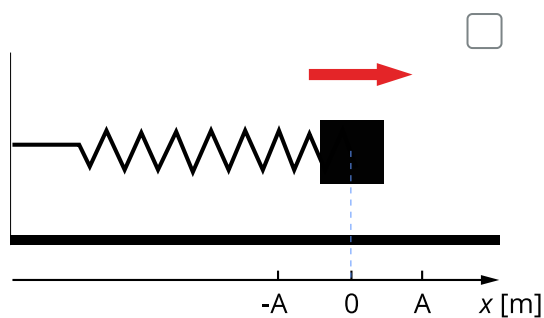
☐ linia prosta.

☐ cosinusoida.

Ćwiczenie 4



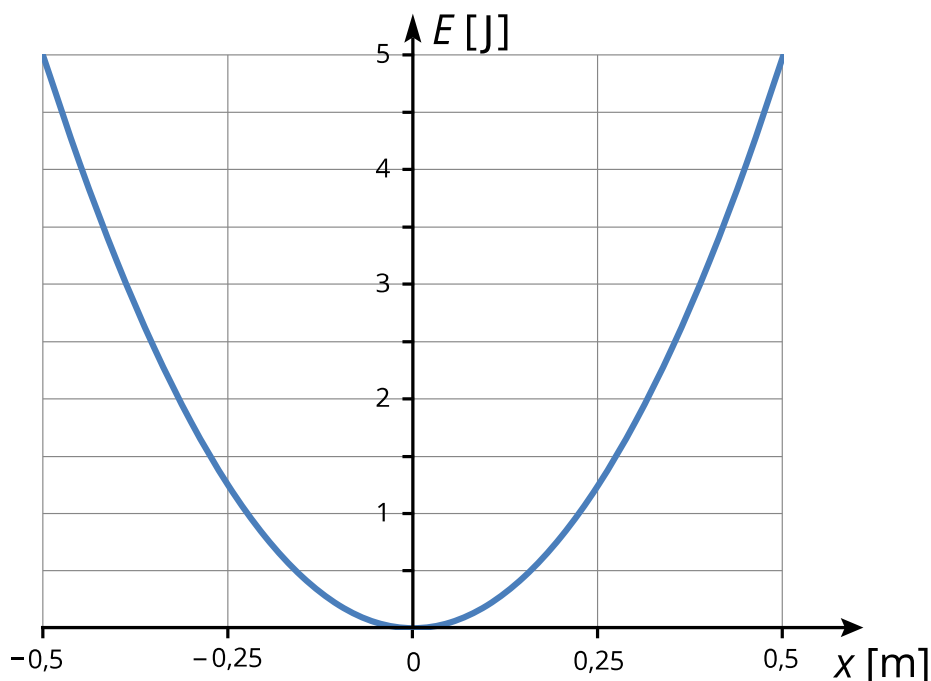
Na rysunku przedstawiono cztery położenia ciężarka na sprężynie, poruszającego się ruchem harmonicznym po gładkiej, poziomej płaszczyźnie. Zaznacz, w którym położeniu (położeniach) układ posiada największą energię potencjalną sprężystości? Oznaczenie: $|x|=A$ - maksymalne wychylenie (amplituda) oscylatora.



Ćwiczenie 5



Na rysunku przedstawiono wykres zależności energii potencjalnej sprężystości ciężarka umieszczonego na sprężynie od wydłużenia sprężyny. Oblicz współczynnik sprężystości tej sprężyny.



Ćwiczenie 6



Oblicz częstotliwość drgań oscylatora harmonicznego o masie $m = 0,1$ kg i amplitudzie $A = 0,2$ m wiedząc, że maksymalna energia potencjalna sprężystości tego oscylatora jest równa 5 J. Wynik podaj w przybliżeniu do dokładnością pełnych Hz. W obliczeniach przyjmij, że $\pi = 3,14$.

Odp. $f =$ Hz

Ćwiczenie 7



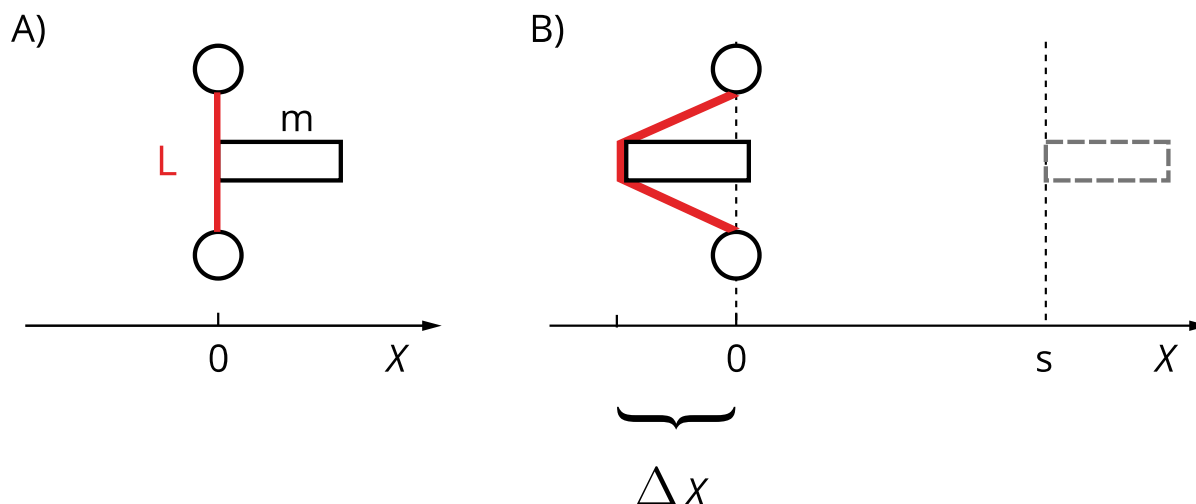
Ciężarek o masie $m=0,3$ kg zawieszono na sprężynie, co spowodowało jej wydłużenie o $x=10$ cm w stosunku do jej długości bez obciążenia. Taki sam ciężarek połączony z tą samą sprężyną wprowadzono w poziome drgania o amplitudzie $A=5$ cm. Oblicz maksymalną energię potencjalną sprężystości tego oscylatora. Przyjmij $g=9,81$ m/s². Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Odp. J

Ćwiczenie 8



Uczniowie projektowali doświadczenie, w którym mieli sprawdzić, czy energia potencjalna sprężystości gumy modelarskiej jest proporcjonalna do kwadratu jej wydłużenia. Mieli do dyspozycji: gumę modelarską, gładki, prostopadłościenny klocek, 2 statywy, taśmę mierniczą. Naszkicowali poniższy rysunek (widok z góry) i zapisali kolejne kroki:



1. Przywiązanie obu końców gumy modelarskiej o długości L do statywów, umocowanych na poziomej ławce. Długość gumy powinna być odpowiednio dobrana do szerokości klocka.
2. Zaznaczenie na ławce odcinków o różnej długości (np. wielokrotności wybranej Δx), odpowiadającym kolejnym położeniom klocka przy rozciąganiu gumy (rys. A).
3. Pomiar drogi (s) przebytej przez klocek po każdym rozciągnięciu gumy i puszczeniu. Klocek sunie po stole i zatrzymuje się wskutek tarcia o stół (rys. B).
4. Zapis wyników pomiaru w tabeli.
5. Sporządzenie wykresu odległości przebytej przez klocek od wydłużenia gumy.
6. Analiza wyników pomiaru.

Jeśli energia potencjalna sprężystości gumy modelarskiej jest proporcjonalna do kwadratu wydłużenia i siła tarcia jest stała, to jaki kształt powinien mieć wykres zależności odległości przebytej przez klocek od wydłużenia gumy?



Wykres zależności odległości przebytej przez klocek będzie parabolą, gdyż droga jest proporcjonalna do kwadratu wydłużenia gumy.



Nie można przewidzieć kształtu wykresu.



Wykres zależności odległości przebytej przez klocek będzie linią prostą, gdyż droga jest proporcjonalna do wydłużenia gumy.

Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji

Imię i nazwisko autora:	Elżbieta Kawecka
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Energia potencjalna sprężystości
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. V. Drgania. Uczeń: 6) oblicza energię potencjalną sprężystości i uwzględnia ją w analizie przemian energii.

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: 1. definiuje pojęcie energii potencjalnej sprężystości, 2. wyjaśnia równoważność że energii potencjalnej sprężystości i pracy, 3. opisuje, jak obliczyć energię potencjalną sprężystości oscylatora harmonicznego, 4. interpretuje wykres zależności energii potencjalnej sprężystości od wychylenia z położenia równowagi, 5. analizuje obserwacje z życia codziennego związane z energią potencjalną sprężystości, 6. ocenia poprawność zaprojektowanego doświadczenia.
Strategie nauczania:	formative feedback – kształtująca (ucząca) informacja zwrotna lub ocenianie kształtujące
Metody nauczania:	Praca z wykorzystaniem multimediów, analiza pomysłów.
Formy zajęć:	– praca w parach, – praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	film samouczek
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Cechy ruchu harmonicznego”, „Praca mechaniczna i jej jednostka”.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	

Zaciekawienie (pogadanka wstępna): Nauczyciel omawia przykłady wykorzystania energii potencjalnej sprężystości, np. strzelanie z łuku, skoki na trampolinie, nakręcanie zegarka mechanicznego.

Rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy. Pytania skierowane do uczniów:

- Jakie znasz rodzaje energii mechanicznej?
- Jak obliczamy pracę wykonaną przy przesunięciu ciała?
- Podaj przykłady związku pracy z energią?

Faza realizacyjna:

- Nauczyciel omawia sposób pracy i zadania uczniów.
- Praca indywidualna - uczniowie oglądają film samouczek.
- Nauczyciel dzieli klasę na grupy 2-osobowe (np. metodą losowania).
- Uczniowie analizują w parach ćwiczenia 1 -3 z e-materiału.
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, w razie potrzeby udziela wskazówek.
- Praca w parach. Uczniowie rozwiązują polecenia aktywizujące umieszczone pod filmem samouczkiem.
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, pomaga, wyjaśnia wątpliwości.

Faza podsumowująca:

- Nauczyciel sugeruje uczniom, że w domu mogliby samodzielnie wykonać eksperyment opisany w ćwiczeniu 8. Nauczyciel omawia doświadczenie i jego spodziewany wynik oraz wyjaśnia wątpliwości i odpowiada na pytania uczniów.

Praca domowa:

Dla chętnych uczniów - wykonanie doświadczenia opisanego w ćwiczeniu 8 z zestawu ćwiczeń. Dla tych, którzy nie będą mieli ochoty wykonywać tego doświadczenia - ćwiczenia: 4 i do wyboru jedno z zadań 5-7.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Film samouczek „Energia potencjalna sprężystości” można wykorzystać podczas lekcji według scenariusza. Może być też wykorzystany przez uczniów do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.