



Rozwiązywanie nierówności zawierających mianownik

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Rozwiązywanie nierówności nie zawsze można sprowadzić do prostego porównywania dwóch wielkości. Czasami nierówności zawierają ułamki i wtedy rozwiązanie jest znacznie bardziej skomplikowane.

Twoje cele

- Sprowadzisz wyrażenia algebraiczne zawierające mianowniki do wspólnego mianownika.
- Rozwiążesz nierówności zawierające mianownik metodą nierówności równoważnych.
- Zapiszesz i rozwiążesz nierówności zawierające mianowniki, wynikające z treści zadań.

Przeczytaj

Przykład 1

Rozwiążemy nierówność:

$$\frac{2x}{3} - 1 > \frac{x+1}{6} - \frac{x-2}{4}$$

Obie strony nierówności mnożymy przez wspólny mianownik ułamków (najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 3, 4 i 6). Będzie to liczba 12.

$$\frac{2x}{3} - 1 > \frac{x+1}{6} - \frac{x-2}{4} \quad | \cdot 12$$

$$12 \cdot \frac{2x}{3} - 12 \cdot 1 > 12 \cdot \frac{x+1}{6} - 12 \cdot \frac{x-2}{4}$$

Skracamy wyrażenia.

$$4 \cdot 2x - 12 \cdot 1 > 2 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (x - 2)$$

Wykonujemy mnożenie i pozbywamy się nawiasów. Pamiętajmy, że mnożąc przez liczbę ujemną zmieniamy wszystkie znaki w nawiasie na przeciwne.

$$8x - 12 > 2x + 2 - 3x + 6$$

Redukujemy wyrazy podobne.

$$8x - 12 > -x + 8$$

Do obydwu stron nierówności dodajemy 12 i jednocześnie dodajemy x .

$$8x + x > 8 + 12$$

Redukujemy wyrazy podobne.

$$9x > 20 \quad | : 9$$

Dzielimy obie strony nierówności przez 9.

$$x > \frac{20}{9}$$

Wyłączamy całości z ułamka niewłaściwego.

$$x > 2\frac{2}{9}$$

Zbiorem rozwiązań nierówności są wszystkie liczby rzeczywiste należące do przedziału $(2\frac{2}{9}, \infty)$.

Przykład 2

Dla jakich naturalnych wartości x , wartość wyrażenia $\frac{x}{2} + \frac{2x-1}{3}$ jest nie większa od wartości wyrażenia $1 - \frac{x-3}{3}$?

Najpierw zapiszemy nierówność opisującą warunki zadania. Pamiętajmy, że stwierdzenie „nie większa” oznacza, że wartość pierwszego wyrażenia musi być mniejsza od wartości drugiego wyrażenia lub równa tej wartości.

$$\frac{x}{2} + \frac{2x-1}{3} \leq 1 - \frac{x-3}{3}$$

Obydwie strony nierówności mnożymy przez wspólny mianownik ułamków (najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 2 i 3). Będzie to liczba 6.

$$6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{2x-1}{3} \leq 6 \cdot 1 - 6 \cdot \frac{x-3}{3}$$

$$3x + 2(2x - 1) \leq 6 - 2(x - 3)$$

Następnie rozwiązujemy nierówność metodą nierówności równoważnych.

$$3x + 4x - 2 \leq 6 - 2x + 6$$

$$7x - 2 \leq 12 - 2x$$

$$7x + 2x \leq 12 + 2$$

$$9x \leq 14$$

$$x \leq \frac{14}{9}$$

$$x \leq 1\frac{5}{9}$$

Ponieważ x ma być liczbą naturalną, więc zbiorem rozwiązań tej nierówności jest $x \in \{0, 1\}$.

Przykład 3

Jeżeli do siódmej części pewnej liczby naturalnej x , pomniejszonej o 3, dodamy 2, to otrzymamy nie więcej niż połowę tej liczby. Jaka najmniejsza liczba całkowita spełnia tę nierówność?

Zapiszemy nierówność opisującą warunki zadania.

$$\frac{x-3}{7} + 2 \leq \frac{x}{2}$$

Obydwie strony nierówności mnożymy przez wspólny mianownik ułamków (najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 7 i 2). Będzie to liczba 14.

$$14 \cdot \frac{x-3}{7} + 14 \cdot 2 \leq 14 \cdot \frac{x}{2}$$

$$2(x-3) + 28 \leq 7x$$

$$2x - 6 + 28 \leq 7x$$

$$2x + 22 \leq 7x$$

$$2x - 7x \leq -22$$

$$-5x \leq -22$$

$$x \geq \frac{22}{5}$$

$$x \geq 4\frac{2}{5}$$

Zatem najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą tę nierówność jest liczba 5.

Słownik

zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą

każda liczba rzeczywista, która spełnia tę nierówność

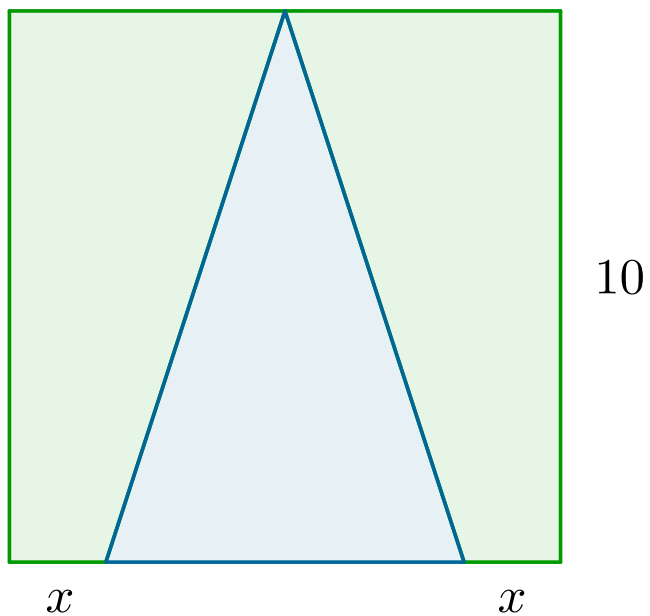
Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z galerią zdjęć interaktywnych. Spróbuj samodzielnie rozwiązać podany przykład. Sprawdź poprawność Twojego rozwiązania z rozwiązaniem przedstawionym na interaktywnych zdjęciach. Przeczytaj wskazówki umieszczone na slajdach.

Polecenie 2

Dla jakich wartości x pole trójkąta zaznaczonego w kwadracie o boku 10 jest mniejsze od 30?



Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Wykaż, że każda liczba nie mniejsza od -10 spełnia nierówność $\frac{2x-1}{3} - \frac{x}{2} \geq \frac{x+1}{3} + 1$

.

Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązywanie nierówności zawierających mianownik

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- sprowadza wyrażenia algebraiczne zawierające mianownik do wspólnego mianownika
- rozwiązuje nierówności zawierające mianownik metodą nierówności równoważnych
- zapisuje i rozwiązuje nierówności zawierające mianownik, wynikające z treści zadań
- analizuje sytuację problemową i dobiera odpowiedni algorytm do jej rozwiązania

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem medium bazowego i ćwiczeń interaktywnych
- dyskusja
- odwrócona klasa

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi, aby uczniowie w domu przypomnieli sobie sposoby rozwiązywania równań zawierających mianowniki.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych nierówności zawierających mianownik, np. $\frac{x}{4} \geq 3$. Pozostali podają przykłady liczb, należących do zbioru rozwiązań nierówności.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą odwróconej klasy. Najpierw wymieniają się między sobą wiadomościami dotyczącymi rozwiązywania równań zawierających mianownik, które przypomnieli w domu. Przypominają metody sprowadzania ułamków algebraicznych do wspólnego mianownika.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 4 – 6 osobowe rozwiązują zadania interaktywne. Wspólnie omawiają odpowiedzi.
3. Uczniowie oglądają grafikę interaktywną i omawiają ją wraz z nauczycielem.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące rozwiązywania nierówności.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Rozwiązanie zadania zawartego w galerii zdjęć interaktywnych.

Materiały pomocnicze:

- [Rozwiązywanie równań zawierających mianownik metodą równań równoważnych](#)

Wskazówki metodyczne: przykłady, zawarte w w galerii zdjęć interaktywnych uczniowie mogą samodzielnie przeanalizować w domu.