



Jak opisać ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak opisać ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi?

Źródło: dostępny w internecie: <https://www.istockphoto.com/pl/zdjęcie/przedmiot-dzień-%C5%BCyroskop-gm533363021-56269848> [dostęp 6.10.2019].

Czy to nie ciekawe?

Płyta winylowa położona na gramofonie obraca się miarowo, a podskakująca na niej igła odczytuje zapisane dźwięki. Podobnie obraca się płyta CD, ale zamiast igły odczytu danych dokonuje światło lasera. Również my, razem z Ziemią, obracamy się dookoła osi ziemskiej oraz dookoła Słońca. Ruch obrotowy towarzyszy nam na co dzień – jak go opisać?



Fot. a. Gramofon – igła odczytuje zapis na płycie winylowej.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/p%C5%82yta-winylowa-nagrywa%C4%87-gracz-retro-761592/> [dostęp 29.03.2022], domena publiczna.

Twoje cele

- dowiesz się, jak opisywać ruch bryły sztywnej dookoła różnych osi,
- poznasz zastosowania ruchu obrotowego w życiu codziennym,
- zrozumiesz różnicę między prędkością liniową i kątową w ruchu obrotowym,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania prostych problemów.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Aby opisać ruch obrotowy **bryły sztywnej**, musimy przede wszystkim ustalić, wokół której osi ta bryła się obraca. W wielu znanych z życia codziennego przypadkach obrót następuje dookoła osi przechodzącej przez środek masy bryły. Poniższe fotografie ukazują przykłady takich obracających się brył.



Rys. 1. Trzepaczka w robocie kuchennym.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/robot-kuchenny-mikser-ekwipunek-3765024/> [dostęp 29.03.2022], domena publiczna.



Rys. 2. Końcówka wkręcająca w wiertarko-wkrętarcę.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/wiertarka-maszyna-ekwipunek-2293827/> [dostęp 29.03.2022], domena publiczna.



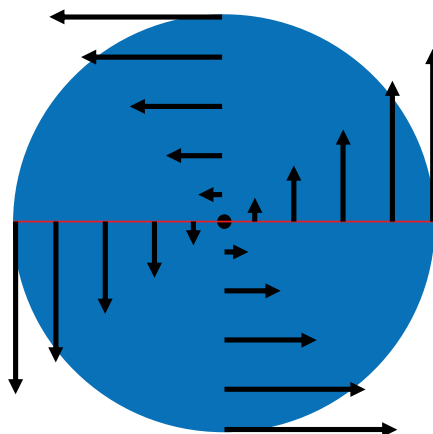
Rys. 3. Płyta CD.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/oparzenie-p%C5%82yta-cd-cd-rom-3509504/> [dostęp 29.03.2022], domena publiczna.

Prędkość kątowna ω każdego z punktów obracającej się bryły jest taka sama. Inaczej jest z ich prędkościami liniowymi v , które są tym większe, im dalej od osi obrotu znajdują się te punkty. Związek między wartościami obydwu prędkości ma postać:

$$v = \omega \cdot r,$$

gdzie r jest odległością punktu od osi obrotu. W obracającym się kole przedstawionym na Rys. 4. długości strzałek obrazują prędkości liniowe punktów, w których te strzałki są zaczepione. Rysunek ten w intuicyjny sposób ilustruje powyższą zależność.



Rys. 4. Prędkości liniowe różnych punktów obracającego się obiektu.

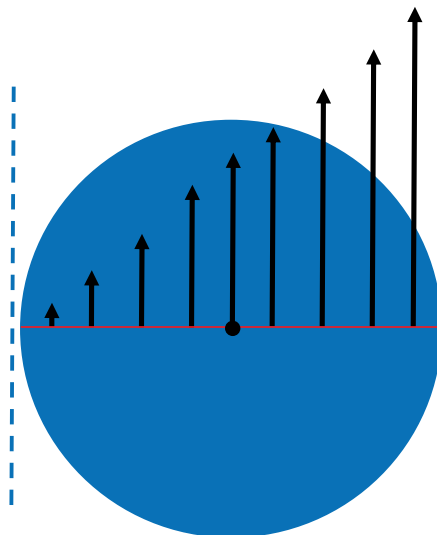
Oczywiście nie zawsze bryła sztywna obraca się wokół osi przechodzącej przez środek masy. Przyjrzyjmy się domowym drzwiom w trakcie ich otwierania. Zawieszone na zawiasach drzwi obracają się dookoła osi przechodzącej przez ich dłuższą (pionową) krawędź (zob. Rys. 5.).



Rys. 5. Bryła sztywna obracana dookoła krawędzi.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/drzwi-wsp%C3%B3lcny-wewn%C4%85trz-c5%9bciana-3036579/> [dostęp 29.03.2022], domena publiczna.

Sytuacja toczącego się koła jest jeszcze bardziej skomplikowana. Wykonuje ono obrót wokół chwilowej osi obrotu, jaką jest linia styku z podłożem. W tym wypadku nadal obowiązuje relacja $v = \omega \cdot r$, ale odległość r badanego punktu bryły od osi obrotu odpowiada jego odległości od miejsca styku koła z podłożem. Zauważmy, że dla ustalonego punktu toczącego się koła ta odległość stale się zmienia wzdłuż średnicy zaznaczonej na czerwono. Na Rys. 6. zaznaczono prędkości poszczególnych punktów ciała obracającego się wokół takiej osi.



Rys. 6. Prędkości liniowe bryły obracającej się wokół chwilowej osi obrotu.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Dlaczego bejsbolista stara się uderzyć piłkę końcem kija? Dlatego że w tym miejscu kij ma największą prędkość liniową (oczywiście, jego wszystkie części mają taką samą prędkość kątową). Piłka uderzona końcem kija uzyska największy pęd!

Niezależnie od tego, gdzie zlokalizowana jest oś obrotu bryły sztywnej, równania opisujące, w jaki sposób kąt obrotu bryły α zmienia się w czasie, wykazują wiele podobieństw do równań opisujących ruch punktu materialnego.

Dla uproszczenia rozważań skupmy się na bryle, która obraca się wokół osi przechodzącej przez jej środek masy. Jeśli taka bryła obraca się ze stałą prędkością kątową $\omega = \text{const}$, wtedy kąt obrotu wszystkich jej punktów spełnia zależność:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega \cdot t,$$

gdzie α_0 jest początkowym kątem, od którego rozpoczyna się obrót bryły. Zauważ, że powyższa zależność przypomina wyrażenie na drogę przebytą przez punkt materialny w ruchu jednostajnym prostoliniowym: $s(t) = s_0 + v \cdot t$.

W podobny sposób można opisać ruch obrotowy bryły wokół osi przechodzącej przez jej środek masy, w sytuacji gdy bryła obraca się ze stałym przyspieszeniem kątowym $\varepsilon = \text{const}$. Wówczas kąt obrotu bryły zależy od czasu w następujący sposób:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot t^2,$$

gdzie α_0 jest, jak poprzednio, początkowym kątem, zaś ω_0 jest początkową prędkością kątową. Tutaj również łatwo jest dostrzec podobieństwo z ruchem jednostajnie przyspieszonym punktu materialnego, w którym droga zależy od czasu zgodnie z równaniem: $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

Słowniczek

Bryła sztywna

(ang.: *rigid body*) ciało, którego części składowe nie poruszają się względem siebie.

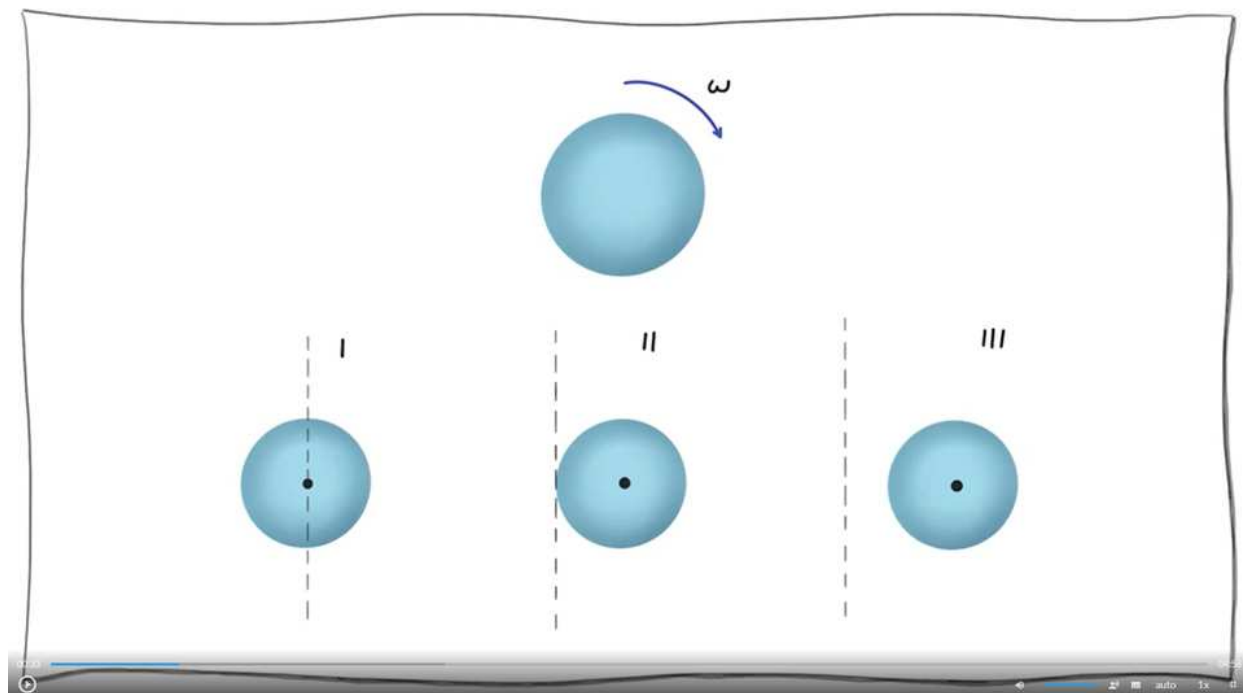
Gramofon

(ang.: *gramophone*) urządzenie do odtwarzania dźwięku zapisanego na płytach gramofonowych, popularne do lat 80. XX wieku.

Film samouczek

Jak opisać ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi?

Obejrzyj prezentowane rysunki i obliczenia trzech przypadków ułożenia osi obrotu, aby zrozumieć ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.



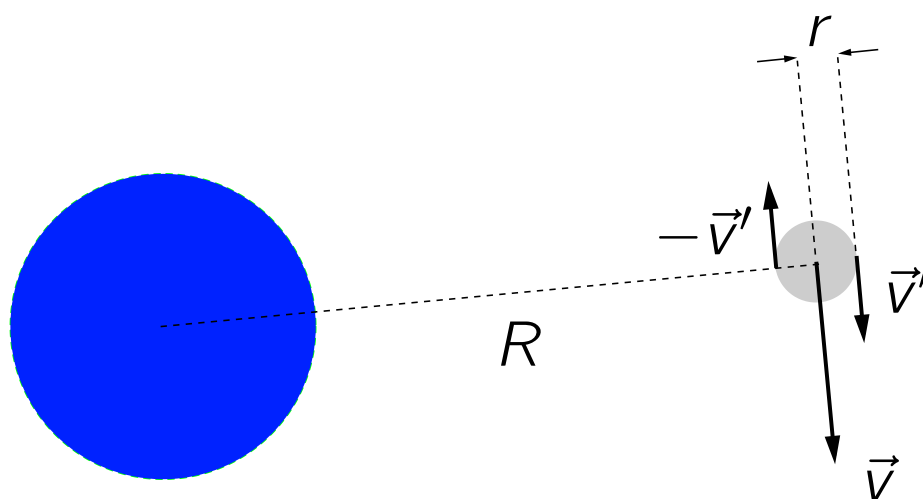
Film dostępny pod adresem [/preview/resource/R79WMmbGqGvc3](https://preview/resource/R79WMmbGqGvc3)

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zapoznaj się z treścią samouczka.

Polecenie 1

Dla układu Ziemia-Księżyc (Rys.) oszacuj iloraz różnicy prędkości liniowych punktów Księżyca najbliższych i najdalszych Ziemi i prędkości liniowej środka Księżyca. Prędkości te mierzone są w układzie odniesienia środka Ziemi. Dla uproszczenia przyjmij, że Księżyc porusza się wokół Ziemi po orbicie kołowej, a okres jego obrotu własnego jest równy okresowi ruchu obiegowego (w astronomii taki ruch układu dwóch ciał nosi nazwę rotacji związanej). Zwroty występujących w tym problemie prędkości kątowych są zgodne. Okres obiegu i obrotu Księżyca wokół Ziemi wynosi $T = T' = 27,3$ dnia, średni promień jego orbity $R = 3,84 \cdot 10^8$ m, a promień Księżyca $r = 1,74 \cdot 10^6$ m.



Rys. Ziemia (niebieska kulka) i Księżyc (szara kulka) oraz prędkości, o których mowa w treści polecenia.

Polecenie 2

Oszacuj analogiczny iloraz dla układu Słońce-Ziemia. W tym przypadku odpowiednie wielkości to $R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, $T = 1 \text{ rok} \approx 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$, $T' = 1 \text{ doba} \approx 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$, $r = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$. Zwróć uwagę, że okresy 'T' i 'T'' różnią się. Pomiń efekty związane z nachyleniem osi Ziemi do płaszczyzny ekliptyki.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Jaka jest zależność między prędkością liniową v punktu odległego o R od osi obrotu bryły sztywnej obracającej się z prędkością kątową ω ?

☐ $\omega = \frac{v}{R}$

☐ $v = \frac{\omega^2}{R}$

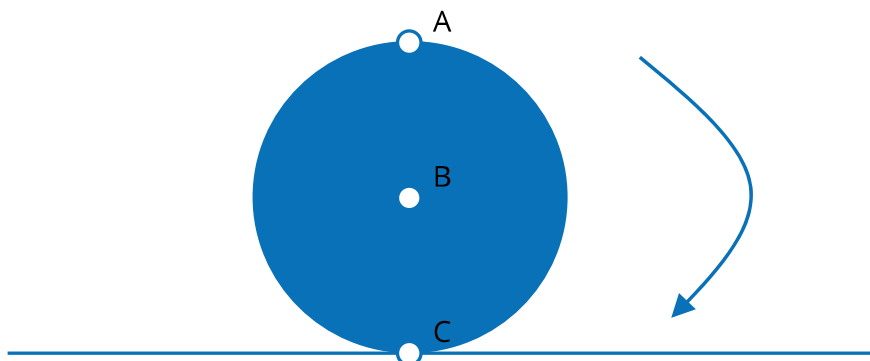
☐ $v = \omega R$

☐ $\omega = \frac{v^2}{R}$

Ćwiczenie 2



Na załączonym rysunku schematycznie pokazano toczące się koło. Który z zaznaczonych punktów koła porusza się z największą, co do wartości, prędkością liniową względem osi zawieszenia koła?



☐ B

☐ C

☐ A i C

☐ A

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 3



Wskaż, w którym przypadku obrót bryły sztywnej nie odbywa się wokół osi przechodzącej przez jej środek masy:



Źródło: dostępny w internecie: : <https://pixabay.com/pl/> [dostęp 29.03.2022 r.], domena publiczna.

Ćwiczenie 4



Pogrupuj poniższe zależności i wzory w taki sposób, by odnosiły się do prawidłowej sytuacji fizycznej:

Jednostajny ruch obrotowy:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$

$$\omega = \text{const}$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega \cdot t$$

$$\varepsilon = \text{const}$$

Jednostajnie przyspieszony ruch obrotowy:

Ćwiczenie 5



Płyta CD ma średnicę 120 mm. W trakcie odczytu obraca się z częstotliwością około 5000 obrotów na minutę. Jaka jest prędkość liniowa punktu na obrzeżu płyty? Odpowiedź podaj z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Odpowiedź: m/s

Ćwiczenie 6



Po drodze jedzie samochód osobowy z kołami o średnicy 40 cm i walec drogowy o średnicy walca 100 cm. Oba pojazdy poruszają się w korku, tocząc się z prędkością 5 km/h. Uzupełnij poniższe zdania:

Punkty leżące na obrzeżu koła samochodu mają większą ☐ / mniejszą ☐ /
 taką samą ☐ prędkość liniową, jak punkty leżące na powierzchni toczącego się walca.

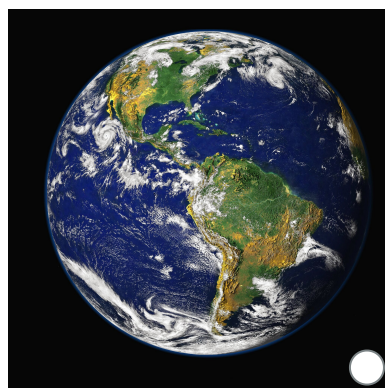
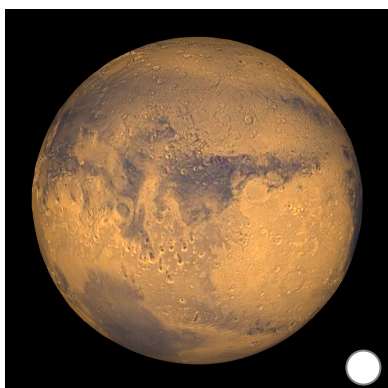
Tak samo ☐ / Inaczej ☐ jest w odniesieniu do prędkości kątowej: Prędkość kątowa punktów leżących na obrzeżu koła samochodu ma wartość większą ☐ / mniejszą ☐ /
 taką samą ☐ w porównaniu z punktami na powierzchni walca.

Ćwiczenie 7



Która z planet porusza się z większą **prędkością kątową** wokół Słońca, Ziemia czy Mars?

Średni promień obiegu Ziemi wokół Słońca to 149 597 887 km, a Marsa 227 936 637 km. Okres pełnego obiegu Ziemi wokół Słońca to około 365 dni ziemskich, a Marsa około 687 dni ziemskich.



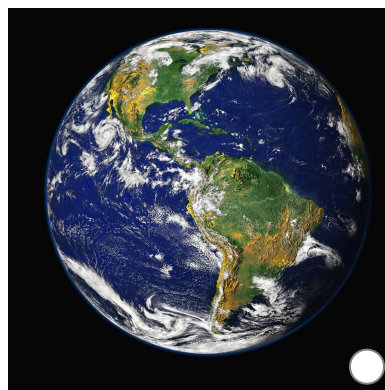
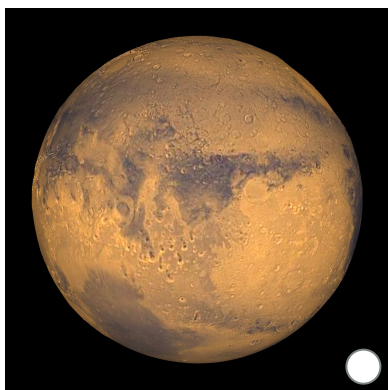
Źródło: NASA, domena publiczna.

Ćwiczenie 8



Która z planet porusza się z większą **prędkością liniową** wokół Słońca, Ziemia czy Mars?

Średni promień obiegu Ziemi wokół Słońca to 149 597 887 km, a Marsa 227 936 637 km. Okres pełnego obiegu Ziemi wokół Słońca to około 365 dni ziemskich, a Marsa około 687 dni ziemskich.



Źródło: NASA, domena publiczna.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak opisać ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; III. Mechaniki bryły sztywnej. Uczeń: 2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi;
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: - kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, - kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, - kompetencje cyfrowe, - kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśnia, jak opisywać ruch bryły sztywnej dookoła różnych osi, 2. stosuje poznane informacje i wzory do opisu ruchu obrotowego różnych ciał, począwszy od ciał modelowych, takich jak toczące się koło, a skończywszy na obiektach astronomicznych.
Strategie i metody nauczania:	Flipped classroom (odwrócona klasa)
Formy zajęć:	Praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	Komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca::	
Na wcześniejszej lekcji nauczyciel prosi uczniów o sprawdzenie i wynotowanie parametrów planet Układu Słonecznego: odległości planety od Słońca, jej czasu obiegu wokół niego, długości promienia i czasu obrotu wokół własnej osi. Na podstawie tych danych podczas lekcji uczniowie obliczają prędkości liniowe i kątowe tych planet w ich ruchu wokół Słońca oraz w ich ruchu wokół swojej osi. Rozpoczynając lekcję, nauczyciel prosi chętnych ośmiu uczniów o przedstawienie informacji dla kolejnych planet Układu Słonecznego. Do zabawy można zachęcić większą liczbę uczniów (w razie konieczności łącząc ich w pary) i np. w drodze losowania przydzielić im obliczenia dotyczące różnych planet w ich ruchu względem swojej osi lub dookoła Słońca.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel zwraca uwagę na zaobserwowaną prawidłowość: im planety znajdują się bliżej Słońca, tym większa ich prędkość kątowa oraz większa prędkość liniowa ruchu. Nauczyciel zwraca również uwagę na brak takiej zależności w przypadku ruchu obrotowego planet wokół własnej osi. Następnie nauczyciel prosi o wymienienie innych obiektów obracających się wokół własnej osi lub osi nieprzechodzącej przez ich środek masy – nauczyciel prosi uczniów o próbę oszacowania prędkości kątowych i liniowych wymienionych obiektów (np. wiertła od wiertarki, czy łopat wiatraka).	
Faza podsumowująca::	
W podsumowaniu nauczyciel prosi o uważne obejrzenie medium z niniejszego e-materiału i odpowiada na ewentualne pytania. Zadaje pracę domową.	
Praca domowa:	

Obowiązkowo: rozwiązanie zadań 1-3 i 5 z części „Sprawdź się” tego e-materiału. Dla chętnych: rozwiązanie pozostałych zadań.

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Medium może być wykorzystane przez uczniów w domu do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.