



Kurs logiki: lekcja 44. Rachunek zdań. Część 1: Wprowadzenie, nazwa, zdanie i funktor

- [Wprowadzenie](#)
- [Animacja](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Bibliografia:

- Gottfried Wilhelm Leibniz, *Monadologia*, tłum. H. Elzenberg.



Kurs logiki: lekcja 44. Rachunek zdań. Część 1: Wprowadzenie, nazwa, zdanie i funktor

Źródło: Pixabay, domena publiczna.

Wyobraź sobie, że znajoma osoba opowiada ci, że zna parę logików, którzy żyją ze sobą w związku. Jednak jako ortodoksyjni logicy wyznają zasadę, że najważniejsza jest jasność myśli, w związku z czym komunikują się ze sobą wyłącznie za pomocą sformalizowanego języka logiki. Czy myślisz, że to byłoby na dłuższą metę możliwe? Jak wyglądałyby codzienne rozmowy takiej pary?

Twoje cele

- Poznasz najważniejsze narzędzia logicznego rachunku zdań.
- Zrozumiesz istotę i zastosowania logicznego rachunku zdań.
- Poćwiczysz stosowanie podstawowych narzędzi logicznego rachunku zdań.
- Pofilozofujesz z Gottfriedem Wilhelmem Leibnizem na temat granic formalizacji codziennej komunikacji.

Animacja

Polecenie 1

Zanim zapoznasz się z animacją, spróbuj odpowiedzieć na pytanie: jakie korzyści daje zastosowanie dowodzenia na gruncie filozofii.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DZOo30MBp>

Źródło: Englishsquare.pl sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Nagranie filmowe lekcji pod tytułem *Marzenie Leibniza*.

Polecenie 2

Czy zgadzasz się ze stwierdzeniem, że „myślenie zawsze ma postać określonego algorytmu”?
Przedstaw swoje zdanie, pamiętając o uzasadnieniu.

Przeczytaj

Istota logicznego rachunku zdań

Podwaliny pod logiczny rachunek zdań w znanej nam dzisiaj postaci położyli antyczni stoicy. Nazwa „rachunek zdań” bierze się ze statusu zdania w sensie logicznym jako podstawowej kategorii rozumowania w tym rachunku. Antyczni stoicy wierzyli, że świat znajduje się w ciągłym ruchu, a naszą wiedzę o nim czerpiemy z obserwacji kolejnych zmieniających się stanów rzeczy – zdanie w sensie logicznym to stwierdzenie, że zachodzi jakiś stan rzeczy. Wiedza o świecie bierze się według nich po pierwsze z możliwości weryfikacji empirycznej tych wyjściowych stwierdzeń, a po drugie z wniosków logicznych, jakie z nich wyciągamy. Wnioski te zaś mają zawsze postać kolejnych stwierdzeń na temat świata. Można powiedzieć, że rachunek zdań w ujęciu antycznych stoików to zespół zasad regulujących sposoby niepodważalnego przechodzenia od jednych zdań (których prawdziwość stwierdziliśmy na drodze obserwacji) do drugich zdań (których prawdziwość jest dla nas z różnych powodów ważna).

W czasach późniejszych w rachunku zdań w znacznie większym stopniu wyeksponowane zostało badanie różnych relacji, jakie mogą zachodzić między prostymi zdaniami. Relacje te ujmowane są za pomocą funktorów prawdziwościowych. To określenie oddaje po prostu spójniki (np. i, lub czy nieprawda, że), za pomocą których zmienia się sens jakiegoś zdania lub łączy dwa zdania w nową całość, by następnie ocenić wartość logiczną (prawdziwość lub fałszywość) tej nowej całości. Rachunek ten może przyjąć mniej lub bardziej sformalizowaną postać, ale w każdej z postaci chodzi o działanie, w efekcie którego zestawienie określonego zbioru zdań o wyraźnie sprecyzowanych wartościach logicznych jest samo ocenione w kategorii wartości logicznej.

W związku z tym możemy zdefiniować rachunek zdań następująco: rachunek zdań jest to sztuczny i bardzo uproszczony język, na gruncie którego:

uściśla się i formalizuje zdania języka naturalnego;

Jako taki rachunek zdań jest jednym z najważniejszych narzędzi treningu zasad i umiejętności poprawnego wnioskowania.

Podstawowe narzędzia logicznego rachunku zdań

Poszczególne elementy logicznego rachunku zdań były już na przestrzeni kolejnych lekcji stopniowo wprowadzane, jakkolwiek w sposób rozproszony. Poniżej przedstawiamy

zestawienie najważniejszych składników oraz ich znaczenie, uzupełniając je także o kilka nowych elementów.

zdanie w sensie logicznym
Zdanie oznajmujące użyte w taki sposób, że jest albo prawdziwe, albo fałszywe.
wartość logiczna zdania
funktor
funktor prawdziwościowy
zmienna zdaniowa
zasada zastępowalności zmiennej zdaniowej

Przykład: $p \rightarrow \sim q$

Jeżeli podstawimy pod p i q odpowiednie zmienne zdaniowe o określonej wartości logicznej (że na przykład $p = 1$ i $q = 0$), to wartość logiczna zdania będzie zawsze taka sama (w tym przypadku akurat 1) bez względu na to, jakie konkretne zdania są symbolizowane przez zmienne zdaniowe. Załóżmy, że mamy dwa prawdziwe zdania:

p – *Tomasz mieszka w Warszawie.*

q – *Tomasz przez okno swojego domu widzi Lasy Sobiborskie.*

Zdania te, ujęte w powyższą formułę, dają prawdziwe sformułowanie: *Jeżeli Tomasz mieszka w Warszawie, to nieprawda, że z okna swojego domu widzi Lasy Sobiborskie.*

Istotą zastępowalności zmiennych zdaniowych w logicznym rachunku zdań jest, że jakiegokolwiek dwa inne zdania prawdziwe podstawilibyśmy pod ten schemat, to powstała w ten sposób całość też musi być prawdziwa.

Zdarza się, że jakaś dłuższa wypowiedź zawiera kilka stwierdzeń połączonych **funktorami prawdziwościowymi**. Żeby wskazać, które dwa zdania łączy dany funktor, stosuje się w logice nawiasy analogicznie do działań matematycznych. Oto przykład takiego złożonego zdania.

Jeżeli nie wrócisz do domu na czas, to albo nie zjesz obiadu, albo nie pójdziemy do kina.

Zdanie to zapiszemy następująco:

$\sim p \rightarrow (\sim q \perp \sim r)$

Dzięki temu schematowi widzimy wyraźnie, że implikacja w tym przypadku łączy ze sobą jedno zdanie w sensie logicznym *nieprawda, że wrócisz do domu na czas* z alternatywą rozłączną składającą się z dwóch zdań w sensie logicznym. Implikacja nie odnosi się zatem

do wartości logicznej jednego ze zdań alternatywy rozłącznej, ale do wartości logicznej powstałej na skutek zastosowania alternatywy rozłącznej do dwóch zdań.

Zastosowania logicznego rachunku zdań

Ujmowanie wszelkich naszych codziennych wypowiedzi w logiczny rachunek zdań mogłoby się wydawać uciążliwe. Jednak mimo to rachunek zdań jest bardzo przydatnym narzędziem. Sięgamy po niego przede wszystkim z dwu powodów. Po pierwsze robimy to w celu sprawdzenia wartości logicznej jakiejś dłuższej wypowiedzi. W codziennych rozmowach, zwłaszcza gdy zależy nam na przekonaniu kogoś do czegoś, zazwyczaj nie operujemy prostymi stwierdzeniami, lecz łączymy je w bardziej złożone struktury, w których nie szczędzimy funktorów takich jak *i*, *jeżeli...*, *to*, *albo* itp. Łatwo się w tym pogubić. Dlatego, żeby się upewnić, czy dłuższa wypowiedź zawierająca funktory jest prawdziwa, możemy przełożyć ją na logiczny rachunek zdań i dzięki temu sprawdzić, czy jest prawdziwa, czy fałszywa. Podobnie można postąpić w przypadku lektury złożonego tekstu filozoficznego lub naukowego. Jeśli jego autor ma skłonność do nadużywania funktorów, utrudniając tym czytelnikowi ocenę wartości rozumowania, możemy sprawdzić prawdziwość głoszonych przez niego konkluzji za pomocą rachunku zdań.

Drugim zastosowaniem logicznego rachunku zdań jest, jak o tym już wyżej wzmiankowaliśmy, ćwiczenie umiejętności poprawnego rozumowania. Rozumując, łączymy wiele zdań w złożone ciągi, używamy koniunkcji, alternatywy, implikacji czy negacji. Ćwicząc się w rachunku zdań, zyskujemy większą sprawność i łatwość budowania poprawnych logicznie, rozbudowanych argumentacji, łatwiej też nam przychodzi do głowy sposób na jasne wyartykułowanie i uzasadnienie swojego stanowiska.

Zasada czterdziesta piąta: jeżeli nie masz pewności, czy jakieś złożone zdanie jest prawdziwe, czy nie, zastosuj do niego logiczny rachunek zdań.

Niektóre bardziej zaawansowane narzędzia badania zdań:

Współcześnie logikę dzieli się zazwyczaj na trzy działy.

Trzy działy logiki

logika formalna, której głównie poświęcony jest ten kurs

metodologia nauk, badająca narzędzia, za pomocą których poszczególne nauki badają rzeczywistość

semiotyka logiczna, badająca znaki języka naturalnego, ich znaczenie i relacje między nimi zachodzące

Z kolei jednym z działów semiotyki logicznej jest [syntaktyka](#), która bada relacje zachodzące między głównymi kategoriami konstrukcyjnymi wypowiedzi. Kategoriami tymi są nazwa, zdanie i funktor. Logicy często sięgają do narzędzi syntaktycznych (syntaktyczny rozbiór zdania) w celu pogłębienia i uściślenia rozumienia wypowiedzi przedstawianej w ramach rachunku zdań.

nazwa

Określenie odnoszące się do jakiejś rzeczy lub stanu rzeczy w świecie (np. zepsuty rower, sprawiedliwość, bardzo soczysty sucharek) w ten sposób, że nadaje się na podmiot lub orzecznik zdania.

funktor nazwotwórczy

funktor zdaniotwórczy

funktor funktorotwórczy

symbole kategorii

Przykład 1

Funktor w zdaniu: *Warszawa leży nad Wisłą* zapisujemy jako:

$$\frac{z}{nn}$$

co rozumiemy w ten sposób, że Warszawa i Wisła to nazwy (z lekcji 11 wiesz, że to są nazwy indywidualne), zaś leży nad to funktor zdaniotwórczy od dwóch argumentów nazwowych.

Inne przykłady:

Przykład 2

$$\frac{z}{z}$$

Funktor zdaniowy od jednego argumentu zdaniowego, np.: **Nieprawda, że** Tomasz mieszka w Warszawie.

Przykład 3

$$\frac{n}{\frac{n}{n}}$$

Funktor funktorotwórczy od jednego argumentu funktorowego, np.: **Bardzo** utalentowany sportowiec.

Przykład 4

$$\frac{n}{nnn}$$

Funktor nazwotwórczy od trzech argumentów nazwowych, np.: Chłopak, który siedzi **między** Piotrem **a** Dominiką.

Przykład 5

$$\frac{z}{nz}$$

Funktor zdaniotwórczy od jednego argumentu nazwowego i jednego argumentu zdaniowego, np.: Nauczyciel **podejrzewa, że** Jan ściągał na klasówce z biologii.

Stosując syntaktyczny rozbiór zdań, każdemu elementowi zdania przyporządkowujemy odpowiednią kategorię, odpowiednio ją zapisując, np.:

Przykład 6

Karolina bardzo lubi matematykę.

Zdanie to zapisujemy następująco:

$$n \frac{n}{n} \frac{n}{n} n$$

Ile jest funktorów prawdziwościowych?

Wszystkie funktory prawdziwościowe to funktory zdaniotwórcze. W tej grupie wyróżniamy funktory jednoargumentowe, tj. od jednego argumentu zdaniowego, oraz funktory dwuargumentowe, tj. od dwóch argumentów zdaniowych. Żeby uchwycić istotę działania danego funktora, musimy zrozumieć pewną prawidłowość. Kiedy dany funktor dołączymy do jakiegoś zdania lub kiedy połączymy za jego pomocą jakieś dwa zdania, zaobserwujemy zmianę wartości logicznej wypowiedzi. Żeby tę różnicę uchwycić, musimy znać najpierw wartość logiczną wypowiedzi wyjściowej (zdania lub zdań), a potem ocenić wartość logiczną wypowiedzi po dołączeniu funktora prawdziwościowego. Ponieważ wyjściowa wypowiedź może mieć tylko jedną z dwu wartości (prawda lub fałsz), to wskutek dodania funktora mamy skończoną liczbę kombinacji. Zacznijmy od kombinacji dla funktora prawdziwościowego z jednym argumentem zdaniowym:

Zdanie wyjściowe p (fałszywe) + funktor $x = ?$

Zdanie wyjściowe p (prawdziwe) + funktor $x = ?$

Rozważywszy wszystkie możliwe efekty takiej analizy, dochodzimy do matematycznego wniosku, że istnieją cztery możliwe kombinacje, co najwygodniej ująć w postaci następującej tabeli.

p	funktor 1	funktor 2	funktor 3	funktor 4
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

Tabelę tę należy rozumieć w ten sposób, że jeśli na przykład dodamy funktor 1 do zdania o dowolnej wartości logicznej, to w rezultacie zawsze uzyskamy zdanie prawdziwe. W przypadku funktora 4 byłoby odwrotnie.

O ile w przypadku jednoargumentowych funktorów prawdziwościowych istnieją tylko cztery kombinacje, o tyle w przypadku dwuargumentowych funktorów prawdziwościowych istnieje ich, matematycznie rzecz biorąc, dwadzieścia. Na szczęście nie musisz ich wszystkich zapamiętywać, o większości z nich w ogóle nie musisz myśleć, gdyż w rozumowaniu i stosowanych w takich przypadkach spójnikach języka naturalnego używa się tylko kilku z tych kombinacji.

Tabela funktorów prawdziwościowych prezentuje w następujący sposób:

p	$\sim p$
0	1

1			0			
p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \perp q$	$p \leftrightarrow q$
0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1

Zdarza się wprawdzie, że któreś z nieużywanych w logice kombinacji odpowiada jakiś stosunkowo rzadki termin z języka potocznego, jednak nie używa się go w logice ze względu na małą przydatność argumentacyjną. Takim funktorem jest np. słowo „zaiste” czy jego synonim „zaprawdę” – kiedy powiadamy na przykład: „Zaprawdę (zaiste), ta klasówka z fizyki była bardzo łatwa”. Opisuje go schemat prawdziwościowy opatrzony symbolem *funktor 2* z naszego zestawienia. Jego właściwością jest, że po dołączeniu do dowolnego zdania prawdziwego, daje zdanie prawdziwe, a po dodaniu do dowolnego zdania fałszywego, daje zdanie fałszywe.

Słownik

funktor prawdziwościowy

wyrażenie, za pomocą którego łączymy proste zdania w bardziej rozbudowane całości, ale w taki sposób, że mając dane wartości logiczne łączonych zdań, potrafimy bardzo jednoznacznie określić wartość logiczną tego połączenia

matryca funktora prawdziwościowego

tabela ukazująca prawidłowości logiczne będące konsekwencją zastosowania danego funktora prawdziwościowego

syntaktyka

(gr. *sýntaxis* – porządek, szyk) dział logiki zajmujący się badaniem relacji między głównymi kategoriami konstrukcyjnymi wypowiedzi

syntaktyczny rozbiór zdań

metoda rozbioru zdania na syntaktyczne elementy składowe

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Zapisz poniższe zdanie za pomocą języka logicznego rachunku zdań.

Jeżeli dzisiaj nie odrobisz pracy domowej, to albo nie odrobisz jej wcale, albo odrobisz ją niedbale.

Ćwiczenie 5



Zapisz poniższe zdanie za pomocą języka logicznego rachunku zdań.

Karolina chodzi do kina tylko wtedy, gdy emitowany film ma wybitne efekty specjalne lub znakomitą ścieżkę dźwiękową.

Ćwiczenie 6



Przeczytaj poprzednie zdanie i wskaż w nim funktor zdaniotwórczy i funktor nazwotwórczy.

Ćwiczenie 7



Weź zdanie z ćwiczenia 5, rozłóż je na trzy zdania składowe i zapisz je osobno. Następnie każde z tych zdań zapisz za pomocą syntaktycznego rozbioru zdań.

Ćwiczenie 8



Przeprowadź dialog z Leibnizem na temat możliwości i sensowności stuprocentowego sformalizowania języka naturalnego. Dialog powinien mieć postać polemiki.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Mazur

Przedmiot: Filozofia

Temat: Kurs logiki: lekcja 44. Rachunek zdań. Część 1: Wprowadzenie, nazwa, zdanie i funktor

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Kultura logiczna.

6. Uzasadnianie pośrednie: wnioskowanie (rozumowanie) niezawodne (oparte na wynikaniu logicznym lub definicyjnym) i zawodne, wybrane schematy (reguły) wnioskowań, klasyfikacja rozumowań (dowodzenie, wyjaśnianie, potwierdzanie, obalanie). Uczeń:

3) odtwarza schemat, na którym opiera się określone wnioskowanie;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje obywatelskie;
- kompetencje w zakresie świadomości i ekspresji kulturalnej;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

Cele operacyjne. Uczeń:

- omawia najważniejsze narzędzia logicznego rachunku zdań;
- stosuje podstawowe narzędzia logicznego rachunku zdań w praktyce;
- dokonuje analizy poglądów G.W. Leibniza dotyczących granic formalizacji codziennej komunikacji.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- ćwiczeń przedmiotowych;
- z użyciem komputera;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- telefony z dostępem do internetu.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie dwóch przykładów zdań złożonych własnego autorstwa lub gdzieś zasłyszanych.

Faza wprowadzająca:

1. Podanie tematu i celu lekcji.
2. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o podanie przygotowanych przykładów. Po ich wybrzmieniu pyta resztę klasy o relację, jaka zachodzi między tymi dwoma zdaniem, i wprowadza kategorię funktora zdaniotwórczego.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie zapoznają się z treścią e-materiału. Nauczyciel metodą wykładu objaśnia uczniom najważniejsze i najbardziej problematyczne zagadnienia związane z tematem lekcji.
2. Nauczyciel dobiera uczniów w pary. Każda para ma za zadanie przygotować przykład zdania złożonego z co najmniej z trzech zdań, przy czym połączenie zdań musi być dokonane przy użyciu podanych w e-materiale funktorów prawdziwościowych.
3. Nauczyciel numeruje wszystkie pary i prosi, żeby każda para przekazała stworzone przez siebie zdanie parze z wyższym numerem porządkowym (para z najwyższym numerem porządkowym przekazuje swoje zdanie parze z najniższym numerem porządkowym). Zadaniem każdej pary jest zapisanie otrzymanego zdania za pomocą rachunku zdań.

4. Nauczyciel prosi kolejne pary o pokazanie wyników, oceniając poprawność pracy.
5. Nauczyciel podejmuje rozmowę kierowaną na temat relacji między funktorami zdaniowymi a funktorami prawdziwościami – czy istnieją jakieś ważne funktory zdaniowe, które nie zostały ujęte jako funktory prawdziwościowe w e-materiale?

Faza podsumowująca:

1. Zalogowany na platformę nauczyciel ponownie wyświetla na tablicy temat lekcji i cele zawarte w sekcji „Wprowadzenie”. Każdy uczeń ma dokończyć zdanie, odwołując się do wyświetlonych treści: Zaczynam się zastanawiać...
2. Nauczyciel podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenia nr 7 i 8 zawarte w sekcji „Sprawdź się”. Przygotowują uzasadnienia poprawnych odpowiedzi.

Materiały pomocnicze:

- Baer U., *Gry dyskusyjne*, Lublin 2000.
- Bloom A., *Umysł zamknięty. O tym, jak amerykańskie szkolnictwo wyższe zawiodło demokrację i zubożyło dusze dzisiejszych studentów*, Poznań 1997.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania multimedium:

- Uczniowie mogą wykorzystać medium w sekcji „Przeczytaj” do przygotowania się do lekcji powtórkowej.