

Jak brzmi zasada zachowania pędu?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Animacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela

Jak brzmi zasada zachowania pędu?

Źródło: dostępny w internecie: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/86/Billard.JPG> [dostęp 25.04.2022 r.], licencja: CC BY-SA 4.0.

Czy to nie ciekawe?

W izolowanym układzie mechanicznym złożonym z kilku ciał, ruch jednego z elementów skutkuje ruchem pozostałych. W tym materiale dowiesz się, jaki jest związek tego faktu z wielkością jaką jest pęd.

Twoje cele

- Poznasz treść zasady zachowania pędu;
- Dowiesz się co to znaczy, że całkowity pęd układu izolowanego jest wartością stałą;
- Przeanalizujesz przykład układu, w którym spełniona jest zasada zachowania pędu;
- Zastosujesz pozyskana wiedzę do rachunkowego rozwiązywania zadań, w których spełniona jest zasada zachowania pędu.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Wyobraźmy sobie układ odosobniony, złożony z dwojga łyżwiarzy. W pewnej chwili, para ta zaczyna się odpychać. Odpychając się, łyżwiarze działają na siebie siłami: \vec{F}_1 – siła z jaką pierwsza osoba odpychana jest od drugiej oraz \vec{F}_2 – siła z jaką osoba druga odpychana jest od pierwszej. Zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona, siły te łączą relacja:

$$-\vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

Zatem w układzie suma sił wewnętrznych jest równa 0. Układ izolowany, to układ na który nie działają **siły zewnętrzne** lub siły zewnętrzne równoważą się. Zgodnie z III zasadą dynamiki w układzie tym suma sił oddziałujących ze sobą ciał również jest równa zeru.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Możemy również wyobrazić sobie, że proces oddziaływania, w tym przypadku odpychania, nie jest nieskończenie krótki. Odbywa się on w pewnym czasie Δt . Iloczyn siły oddziałującej na ciało oraz czasu, w którym oddziaływanie to następuje, nazywany jest popędem. Wartość popędu jest równa zmianie pędu ciała.

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Wykorzystując powyższe relacje możemy zapisać II zasadę dynamiki Newtona dla sił wewnętrznych działających w układzie izolowanym dwojga łyżwiarzy w postaci:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \longrightarrow \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} = 0$$

Zatem:

$$-\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$$

Wymnażając powyższe równanie przez czas Δt , w jakim następuje oddziaływanie, otrzymamy związek pomiędzy zmianami pędów dwojga osób:

$$-\Delta \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}_2$$

Zmiany pędów $\Delta \vec{p}$ poszczególnych łyżwiarzy rozumiane są jako różnica pomiędzy pędem końcowym i początkowym. Oznaczmy jako \vec{p}_1^p – pęd początkowy pierwszej osoby z pary, natomiast jako \vec{p}_1^k jej pęd końcowy, po odepchnięciu. Analogicznie, opiszmy pędy \vec{p}_2^p

początkowy oraz \vec{p}_2^k końcowy dla drugiej osoby z pary. Wykorzystując proponowane oznaczenia, możemy zapisać relację wiążącą zmiany pędów łyżwiarzy, jako:

$$\vec{p}_1^p - \vec{p}_1^k = \vec{p}_2^p - \vec{p}_2^k$$

Równanie to po przekształceniu do postaci:

$$\vec{p}_1^p + \vec{p}_2^p = \vec{p}_1^k + \vec{p}_2^k$$

pozwala stwierdzić równość sum pędów początkowych oraz końcowych układu izolowanego.

$$\vec{p}^p = \vec{p}^k$$

Możemy zatem wysnuć wniosek, że:

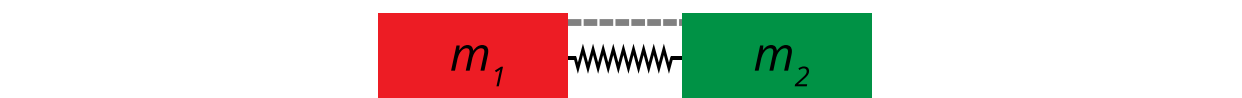
W układzie odosobnionym całkowity pęd tego układu pozostaje stały lub mówimy – jest zachowany.

Jest to treść zasady zachowania pędu. Z zasady tej nie wynika jednak brak możliwości zmiany pędów poszczególnych elementów układu. Pędy ciał, z których złożony jest układ mogą ulegać zmianie, ale ich suma wektorowa jest wartością stałą.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}$$

Przykład 1.

Rozpatrzmy prosty przykład, w którym mamy do czynienia z dwoma ciężarkami o masach m_1 i m_2 połączonymi ściśniętą sprężyną i umieszczonych na płaskiej, bardzo gładkiej powierzchni (Rys. 2.). Ciężarki te początkowo połączone są również sznurkiem, który sprawia że pozostają one w spoczynku. Załóżmy, że masa $m_1 > m_2$.



Rys. 2. Ciężarki połączone ściśniętą sprężyną i umieszczone na płaskiej, bardzo gładkiej powierzchni
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Całkowity pęd układu, w sytuacji gdy ciężarki są nieruchome jest równy zero, ponieważ pęd każdego z nich jest równy zero.

Zgodnie z zasadą zachowania pędu wartość ta nie ulegnie zmianie nawet wtedy, gdy sznurek zostanie przepalony co spowoduje zwolnienie sprężyny (Rys. 3.).



Rys. 3. Ciężarki z luźną sprężyną

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Dzieje się tak, ponieważ w chwili zwolnienia układu złożonego z ciężarków oraz sprężyny nie działa żadna siła zewnętrzna. Siła sprężystości, która wywoła ruch ciężarków jest siłą wewnętrzną układu.

Zwolnienie sprężyny spowoduje ruch ciężarków z prędkościami \vec{v}_1 oraz \vec{v}_2 . Prędkości te będą różne, ponieważ masy ciężarków nie są jednakowe. Zapiszmy ponownie zasadę zachowania pędu dla poruszających się ciał:

$$\vec{p}_1^k + \vec{p}_2^k = 0$$

\vec{p}_1^k oraz \vec{p}_2^k oznaczają pędy końcowe poszczególnych ciężarków. Wykorzystując masy oraz prędkości ciężarków, możemy zapisać powyższą zasadę jako:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0 \longrightarrow m_1 \vec{v}_1 = -m_2 \vec{v}_2$$

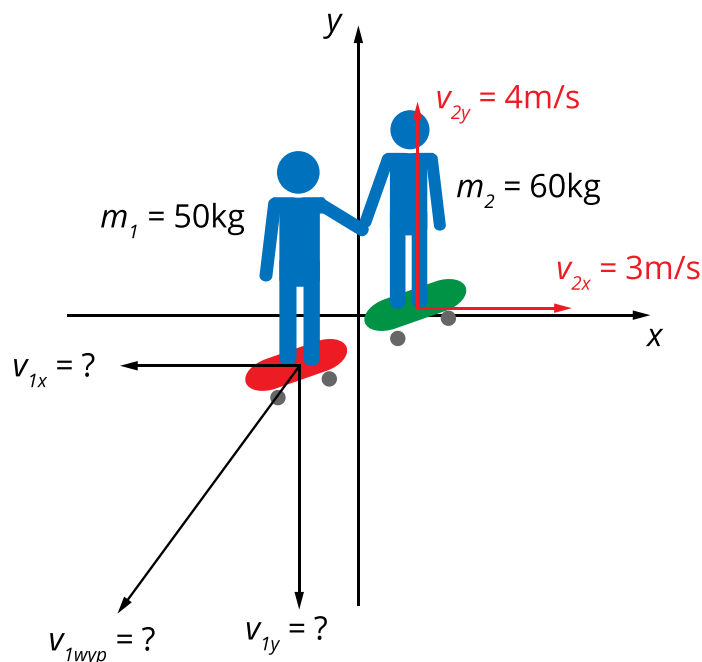
Pozwala to na wyznaczenie relacji jaka wiąże ze sobą prędkości \vec{v}_1 i \vec{v}_2 .

$$\vec{v}_1 = -\frac{m_1}{m_2} \vec{v}_2$$

W zaprezentowanym przykładzie udało nam się zarówno przedstawić zasadę zachowania pędu, jak również wykorzystać ją do opisu zachowania się poszczególnych elementów układu.

Przykład 2.

Przeanalizujmy jeszcze jeden przykład, tym razem liczbowy, w którym mamy do czynienia z dwoma chłopcami o masach $m_1 = 50$ kg i $m_2 = 60$ kg, stojącymi na deskorolkach (Rys. 4.). Chłopcy trzymają się za ręce i początkowo pozostają w spoczynku. W pewnej chwili odepchnęli się, tym samym wprawiając się w ruch. Umieszczając chłopców w kartezjańskim układzie współrzędnych wiemy, że chłopiec drugi po odepchnięciu uzyskał prędkości wzdłuż kierunku osi OX $v_{2x} = 3$ m/s oraz w kierunku osi OY $v_{2y} = 4$ m/s. Wyznamy wartość pędu, jaki po odepchnięciu uzyska pierwszy z chłopców.



Rys. 4. Chłopcy na deskorolkach

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

W celu wyznaczenia wartości pędu końcowego musimy obliczyć prędkość wypadkową, z jaką porusza się pierwszy z chłopców. Dokonamy tego określając prędkości, z jakimi porusza się on będzie zarówno w kierunku osi OX jak i OY. Wykorzystamy do tego zasadę zachowania pędu w odosobnionym układzie składającym się z obu chłopców stojących na deskorolkach. Początkowy pęd układu, w chwili gdy chłopcy stoją nieruchomo, jest równy 0 zarówno wzdłuż osi OX jak i OY. Zasada zachowania pędu wzdłuż obu osi przybiera postać:

$$\vec{p}_{1x}^p + \vec{p}_{2x}^p = 0$$

$$\vec{p}_{1y}^p + \vec{p}_{2y}^p = 0$$

Zgodnie z zasadą zachowania pędu wartości te nie ulegną zmianie po odepchnięciu się chłopców, a zatem:

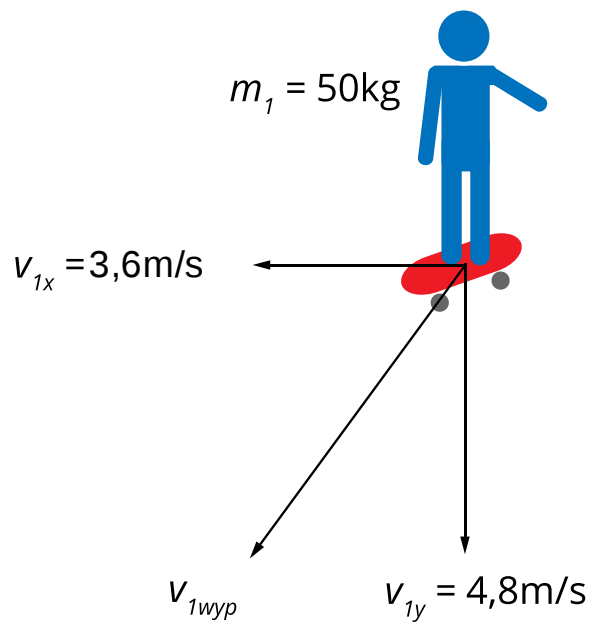
$$\vec{p}_{1x}^k + \vec{p}_{2x}^k = 0$$

$$\vec{p}_{1y}^k + \vec{p}_{2y}^k = 0$$

Wykorzystajmy powyższe relacje w celu wyznaczenia prędkości v_{1x} oraz v_{1y} dla pierwszego z chłopców (Rys. 5.).

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0 \longrightarrow v_{1x} = -\frac{m_2}{m_1} v_{2x} = -\frac{60 \text{ kg}}{50 \text{ kg}} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = 0 \longrightarrow v_{1y} = -\frac{m_2}{m_1} v_{2y} = -\frac{60 \text{ kg}}{50 \text{ kg}} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Rys. 5. Rozkład prędkości dla pierwszego z chłopców

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Wartość wektora prędkości, z jaką porusza się pierwszy z chłopców wyznaczamy jako:

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{\left(-3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pęd końcowy pierwszego z chłopców wyznaczmy korzystając z definicji zmiany pędu.

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1^k - \vec{p}_1^p \longrightarrow \vec{p}_k = \vec{p}_1^p + \Delta \vec{p}_1$$

Początkowy pęd pierwszego z chłopców jest równy 0, ponieważ przed odepchnięciem znajduje się on w spoczynku.

$$\vec{p}_1^p = 0$$

Zmiana pędu jest równa iloczynowi masy chłopca oraz prędkości końcowej.

$$|\Delta \vec{p}_1| = m_1 |\vec{v}_1| = 50 \text{ kg} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 300 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Co stanowi również wartość pędu końcowego, ponieważ pęd początkowy był równy zero.

W drugim z zaprezentowanych przykładów wykorzystaliśmy zasadę zachowania pędu, w celu wyznaczenia parametrów ciała.

Słowniczek

Pęd układu

(ang. *system momentum*) Pęd układu punktów materialnych jest równy sumie wektorowej pędów wszystkich punktów układu. Można łatwo udowodnić, że pęd układu jest równy całkowitej jego masie pomnożonej przez prędkość środka masy układu. Pęd układu punktów zmienia się tylko wtedy, gdy działa na nie siła zewnętrzna.

Siła zewnętrzna

(ang. *external force*) siła działająca na układ, nie wynikająca z oddziaływania pomiędzy poszczególnymi elementami układu. To siła działająca na ciało - konstrukcję lub jej element.

Animacja

Obejrzyj animację prezentującą zasadę zachowania pędu

Poniższa animacja przedstawia dwa przykłady zasady zachowania pędu. Przeanalizuj pojawiające się w niej wektory prędkości i pędów poszczególnych składników omawianych układów.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DqZFKivRx>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Podaj przykłady sytuacji analogicznych do tej przedstawionej w symulacji.

Polecenie 2

Rozważmy przypadek chłopca zeskakującego w deskorolki. Jeśli stosunek masy chłopca do masy deskorolki jest równy 12, ile wynosi stosunek prędkości chłopca do prędkości deskorolki po zeskoku?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Ćwiczenie 9



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Bartłomiej Klus
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak brzmi zasada zachowania pędu?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>5) rozróżnia wielkości wektorowe i skalarne, wykonuje graficznie działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, rozkładanie na składowe);</p> <p>11) opisuje przebieg doświadczenia lub pokazu; wyróżnia kluczowe kroki i sposób postępowania oraz wskazuje rolę użytych przyrządów i uwzględnia ich rozdzielczość.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał.</p>

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: <ul style="list-style-type: none"> • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych , technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe; • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. zna treść zasady zachowania pędu; 2. rozumie różnicę pomiędzy pędem układu a pędami jego elementów; 3. stosuje zdobytą wiedzę do rozwiązania problemów pojęciowych i rachunkowych.
Strategie nauczania:	<p>IBSE (Inquiry Based Science Education - nauczanie/uczenie się przez odkrywanie/dociekanie naukowe)</p>
Metody nauczania:	<p>burza mózgów, analiza pomysłów, poszukująca</p>
Formy zajęć:	<p>praca indywidualna</p>
Środki dydaktyczne:	<p>tablica, zestaw zadań</p>
Materiały pomocnicze:	<p>e-materiał: „Jak brzmi zasada zachowania pędu?”</p>
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Zaciekawienie uczniów (wg e-materiału). Uzgodnienie z uczniami celów do osiągnięcia na lekcji. Rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów i nawiązanie do tej wiedzy: (układ ciał, układ izolowany, pęd, pęd układu a pędy elementów składających się na układ).</p>	
Faza realizacyjna:	

Nauczyciel, prosi uczniów o przyniesienie na lekcję deskorolki. Na zajęciach prezentuje zasadę zachowania pędu, poprzez zeskok z deskorolki. Po przeprowadzeniu początkowego pokazu, nauczyciel rozpatruje zaistniały przypadek na tablicy. Następnie nauczyciel przystępuje do drugiej fazy doświadczenia, w której proponuje uczniom, aby z deskorolki zeskokczyły osoby o różnej masie. Nauczyciel odnosi się do zaobserwowanych wyników. Tłumaczy dlaczego zeskok lżejszej osoby wprawia deskorolkę w ruch, z mniejszą prędkością. Po przeprowadzeniu doświadczenia, uczniowie rozwiązują zadanie 8, 9 na tablicy. Nauczyciel pełni rolę pomocnika, oraz interpretuje poszczególne etapy rozwiązania.

Faza podsumowująca:

Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.

Praca domowa:

Uczniowie utrwalają wiedzę i poszerzają rozumienie czytając tekst e-materiału oraz rozwiązując w domu zadania 1-6 z zestawu ćwiczeń.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium

Multimedium bazowe może być wykorzystane na lekcji i stanowić podstawę do dyskusji na temat zasady zachowania pędu.
Może również być wykorzystane po lekcji do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.