



Odczytywanie przedziałów monotoniczności funkcji z wykresu. Przykłady

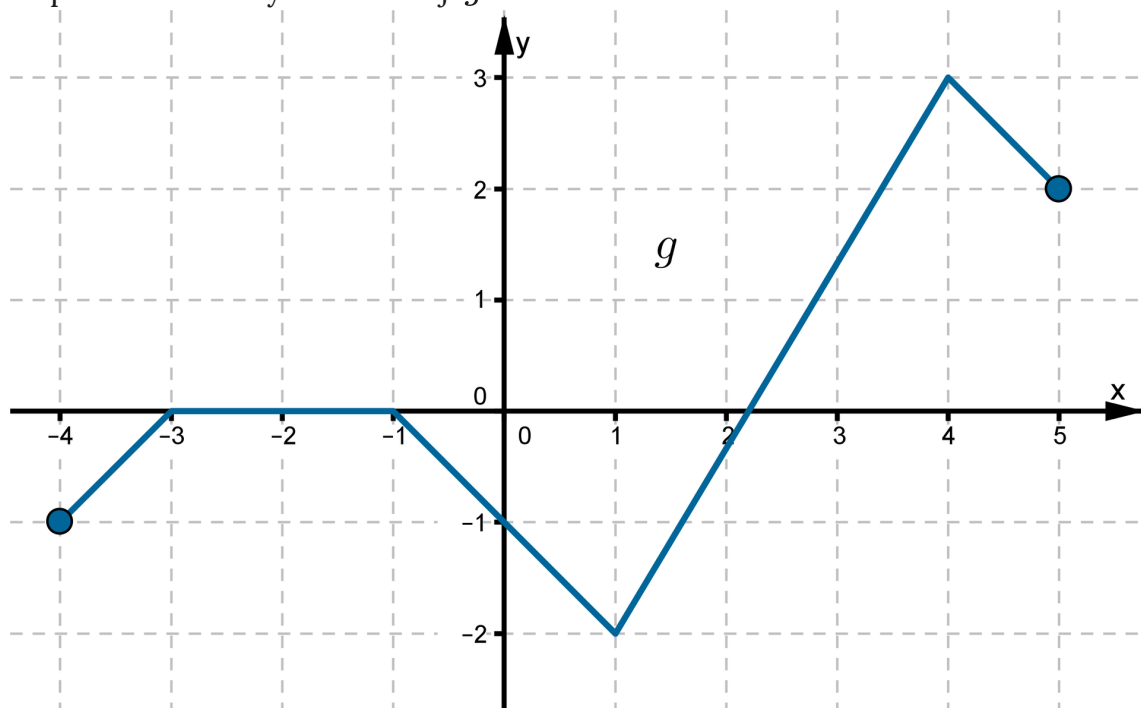
Przykłady zadań z wykorzystaniem określenia monotoniczności funkcji. Wykresy funkcji. Określanie monotoniczności funkcji.

Odczytywanie przedziałów monotoniczności funkcji z wykresu. Przykłady

W tym materiale zawarte są przykłady zadań dotyczących odczytywania przedziałów monotoniczności funkcji z wykresu. Jeżeli chcesz sobie przypomnieć podstawowe wiadomości na temat monotoniczności funkcji, zajrzyj do materiału [Monotoniczność funkcji](#).

Przykład 1

Rysunek przedstawia wykres funkcji g .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Z wykresu funkcji g odczytamy, że:

- a. przedział $\langle 1, 4 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja g jest rosnąca,
- b. przedział $\langle -1, 1 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja g jest malejąca,
- c. przedział $\langle -3, -1 \rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja g jest stała,
- d. przedział $\langle -4, -1 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja g jest niemalejąca,
- e. przedział $\langle -3, 1 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja g jest nierosnąca.

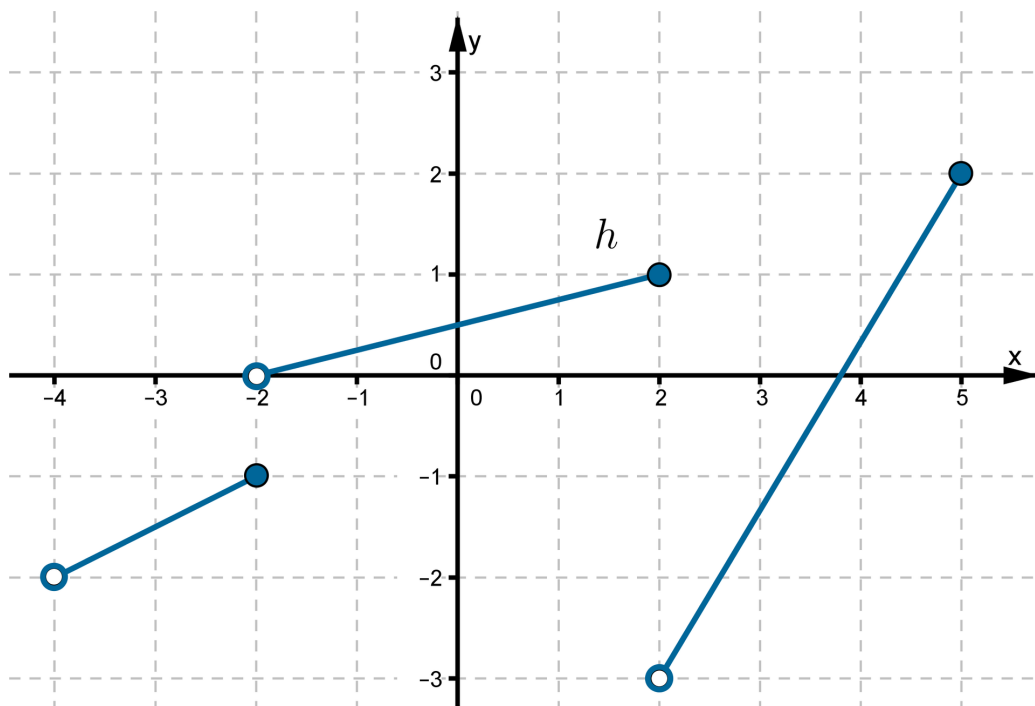
Funkcja g jest monotoniczna przedziałami, ale nie jest monotoniczna w całym przedziale $\langle -4, 5 \rangle$.

Przykład 2

Z wykresu funkcji h odczytamy, że:

przedział $(-4, 2)$ jest przedziałem, w którym funkcja h jest rosnąca.

Funkcja h jest monotoniczna przedziałami, ale nie jest monotoniczna w całym przedziale $(-4, 5)$.



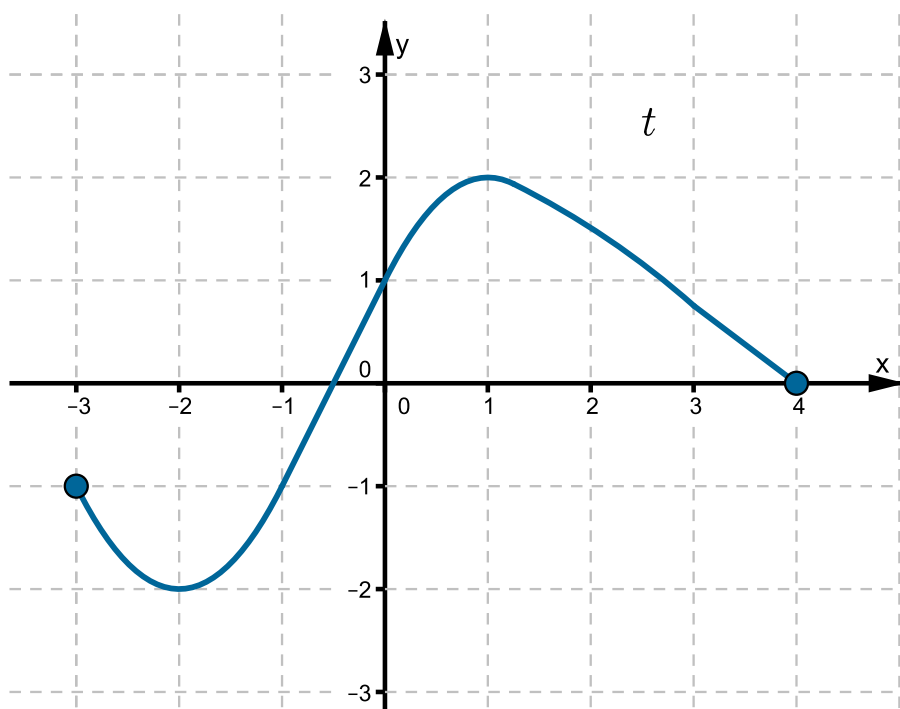
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Z wykresu funkcji t odczytamy, że:

- a. przedział $\langle -2, 1 \rangle$ jest maksymalnym przedziałem, w którym funkcja t jest rosnąca,
- b. przedział $\langle -3, -2 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja t jest malejąca,
- c. przedział $\langle 1, 4 \rangle$ jest przedziałem, w którym funkcja t jest malejąca.

Funkcja t jest monotoniczna przedziałami, ale nie jest monotoniczna w całym przedziale $\langle -3, 4 \rangle$.

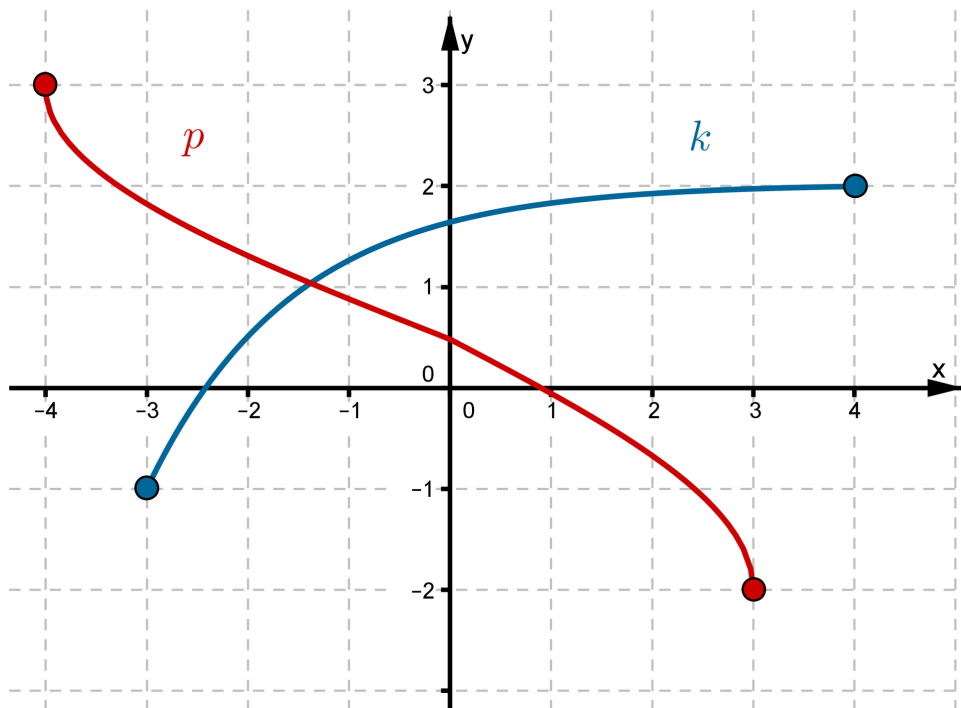


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

Na rysunku, w tym samym układzie współrzędnych, przedstawione są wykresy funkcji p oraz k .

Dziedziną funkcji p jest przedział $\langle -4, 3 \rangle$, a dziedziną funkcji k jest przedział $\langle -3, 4 \rangle$.

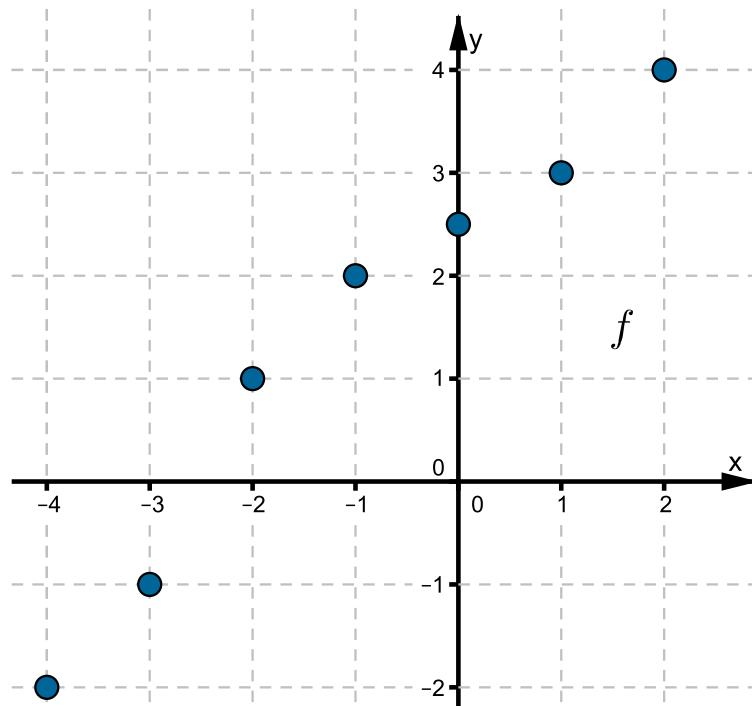


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Z wykresów funkcji k i p odczytamy, że:

- a. funkcja k jest rosnąca (jako rosnąca w całej swojej dziedzinie),
- b. funkcja p jest malejąca (jako malejąca w całej swojej dziedzinie).

Przykład 5



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dziedziną funkcji f , przedstawionej na rysunku, jest zbiór $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

Z wykresu odczytujemy, że:

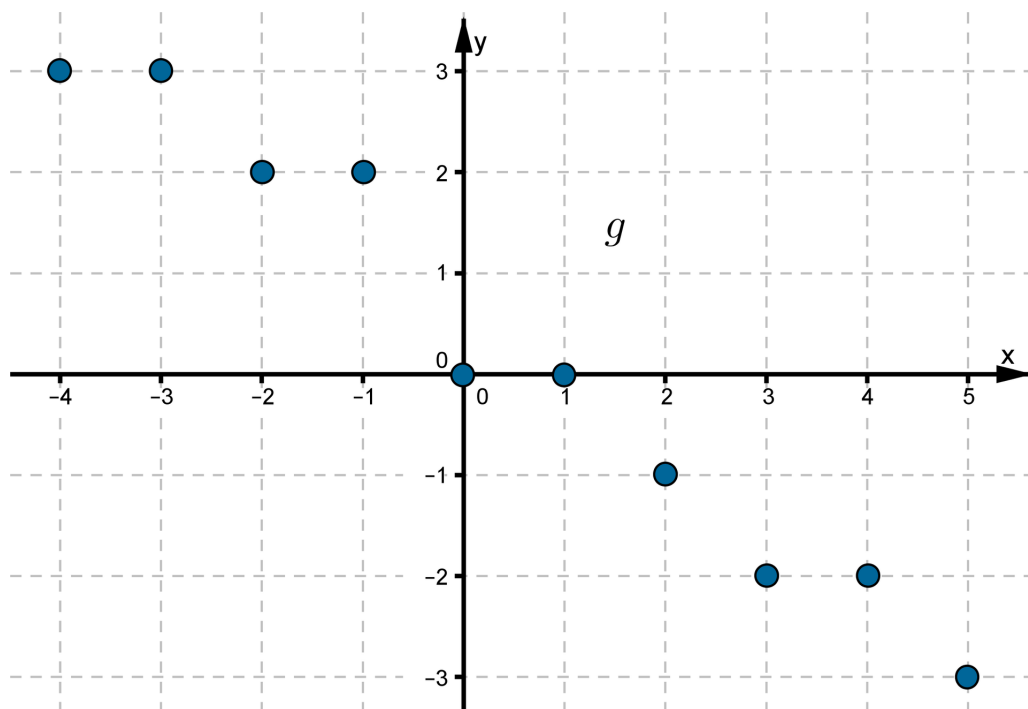
$$f(-4) = -2, f(-3) = -1, f(-2) = 1, f(-1) = 2, f(0) = 2\frac{1}{2}, f(1) = 3, f(2) = 4.$$

Ponieważ

$$f(-4) < f(-3) < f(-2) < f(-1) < f(0) < f(1) < f(2),$$

więc funkcja f jest rosnąca.

Przykład 6



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dziedziną funkcji g jest zbiór $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Korzystając z przedstawionego na rysunku wykresu funkcji g , odczytamy, że:

$$f(-4) = f(-3) = 3, f(-2) = f(-1) = 2, f(0) = f(1) = 0, f(2) = -1, \\ f(3) = f(4) = -2, f(5) = -3.$$

Ponieważ

$$f(-4) \geq f(-3) > f(-2) \geq f(-1) > f(0) \geq f(1) > f(2) > f(3) \geq f(4) > f(5),$$

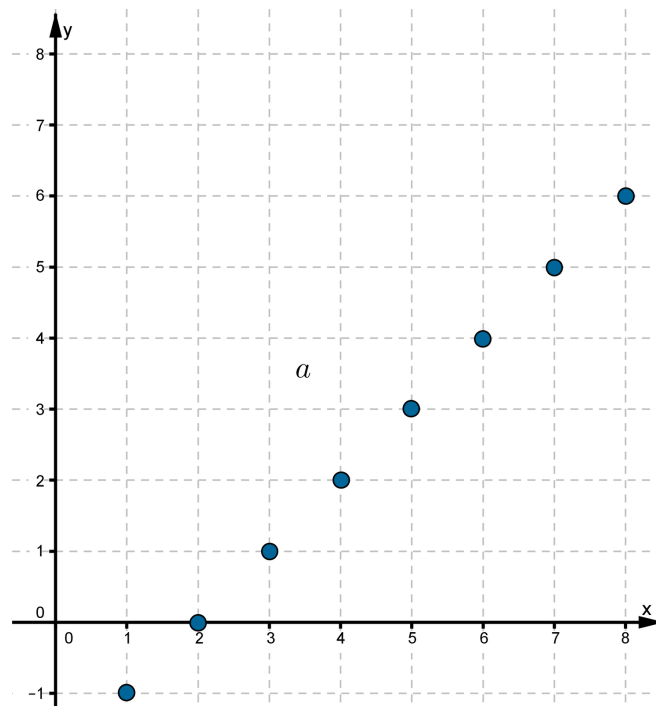
więc funkcja g jest nierosnąca.

Przykład 7

Dziedziną funkcji a , przedstawionej na rysunku, jest zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Przy zwiększaniu argumentu o 1 również o 1 rosną wartości funkcji a .

A zatem funkcja a jest rosnąca.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Z wykresu odczytujemy, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ zachodzi zależność

$$a(n) = n - 2.$$

Funkcja a jest przykładem ciągu – tak nazywa się funkcje, których dziedziną jest zbiór liczb całkowitych dodatnich (wtedy nazywamy taki ciąg nieskończonym) lub skończony podzbiór początkowych liczb całkowitych dodatnich (wtedy taki ciąg nazywamy skończonym).

Dla wyróżnienia tych szczególnych funkcji:

- zamiast tradycyjnego zapisu wartości $a(n)$ stosuje się zapis a_n ,
- a_n nazywamy n -tym wyrazem ciągu, zaś n nazywamy indeksem (lub wskaźnikiem).

Ciąg o kolejnych wyrazach $a_1, a_2, a_3, \dots$ oznaczamy symbolicznie (a_n) .